DOI: 10.17117/na.2016.05.03.197

<http://ucom.ru/doc/na.2016.05.03.197.pdf>

Поступила (Received): 27.05.2016

Гранкин М.В., Фролов М.А.
Прогиб составной статически определимой фермы
под действием равномерной нагрузки

Grankin M.V., Frolov M.A.
The deflection of statically determinate
truss under the action of uniform load

Выведена общая формула для прогиба плоской фермы для произвольного числа панелей в зависимости от ее размеров и величины нагрузки. Усилия определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Обобщение решения на произвольное число панелей получено методом индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

Гранкин Михаил Васильевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Фролов Михаил Алексеевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The General formula for the deflection of flat truss for an arbitrary number of panels depending on its size and the magnitude of the load is derived. The forces in rods are determined using method of cut nodes in the system of computer mathematics Maple. Generalization of the solution for an arbitrary number of panels obtained by the method of induction

Key words: truss, deformation, induction, Maple

Grankin Mikhail Vasilevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Frolov Mikhail Alekseevich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Составные фермы под действием вертикальной нагрузки имеют распор, как в арках – горизонтальные реакции в неподвижных шарнирах. При этом жесткость фермы, которую можно оценить по величине прогиба в середине пролета, существенно зависит от соотношения высоты фермы и ее пролета. Если для ферм с малым числом стержней проблем вычисления усилий в стержнях и прогиба не возникает ни при численном, ни при аналитическом расчете, то для ферм с большим числом панелей, а следовательно, и стержней, численный расчет подвержен опасности накопления ошибок округления. Расчет же в системах компьютерной математики (Maple, Mathematica и др.) не дает результата по ограничению на время счета. Время решения системы линейных уравнений (любым методом) в символьной форме с увеличением порядка системы растет

весьма быстро, и при числе уравнений более 100 практически нереально получить ответ, не говоря уже о том, что форма этого решения может быть необозримой по структуре и объему, часто достигая нескольких страниц. В [1-8] имеется опыт применения индуктивного метода вывода формул для прогиба плоских ферм. Несколько сложнее, но также успешно этим методом получены решения для пространственных систем [9-11]. В [12-14] методом двойной индукции (по двум параметрам) получены аналитические выражения линий влияния плоских ферм. Взяв за основу открытый код программы [15] вычисления усилий в статически определимой ферме, написанной на языке Maple, выведем общую формулу для прогиба составной фермы (рис. 1) с произвольным числом панелей.

Для определения прогиба воспользуемся формулой Максвелла – Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i s_i l_i / (EF), \quad (1)$$

где EF – продольная жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от нагрузки P , s_i – усилия в стержнях от действия вспомогательной единичной (безразмерной) силы, приложенной в среднем узле фермы по направлению искомого перемещения, l_i – длины стержней, $m = 8n + 6$ – число стержней фермы с учетом четырех опорных стержней, моделирующих неподвижные шарниры (они приняты жесткими и в сумму не входят).

Рис. 1. Ферма при $n=3$

Расчет начинается с вычисления усилий в стержнях от действия внешней нагрузки и усилий от действия единичной силы. Решение системы m уравнений метода вырезания узлов, заложенного в программе, дает значения искомых усилий. Далее согласно индуктивному методу решение последовательно находится по формуле (1) для ферм с числом панелей 1, 2, 3,.... . Если при этом получаются формулы подобного вида, с одинаковыми членами, но с разными коэффициентами (а это бывает не для всяких ферм), то есть надежда получить формулу общего вида. Выявить рекуррентное уравнение, которому подчиняются члены последовательности полученных коэффициентов может специальный оператор

rgf_findrecur пакета genfunc системы Maple. Решение рекуррентного уравнения дает оператор `rsolve`. Для рассматриваемой фермы получена следующая формула:

$$EF\Delta = P(A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3)/b^2,$$

где $A_n = \frac{1}{6}n(2n+1)(n+1)^2$, $B_n = \frac{1}{2}n^2$, $C_n = \frac{1}{2}(n+1)^2$, $c = \sqrt{b^2 + a^2}$. График полученной зависимости изображен на рисунке 2 для различных высот (в метрах). Кривые построены при длине половины пролета $L = an = 10$ м. Погиб отнесен к жесткости, нагрузке и длине половины пролета: $\Delta' = \Delta EF / (P_s L)$, где $P_s = P(2n+1)$ – суммарная нагрузка на ферму.

Рис. 2. Зависимость прогиба от n

Рис. 3. Зависимость от высоты

На рисунке 3 приведена зависимость прогиба от высоты фермы.

Список используемых источников:

1. Афанасьев В.А., Бойко О.О. Прогиб составной плоской балочной фермы с параллельными поясами // Актуальные вопросы образования и науки. 2014. С. 15-16.
2. Заборская Н.В. О горизонтальном смещении опоры плоской балочной фермы // Перспективы развития науки и образования. Ч. 9. Тамбов, 2015. С. 58-60.
3. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
4. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25-32.
5. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33-41.
6. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
8. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
9. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
10. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.

11. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.
12. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6-7
13. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
14. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
15. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.

© 2016, Гранкин М.В., Фролов М.А.

Прогиб составной статически определимой фермы
под действием равномерной нагрузки

© 2016, Grankin M.V., Frolov M.A.

The deflection of statically determinate truss under
the action of uniform load