DOI: 10.17117/na.2016.05.03.081

<http://ucom.ru/doc/na.2016.05.03.081.pdf>

Поступила (Received): 02.05.2016

Калинин А.Л., Долгих Г.В., Александров А.С.
Расчет касательных напряжений по
модифицированному критерию Писаренко-Лебедева

Kalinin A.L., Dolgikh G.V., Aleksandrov A.S.
Calculation of shear stress on the modified
criterion Pisarenko-Lebedeva

Предложен способ модификации критериев прочности твердых тел, состоящий в их преобразовании в условия пластичности, которые могут применяться для расчета материалов и грунтов дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Суть предлагаемого способа состоит в подстановке в критерий прочности твердого тела зависимости, связывающей пределы прочности на сжатие и растяжение с параметрами предельной прямой Кулона-Мора

Ключевые слова: касательные напряжения, условия пластичности, угол внутреннего трения

Калинин Александр Львович

Преподаватель

Сибирская автомобильно-дорожная академия
г. Омск, пр. Мира, 5

Долгих Геннадий Владимирович

Кандидат технических наук, доцент

Сибирская автомобильно-дорожная академия
г. Омск, пр. Мира, 5

Александров Анатолий Сергеевич

Кандидат технических наук, профессор

Сибирская автомобильно-дорожная академия
г. Омск, пр. Мира, 5

A method for modifying the criteria of strength of solids, consists in their transformation in terms of plasticity, which can be used to calculate the material and soil road construction on the resistance to shear. The essence of the proposed method consists in substituting the criterion of a rigid body strength depending linking the compressive strength and tensile parameters limit the direct Coulomb-Mohr. As a result of the modification parameters in the material are improved traction and criteria for the angle of internal friction

Key words: shear stresses, plasticity conditions, angle of internal friction

Kalinin Aleksandr Lvovich

Lecturer

Siberian automobile and highway academy
Omsk, Mira ave., 5

Dolgikh Gennadiy Vladimirovich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

Siberian automobile and highway academy
Omsk, Mira ave., 5

Aleksandrov Anatoliy Sergeevich

Candidate of Technical Sciences, Professor

Siberian automobile and highway academy
Omsk, Mira ave., 5

Расчет грунтовых оснований выполняется, с применением условий пластичности, по сопротивлению сдвигу. Наиболее часто применяются критериями Кулона – Мора [2], Друкера – Прагера [1], Матсуока-Накаи [4] и Ладе-Дункана [3], оригинальной и модифицированной моделью Cam-Clay [5, 6]. В последнее время специалистами дорожной отрасли предложены некоторые модификации этих критериев [7 – 9].

Выполняется модификация условий пластичности путем подстановки в оригинальный критерий прочности формул, связывающих пределы прочности с параметрами предельной прямой Кулона – Мора, то есть углом внутреннего трения и сцеплением.

Анализ условия Друкера – Прагера является одним из вариантов такого решения, записанного для сжатия и растяжения. Из этого анализа следует, что пределы прочности на растяжение и сжатие можно рассчитать по формулам:

$$R_c = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, R_p = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (1)$$

В качестве исходного, то есть модифицируемого условия примем оригинальный критерий Писаренко – Лебедева, предельное состояние по которому [10, 11] определяется по формуле:

$$\left(1 - \frac{R_p}{R_c}\right) \cdot \sigma_1 + \frac{R_p}{R_c} \cdot \sigma_{\text{и}} = R_p, \quad (2)$$

где $\sigma_{\text{и}}$ – интенсивность нормальных напряжений, Па.

Выполнив подстановку (1) в (2) для напряженного состояния $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, получим:

$$\left(\sigma_1 - \frac{3 \cdot (1 - \sin \varphi)}{3 - \sin \varphi} \cdot \sigma_3\right) \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} = c \quad (3)$$

В уравнении (3) левая часть является касательным напряжением, а правая – представляет собой прочностную характеристику. Для расчета касательных напряжений по модифицированному условию (3) необходимо использовать формулы для расчета главных напряжений по глубине грунтового основания. Отметим, что большинство работ, выполненных в области механики зернистой среды и инженерных методов расчета напряжений позволяют вычислять только одну компоненту тензора напряжений, а именно нормальное вертикальное напряжение.

Вследствие этого для расчета касательных напряжений применим способ, найденный в работах [12], согласно которому минимальное главное напряжение в любой точке, расположенной в сечении по оси симметрии нагрузки, определять по формуле:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \alpha \cdot \xi \cdot \sigma_1; \alpha = 1 - \sqrt{1 - K^2} \quad (4)$$

где α – коэффициент, характеризующий степень бокового расширения; K – коэффициент затухания (уменьшения) вертикального напряжения от равномерной нагрузки под осью ее симметрии.

Отметим, что этот способ положен в основу ряда модифицированных моделей, применяемых расчета главных напряжений [12-14], некоторые из которых приведены в табл. 1. Например, формулы для расчета главных напряжений по модифицированной модели А. Лява имеют вид:

$$\sigma_1 = p \cdot \left[1 - \left(1 + \left(\frac{D}{(2 \cdot z)}\right)^2\right)^{-1,5}\right], \quad (5)$$

где D – диаметр круглой площадки, по которой распределена нагрузка; z – глубина, определяемая расстоянием от поверхности до рассматриваемой точки.

$$\sigma_3 = \frac{p \cdot \mu}{1 - \mu} \cdot \left[1 - \left(1 + \left(\frac{D}{(2 \cdot z)} \right)^2 \right)^{-1,5} \right] \left(1 - \sqrt{1 - \left[1 - \left(1 + \left(\frac{D}{(2 \cdot z)} \right)^2 \right)^{-1,5} \right]^2} \right) \quad (5)$$

Применение формул (4) и (5), а также других модифицированных моделей [12 – 14] в критерии (3) позволяет произвести вычисление касательных напряжений и использовать их при проектировании дорожных одежд.

Из анализа полученных результатов следует, что величина угла внутреннего трения оказывает влияние на глубину расположения точки с максимальным касательным напряжением. Таким образом, от величины угла внутреннего трения зависит местоположение наиболее опасной точки и величина касательного напряжения в ней.

В соответствии с результатами расчета и выводами, вытекающими из их анализа, следует, что главной дальнейшей задачей является обоснование модифицированного условия пластичности и модели расчета главного напряжения.

Список используемых источников:

1. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design. Quarterly of applied mechanics. 1952. Vol. 10. №2. P. 157-165.
2. Bardet J.P. Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials // Journal of applied mechanics. 1990. Vol. 57. P. 498-506.
3. Lade P.V., Duncan J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil // Journal. Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol. 101. No. 10. 1975. P. 1037-1053.
4. Matsuoka H., Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics soil under three different principal stresses // Proceedings Japanese Society Civil Engineering. 1974. Vol. 232. P 59-70.
5. Roscoe K., Schofield A., Wroth C. On the yielding of soils. // Geotechnique. 1958. Vol.8. №1. P. 22-53.
6. Roscoe K., Schofield A., Thurairajah A. Yielding of clays in state wetter than critical // Geotechnique. 1963. Vol. 13. №3. P. 211-240.
7. Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л. Применение критерия Друкера-Прагера для модификации условий пластичности // Наука и техника в дорожной отрасли. 2013. № 2. С. 26-29.
8. Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 4 (39). С. 35-45.
9. Калинин А.Л. Применение модифицированного критерия Писаренко-Лебедева для расчета касательных напряжений в земляном полотне // Архитектура. Строительство. Транспорт. Технологии. Инновации. Омск, 2013. С. 299-307.
10. Лебедев А.А. О возможном совмещении условий пластичности и хрупкого разрушения // Прикладная механика. 1968. №4. Вып. 8. С. 85-93.
11. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова Думка, 1976. 416 с.
12. Долгих Г.В. Применение критерия безопасных давлений для расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу в грунте земляного полотна // Политранспортные системы. Новосибирск, 2015. С. 176-182.
13. Александрова Н.П. Модифицированные модели для расчета главных напряжений в грунте земляного полотна // Архитектура. Строительство. Транспорт. Технологии. Инновации. Омск, 2013. С. 236-246.
14. Александрова Н.П., Семенова Т.В., Долгих Г.В. Совершенствование моделей расчета главных напряжений и девиатора в грунте земляного полотна // Вестник СИБАДИ. 2014. № 2 (36). С. 49-54.