DOI: 10.17117/na.2016.04.03.251

Поступила (Received): 03.04.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.04.03.251.pdf>

Комарова А.Р.

Аналитическое исследование горизонтального смещения опоры балочной фермы

Komarova A.R.

Analytical study of the horizontal displacement of a support girder

Найдено простое аналитическое выражение для смещения подвижной опоры фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Усилия определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Для обобщения решения на произвольное число панелей применен метод индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

Simple analytical expression for the displacement of the movable support of the truss depending on its size, load and number of panels is obtained. The efforts are determined using cut nodes in the system of computer mathematics Maple. To generalize the solution for an arbitrary number of panels the method of induction is applied

Key words: truss, deformation, induction, Maple

Комарова Анастасия Романовна

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Komarova Anastasia Romanovna

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Простейшей моделью реальной ферменной конструкции является ее плоское представление. Помимо определения усилий в стержнях в расчетах балочных ферм обычно находят выражение для прогиба середины пролета. Рассмотрим балочную ферму с симметричной раскосной решеткой (рис. 1) под действием сосредоточенной силы в середине пролета. Аналогичные плоские фермы с расчетом прогиба в аналитической форме рассмотрены в работах [1-3]. Реже (особенно в аналитической форме) определяется смещение подвижной опоры под действием нагрузки [4]. Рассмотрим решение этой задачи применительно к сосредоточенной нагрузке.

Рис. 1. Ферма с тремя панелями ($n=3$) в половине пролета

Решение задачи начинается с определения усилий в стержнях фермы. Используем алгоритм и программу [5], написанную на языке компьютерной математики Maple. Усилия определяются методом вырезания узлов. В данном случае метод Риттера неэффективен, так как не для всех стержней существуют необходимые сечения. Обобщение решения на произвольное число панелей получено методом индукции по числу панелей. Программа отлажена на решении задач статики плоских [6–11] и пространственных ферм [12–14]. Этот метод также применим и для оценки жесткости торсионных подвесок [15] и для расчета фундаментов [16]. Для определения горизонтального смещения воспользуемся формулой Максвелла – Мора: $\Delta = \sum_{i=1}^m S_i s_i l_i / (EF)$, где EF – жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от нагрузки P , s_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной (левой) опоре, l_i – длины стержней, $m = 8n + 1$ – число стержней фермы без учета трех опорных стержней, моделирующих неподвижные шарниры (они приняты жесткими). Решение задачи для ферм с числом панелей 1,2,3,...,10 обнаруживает последовательность коэффициентов в выражении прогиба. Выявить рекуррентное уравнение, которому подчиняются члены этой последовательности может специальный оператор **rgf_findrecur** системы Maple, работающий только с четным числом аргументов. Решение уравнения дает оператор **rsolve**. Для работы программы необходимо подключить специальный пакет **genfunc**. Соответствующий фрагмент программы имеет вид:

```
> with(genfunc);
> S:=0,1,3,6,10,15,21,28;
> N:=nops([S])/2;
> Z:=rgf_findrecur(N,[S],t,n);
> Z:=factor(simplify(ZZ));
```

В итоге получаем решение: $EF\Delta = PZa^2 / b$, где $Z = n(n-1)/2$. На рисунке 2 представлены графики этой зависимости при различных значениях высоты фермы $b=4, 5, 6$ м и при общей (зафиксированной) длине пролета $L = an = 10$ м. Принято обозначение $\Delta' = \Delta EF / P$.

Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей n

Очевидна горизонтальная асимптота $L^2 / (2b)$. Значение высоты фермы в знаменателе этого выражения указывает на особый характер зависимости смещения опоры от высоты конструкции. Можно также отметить квадрат длины пролета в оценке прогиба. Увеличение пролета в два раза, например, приводит к увеличению смещения опоры в четыре раза.

Список используемых источников:

1. Агеев В.А. Прогиб простой равномерно загруженной по нижнему поясу балочной фермы // Вестник научных конференций. 2015. № 3-3(3). С. 9-10.
2. Безобразова А.А. Прогиб плоской балочной фермы с прямоугольной решеткой // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Ч. 5. Тамбов, 2015. С. 29-30.
3. Сагаян М.М. Прогиб балочной фермы с параллельными поясами и восходящими раскосами в зависимости от числа панелей // Вестник научных конференций. 2015. № 2-3(2). С. 118-119.
4. Заборская Н.В. О горизонтальном смещении опоры плоской балочной фермы // Перспективы развития науки и образования. Ч. 9. Тамбов, 2015. С. 58-60.
5. Кирсанов М.Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Лань, 2012. 512 с.
6. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33-41.
7. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
8. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5(31). С. 38-42.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
10. Кирсанов М.Н. Балочная ферма, чувствительная к четности числа панелей // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. 2014. С. 52-54.
11. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с увеличенным подферменным пространством // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 5 (262). С. 21-25.
12. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.
13. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014. 2014. С. 239-242.
14. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.
15. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
16. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3-9.