DOI: 10.17117/na.2016.03.03.206

Поступила (Received): 21.03.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.03.03.206.pdf>**Ефимова Е.В., Храпов П.В.****Мера общности остроугольных треугольников****Efimova E.V., Khrapov P.V.****Measure of common acute-angled triangles**

В настоящей работе вводится мера общности остроугольных треугольников. Доказана теорема, что всякий остроугольный треугольник является почти прямоугольным или почти равнобедренным, то есть отклонение либо в сторону равнобедренного треугольника, либо в сторону прямоугольного треугольника не превышает 15 градусов, и находится треугольник самого общего вида

Ключевые слова: мера общности остроугольного треугольника

In this paper we introduce a measure of common acute-angled triangles. The theorem that every acute triangle is almost rectangular or nearly isosceles, i.e. deviation either side of an isosceles triangle or the side of a right triangle is less than 15 degrees, and the triangle is the most common type

Key words: a measure of common acute-angled triangles

Ефимова Елизавета Витальевна

Студент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
г. Москва, 2-я Бауманская ул., 5

Efimova Elizaveta Vitalievna

Student

Moscow state technical university named N.E. Bauman
Moscow, Baumanskaya 2-ya st., 5

Храпов Павел Васильевич

Кандидат физико-математических наук, доцент
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
г. Москва, 2-я Бауманская ул., 5

Khrapov Pavel Vasiljevich

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor

Moscow state technical university named N.E. Bauman
Moscow, Baumanskaya 2-ya st., 5

Известный математик И.Ф. Шарыгин в статье [1] пишет, что «Главным действующим лицом Геометрии должна быть фигура (на плоскости треугольник и окружность)». В математической литературе по геометрии центральное и почетное место занимает исследование треугольников, обладающих теми или иными особенностями: прямоугольных, равнобедренных или вообще правильных, ведь это позволяет доказать множество специальных теорем. Однако на практике нам весьма редко приходится сталкиваться с такого рода изяществом, а рисунки для многих геометрических задач вообще подразумевают отход от подобной правильности, чтобы возможные неправильные аналогии не мешали исследованию общих случаев. При рассмотрении разных задач возникает вопрос, насколько сильно мы можем выйти за границы «общности»? Иными словами, какой же треугольник можно назвать треугольником самого общего вида?

Для ответа на вопрос нужно ввести критерий, по которому мы будем оценивать степень общности треугольника. Мерой в данной работе считаем минимум модуля разности углов треугольника между собой и между 90° градусов. Такой выбор позволяет уравновесить условия равнобедренности и прямоугольности треугольника, поскольку остальные особенности очень разные для таких треугольников, что не позволяет их сравнивать равноценно.

Рассмотрим наименьшее отклонение среди модуля отклонений всех трех углов между друг другом и между каждым углом и 90° . Среди всего множества минимальных отклонений треугольников найдется максимальное.

Введем для остроугольного $\triangle ABC$ с углами $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$ меру общности треугольника:

$$\mu(\triangle ABC) = \min \{ |\angle A - \angle B|, |\angle B - \angle C|, |\angle C - \angle A|, |90^\circ - \angle A|, |90^\circ - \angle B|, |90^\circ - \angle C| \}$$

Для треугольника самого общего вида значение этой меры будет максимальным.

Теорема. Любой остроугольный треугольник является «почти» прямоугольным или «почти» равнобедренным.

Под термином «почти» понимается то, что мера общности любого остроугольного треугольника не превосходит определенной величины (конкретно 15), и теорема утверждает, что любой треугольник является "почти" прямоугольным либо "почти" равнобедренным, то есть отклонение либо в сторону равнобедренного треугольника, либо в сторону прямоугольного треугольника не превышает 15.

Доказательство.

Рис.1. Представление углов треугольника в виде

$$90^\circ - \alpha, 90^\circ - \alpha - \beta, 90^\circ - \alpha - \beta - \gamma$$

Представим углы треугольника в виде $90^\circ - \alpha$, $90^\circ - \alpha - \beta$, $90^\circ - \alpha - \beta - \gamma$. Тогда разность между наибольшим углом и 90° равна α , а

разности между наибольшим и средним и средним и наименьшим равны β и γ соответственно. Следовательно, нам нужно оценить сами α , β и γ .

Сумма углов треугольника равна 180° :

$$(90 - \alpha) + (90 - \alpha - \beta) + (90 - \alpha - \beta - \gamma) = 180$$

Поэтому

$$3\alpha + 2\beta + \gamma = 90$$

Если и α , и β , и γ будут больше 15° , то равенство выполняться не будет, т.к. эта сумма станет больше 90° . Поэтому либо α , либо β , либо γ не больше 15° .

В результате можно сделать вывод, что любой остроугольный треугольник является "почти" прямоугольным либо "почти" равнобедренным, и мера общности не превышает 15° .

Рис. 2. Остроугольный треугольник самого общего вида

С учетом этого получаем, что треугольник самого общего вида (рис.2) при $\alpha = \beta = \gamma = 15^\circ$.

Список используемых источников:

1. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе 21-го века Геометрия? // Математическое просвещение. 2004. Вып. 8. С. 37-52.