DOI: 10.17117/na.2016.04.03.260

<http://ucom.ru/doc/na.2016.04.03.260.pdf>

Поступила (Received): 03.04.2016

Салпагарова М.Ю. Зацепления и инварианты узлов

Salpagarova M.Yu.
Engagement and invariants of knots

В статье рассматривается зацепление и инварианты узлов. Под зацеплением обычно понимается несколько непересекающихся замкнутых веревок, вложенных в трехмерное пространство. А инвариантом называют величину, определенную для каждого узла, одинаковую для эквивалентных узлов. А также в статье рассматриваются такие вопросы как типы и задания зацеплений

Ключевые слова: узел, инвариант, фундаментальная группа, дополнение узла

The article discusses the engagement and invariants of knots. Under the engagement usually means a few nepiecesamas closed ropes, nested in three-dimensional space. And is called an invariant value defined for each node, the same for equivalent knots. But the article also addresses issues such as types and tasks links

Key words: node, invariant, fundamental group, addition of the node

Салпагарова Малика Юнусовна

Студент

Армавирский государственный педагогический университет

г. Армавир, ул. Роза Люксембург, 159

Salpagarova Malika Yunusovna

Student

Armavir state pedagogical university

Armavir, Rosa Luxemburg st., 159

Под зацеплением понимается несколько непересекающихся несамопересекающихся замкнутых веревок (кривых), вложенных в трехмерное пространство.

Под компонентой зацепления понимается узел, представленный одной из окружностей данного зацепления.

Объемлемо-изотопические классы зацеплений называются типами зацеплений. Зацепления одного типа называются эквивалентными.

В топологии, объемлющая изотопия – это вид непрерывной деформации многообразия «объемлющего пространство», переводящее одно подмногообразие в другое. К примеру, в теорий узлов два узла считаются одинаковыми, если можно произвести деформацию одного узла в другое, не разрывая его. Такая деформация является примером объемлющей изотопий.

Зацепление, состоящее из некоторых компонент зацепления L , называется его частичным зацеплением.

Говорят, что зацепление распадается (или расщепляется), если два его частичных зацепления разделены в S^3 двумерной сферой.

Некоторые типы зацеплений:

– Зацепление называется бруновым, если распадается каждое его частичное зацепление, кроме него самого.

– Наиболее изучены кусочно-линейные зацепления. Рассмотрение гладких или локально плоских топологических вложений в $\mathbb{R}^3$ приводит к теории совпадающей с кусочно-линейной.

– Кроме плоскости всякое зацепление можно расположить на стандартно вложенной в $\mathbb{R}^3$ замкнутой поверхности. Например, зацепление можно расположить на незаузленном торе или кренделе, тогда такое зацепление будет называться соответственно торическим, или крендельным.

– Зацепление, лежащее на границе трубчатой окрестности узла называется обмоткой узла k . Зацепление, которое можно получить многократным взятием обмоток, начиная с тривиального узла, называется трубчатым, или сложным кабельтовым.

Обычно зацепления задаются посредством так называемых диаграмм узлов и зацеплений.

Другой способ конструирования зацеплений из кос состоит в замыкании кос. Если между двумя параллельными плоскостями Π_1 и Π_2 в $\mathbb{R}^3$ взять $2m$ ортогональных им отрезков и соединить их концы попарно m дугами в Π_1 и m дугами в Π_2 без пересечений, то сумма всех дуг и отрезков даст зацепление. Зацепление, допускающее такое представление, называется зацеплением с m мостами.

Первым знаменитым инвариантом узлов является фундаментальная группа дополнение к узлу

Инвариантом узла называют величину, определённую для каждого узла, одинаковую для эквивалентных узлов. Эквивалентность обыкновенно задаётся объемлющей изотопией, но может задаваться и как гомеоморфизм. Некоторые инварианты в самом деле являются числами, но, вообще говоря, они могут различаться: от простых, вроде ответа да/нет до столь сложных как теория гомологий. (Гомологии – одно из основных понятий алгебраической топологии. Даёт возможность строить алгебраический объект, который является топологическим инвариантом пространства).

Топологическое пространство – множество с дополнительной структурой определенного типа; является основным объектом изучения раздела геометрий под названием топология.

Исторически понятие топологического пространства появилось как обобщение метрического пространства. Топологические пространства естественным образом возникают почти во всех разделах математики.

Исследования инвариантов мотивированы не только основной задачей теории – различением узлов – но также и необходимостью понять фундаментальные свойства узлов и их связью с другими областями математики.

Многочлен Александера – это инвариант узла, который сопоставляет многочлен с целыми коэффициентами узлу любого типа. Джеймс Александер обнаружил его первый в 1923. Этот многочлен можно вычислить с помощью скейн-соотношения, хотя важность этого не была осознана до открытия полинома Джонса в 1984. Вскоре после доработки Конвеем многочлена Александера стало

понятно, что похожее скейн-соотношение было и в статье Александера для его многочлена.

Скейн-соотношение часто используют, чтобы простым способом определить многочлен узла. Неформально говоря, скейн-соотношение задаёт линейную связь значений многочлена узла на трёх зацеплениях, которые отличаются друг от друга лишь в малой области

Теорема Гордона -Люка утверждает, что дополнение узла является «полным инвариантом» узла, в том смысле, что он отличает заданный узел от всех остальных с точностью до объемлющей изотопии и зеркального отражения. Среди инвариантов, связанных с дополнением узла, есть группа узла, которая является просто фундаментальной группой его дополнения.

Фундаментальная группа – определённая группа, которая сопоставляется топологическому пространству. Грубо говоря, эта группа измеряет количество «дырок» в пространстве. Наличие «дырки» определяется невозможностью непрерывно продеформировать некоторую замкнутую кривую в точку.

Битенговый узел по Скрыгину:

Он служит при швартовке небольших судов для зачаливания на битенг, пал или причальную тумбу. Ходовой конец фалиня или швартова обносят вокруг битенга, потом складывают его вдвое петлей и пропускают под коренной конец. Здесь петлю перекручивают один раз на 180 градусов и надевают сверху на битенг. Такой способ закрепления швартовного конца прост и вполне надежен.

Рис. 1.

При рассмотрении Дополнения к узлу можно заметить, что если петлю закинуть за коренной конец на 180 градусов не по часовой стрелке, а наоборот, то получится Констриктор (рис. 1, а-б).

Такой способ дает скорость и удобство изготовления узла, например для временной марки. А дальше, больше..., если способом накида вязать выбленочный узел, но второй шлаг, не затягивая, запустить так же, как при вязке Констриктора, то получится Двойной Констриктор, еще более мощный узел, но быстро завязанный (рис. 1, в-г)

Список используемых источников:

1. Мантуров В.О. Теория узлов.
2. Сосинский А.Б. Узлы и косы.
3. Кроуэлл Р., Фокс Р. Введение в теорию узлов.

© 2016, Салпагарова М.Ю.

Зацепления и инварианты узлов

© 2016, Salpagarova M.Yu.

Engagement and invariants of knots