DOI: 10.17117/na.2016.02.02.411

Поступила (Received): 27.02.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.02.02.411.pdf>**Усольцев В.К.****Влияние насыщения регулятора на переходный процесс в системе автоматического управления****Usolicev V.K.****Influence of the saturation of the regulator on connecting process in system of the auto control**

Исследуется влияние насыщения регулятора на качество переходного процесса в системе автоматического управления. Выполнен сравнительный анализ двух типов регуляторов. Определена оптимальная структура пропорционального – интегрального регулятора. Методика подтверждается примерами цифрового моделирования конкретной системы управления. Рекомендуются для применения в учебном процессе и инженерной практике

Ключевые слова: управление, регулятор, структура, ограничение, перерегулирование

Усольцев Валерий Константинович

Кандидат технических наук, доцент
Дальневосточный федеральный университет
г. Владивосток, ул. Суханова, 8

The influence of the saturation of the regulator is researched on quality of the connecting process in system of the auto control. The Executed benchmark analysis two type's regulator. It is determined optimum structure proportional – an integral regulator. The Method is confirmed example of digital modeling concrete managerial system. It is recommended for using in scholastic process and engineering practical person

Key words: management, regulator, structure, restriction, over travel

Usolicev Valeria Konstantinovich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Far eastern federal university
Vladivostok, Suhanova st., 8

Расчет большинства одноконтурных и многоконтурных систем подчиненного регулирования может быть сведен к расчету одной или нескольких одноконтурных систем с объектами, имеющими одну большую (существенную) постоянную времени. Остальные постоянные времени при расчете учитываются в виде одной эквивалентной (малой) постоянной времени.

Оптимизация подобных систем осуществляется путем компенсации большой постоянной времени объекта управления и введением интегрирующего звена.

Управляющее воздействие, прикладываемое к объекту управления, не должно превышать некоторой предельной величины, которая определяется энергетическими ограничениями, механической прочностью элементов объекта управления или другими факторами. Это обеспечивается введением насыщения у регулятора, а режим работы в зоне насыщения является нормальным и даже необходимым.

Влияние насыщения на качество переходного процесса является существенным, однако большинством авторов это не учитывается совсем или оценивается лишь качественно.

С целью анализа влияния насыщения регулятора рассмотрим процессы в однократно интегрирующей системе управления, структурная схема которой приведена на рисунке 1.

Рис. 1. Однократно интегрирующая система управления:

P – регулятор, O – объект управления, u – управляющий сигнал, z – выходная координата системы, β – Выходная координата регулятора, α – внутренняя координата объекта управления, T_k, T_a, T_μ – относительные постоянные времени регулятора и объекта управления. За базис времени примем время изменения выхода интегрирующего звена с передаточной функцией $W(s) = 1/s$ на величину β_M , где β_M – ограничение выходной координаты регулятора

Ограничение выходной координаты (насыщение) регулятора может быть выполнено по одной из схем, приведенной на рисунке 2. Регулятор с одним прямым каналом типа I (рисунок 2,а) и регулятор с двумя прямыми каналами типа II (рисунок 2,б) имеют одинаковые передаточные функции в линейной области, но движение их внутренней координаты, при ограничении выхода регулятора, различно.

Типичным для рассматриваемых систем управления является отработка ступенчатого входного воздействия. При этом исследование системы управления методом припасовывания этапов движения, описываемых линейными дифференциальными уравнениями, оказывается более эффективным по сравнению с другими методами.

Рис. 2. Ограничение выходной координаты регулятора:

φ – внутренняя координата регулятора, β_M – уровень ограничения выходной координаты регулятора

Переходный процесс в системе при ступенчатом входном воздействии разобьем на два этапа: первый этап – движение системы управления при ограничении выходной координаты регулятора; второй этап – движение системы управления после схода регулятора с ограничения.

Изображение по Карсону координат системы управления при ненулевых начальных условиях для первого этапа движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \beta(s) &= \beta_M, \\ \alpha(s) &= \frac{1}{T_a s + 1} (\beta_M + T_a \alpha_{01} s), \\ z(s) &= \frac{1}{T_\mu s + 1} (\alpha(s) + T_\mu z_{01} s), \\ \varphi(s) &= \frac{1}{T_k s + 1} (\beta_M + T_k \varphi_{01} s), \text{ для регулятора типа I,} \\ \varphi(s) &= \frac{1}{s} (\varepsilon(s) + \varphi_{01} s), \text{ для регулятора типа II,} \\ \varepsilon(s) &= u(s) - z(s). \end{aligned} \right\} (1)$$

Для второго этапа движения:

$$\left. \begin{aligned} \beta(s) &= \frac{T_k s + 1}{s} \varepsilon(s) + \beta_{02} - T_k \varepsilon_{02} = \frac{T_k s + 1}{s} \varepsilon(s) + \varphi_{02}, \\ \alpha(s) &= \frac{1}{T_a s + 1} \beta(s) + \frac{T_a s}{T_a s + 1} \alpha_{02} = \frac{1}{T_a s + 1} (\beta(s) + T_a \alpha_{02} s), \\ z(s) &= \frac{1}{T_\mu s + 1} \alpha(s) + \frac{T_\mu s}{T_\mu s + 1} z_{02} = \frac{1}{T_\mu s + 1} (\alpha(s) + T_\mu z_{02} s), \\ \varepsilon(s) &= u(s) - z(s). \end{aligned} \right\} (2)$$

Где $\varepsilon_{0i}, \varphi_{0i}, \beta_{0i}, \alpha_{0i}, z_{0i}$ – преднаачальные значения координат системы при движении на i -том этапе, находятся как конечные значения на $i-1$ этапе.

Введем относительные значения координат системы

$$x^*(s) = x(s) / \beta_M. \quad (3)$$

Положим преднаачальные условия первого этапа движения нулевыми

$$\varphi_{01} = \alpha_{01} = \beta_{01} = z_{01} = 0. \quad (4)$$

С учетом условий (3) и (4) системе уравнений (2) соответствует структурная схема, приведенная на рисунке 3.

Рассматривая отклонения координат от значения выходной координаты в начальный момент второго этапа $\Delta x^*(s) = x^*(s) - z_{02}^*$, преобразуем структуру рисунка 3 к виду, приведенному на рисунке 4.

Рис. 3. Структурная схема системы для второго этапа движения

Рис. 4. Преобразованная структурная схема системы для второго этапа движения

Полученная структура позволяет произвести анализ переходного процесса на втором этапе. Движение системы на этом этапе есть сумма реакций на три ступенчатых воздействия: Δu^* , $\Delta \varphi_{02}^*$, $\Delta \alpha_{02}^*$.

Так как входные воздействия приложены в разных точках структурной схемы, то взаимная компенсация реакций невозможна. Сигнал Δu^* обуславливает вынужденное движение системы в заданную точку, а реакция системы на этот сигнал выбирается оптимальной при синтезе линейной системы. Сигналы $\Delta \varphi_{02}^*$ и $\Delta \alpha_{02}^*$ вызывают собственные движения системы, увеличивая суммарное перерегулирование.

Существенным недостатком является затягивание общего переходного процесса из-за того, что сигналы $\Delta \varphi_{02}^*$ и $\Delta \alpha_{02}^*$ приложены ко входу системы через звено с большой постоянной времени T_k . Устранить этот недостаток можно, обеспечив независимость от оператора s выражения:

$$(\Delta \alpha_{02}^* T_a s + \Delta \varphi_{02}^*) / (T_k s + 1) \neq f(s). \quad (5)$$

Преобразования выражения (5) дает условия настройки регулятора:

$$T_a = T_k \frac{\Delta \varphi_{02}^*}{\Delta \alpha_{02}^*}. \quad (6)$$

Отношение $\Delta \varphi_{02}^* / \Delta \alpha_{02}^*$ не зависит от протяженности первого участка только, если на первом участке $\varphi(s) = \alpha(s)$, что может быть обеспечено (смотри систему уравнений (1)) только регулятором типа I при выполнении условия:

$$T_a = T_k. \quad (7)$$

При этом $\Delta \varphi_{02}^* = \Delta \alpha_{02}^*$, а условие (6) настройки регулятора преобразуется к виду (7). При выполнении условия (7) структурная схема системы с регулятором типа I принимает вид, изображенный на рисунке 5.

Рис. 5. Структурная схема системы с регулятором типа I, при $T_a = T_k$

Для определения времени движения системы на ограничении и значений $\Delta\varphi_{02}^*$, $\Delta\alpha_{02}^*$, Δu^* в системе уравнений (1) перейдем ко временной области с учетом выражений (3) и (4):

$$\varepsilon^*(t) = u^* - 1 + \frac{T_a}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t}{T_a}\right) - \frac{T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t}{T_\mu}\right), \quad (8)$$

$$\alpha^*(t) = 1 - \exp(-t/T_a), \quad (9)$$

$$z^*(t) = 1 - \frac{T_a}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t}{T_a}\right) + \frac{T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t}{T_\mu}\right), \quad (10)$$

$$\text{для регулятора типа I} \quad \varphi^*(t) = 1 - \exp(-t/T_k), \quad (11)$$

для регулятора типа II

$$\varphi^*(t) = (u^* - 1) \cdot t + \frac{T_a^2}{T_a - T_\mu} \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{T_a}\right)\right) - \frac{T_\mu^2}{T_a - T_\mu} \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{T_\mu}\right)\right), \quad (12)$$

условие схода регулятора с ограничения

$$T_k \varepsilon^*(t_1) + \varphi^*(t_1) = 1, \quad (13)$$

где t_1 время схода регулятора с ограничения.

Совместное решение уравнений (8), (13) и (11) или (12) позволяет найти время схода с ограничения для различных типов регулятора, рассчитать по уравнениям (9), (10), (11), (12) $\Delta\varphi_{02}^*$, $\Delta\alpha_{02}^*$, рассчитать переходный процесс на втором этапе и показатели качества для всего процесса.

Ограничимся анализом частного, но часто встречающегося случая, когда $T_k = T_a$. Для регулятора типа I выражение (13) с учетом (8) и (11) примет вид

$$T_k \left(u^* - 1 + \frac{T_a}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t_1}{T_a}\right) - \frac{T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t_1}{T_\mu}\right) \right) + 1 - \exp\left(\frac{-t_1}{T_a}\right) = 1. \quad (14)$$

В реальных системах обычно для относительных постоянных времени выполняется условие: $T_a \gg 1$, а $T_\mu < 1$. Считая, что слагаемое в формуле (14)

$\frac{T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t}{T_\mu}\right) \approx 0$ при $t > 1$, из выражения (14) получим приближенное значение времени движения на ограничении:

$$t_1 \approx -T_a \ln \left(\frac{T_k (T_a - T_\mu) (1 - u^*)}{T_a T_k - T_a + T_\mu} \right). \quad (15)$$

Решая систему уравнений (1) с учетом выражения (15), найдем значения входных воздействий на втором этапе движения системы:

$$\Delta u^* = (1 - u^*) / (T_a - 1), \quad (16)$$

$$\Delta \alpha_{02}^* = \Delta \varphi_{02}^* = \frac{T_\mu (1 - u^*)}{T_a - 1} = T_\mu \Delta u^*. \quad (17)$$

Передающая функция замкнутой системы, приведенной на рисунке 5

$$\Phi(s) = \frac{1}{T_\mu s^2 + s + 1}. \quad (18)$$

Для передаточной функции вида (18) реакция на ступенчатое входное воздействие Δu^* имеет вид:

$$\Delta z_1^*(\tau) = \Delta u^* \exp(-b\tau) \left(1 - \left(\frac{b}{\omega_\mu} \sin(\omega_\mu \tau) + \cos(\omega_\mu \tau) \right) \right), \quad (19)$$

а на входное воздействие $\Delta \alpha_{02}^*$ вид:

$$\Delta z_2^*(\tau) = \Delta \alpha_{02}^* \frac{\exp(-b\tau)}{\omega_\mu} \sin(\omega_\mu \tau), \quad (20)$$

где $\tau = (t - t_1) / \sqrt{T_\mu}$ – относительное время второго этапа,

$\omega_\mu = \sqrt{\frac{4T_\mu - 1}{4T_\mu}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{4T_\mu}}$ – параметры переходного процесса.

Зная реакцию системы на входные воздействия, найдем относительное время достижения максимума

$$\tau_M = \frac{\pi}{\omega_\mu} - \frac{1}{\omega_\mu} \arctg \left(\frac{\omega_\mu}{b(4b - 1)} \right), \quad (21)$$

и время первого достижения

$$\tau_1 = \frac{\pi}{\omega_\mu} - \frac{1}{\omega_\mu} \arctg \left(\frac{4b^2 \omega_\mu}{4b^3 - b^2 - \omega_\mu^2} \right). \quad (22)$$

Относительное перерегулирование определяется выражением

$$\sigma^* = \Delta z^*(\tau_M) - \Delta u^*. \quad (23)$$

Для системы без ограничения выходной координаты регулятора выше приведенные параметры определяются выражениями:

$$\tau_{ML} = \pi / \omega_\mu, \quad (24)$$

$$\tau_{1L} = \frac{\pi}{\omega_\mu} - \frac{1}{\omega_\mu} \arctg \left(\frac{\omega_\mu}{b} \right), \quad (25)$$

$$\sigma^* = u^* \exp \left(\frac{-b\pi}{\omega_\mu} \right). \quad (26)$$

Анализ системы с регулятором типа II произведем, разложив сигнал $\Delta \varphi_{02}^*$ на две составляющие

$$\Delta\varphi_{02}^* = \Delta_1\varphi_{02}^* + \Delta_2\varphi_{02}^* = \Delta_1\varphi_{02}^* + \Delta\alpha_{02}^*. \quad (27)$$

При условии $T_a = T_k$ составляющая $\Delta_2\varphi_{02}^* = \Delta\alpha_{02}^*$, согласно условиям (5) и (6), не приводит к свободным движениям системы, а составляющая $\Delta_1\varphi_{02}^*$ приводит к свободным движениям системы. С учетом этого, для второго этапа движения получим структуру, приведенную на рисунке 6, которая отличается от структуры рисунка 5 только наличием входного сигнала $\Delta_1\varphi_{02}^*$, приложенного к входу системы через звено с передаточной функцией

$$W_1(s) = s/(T_k s + 1). \quad (28)$$

Рис. 6. Структурная схема системы с регулятором типа II, при $T_a = T_k$

Учитывая, что эквивалентная постоянная времени замкнутого контура на рисунке (6) примерно равна единице, а $T_k \gg 1$, можно приближенно оценить реакцию системы на входной сигнал $\Delta_1\varphi_{02}^*$, считая, что общая передаточная функция от точки приложения сигнала $\Delta_1\varphi_{02}^*$ до выхода системы примерно равна выражению (28). С учетом приведенных допущений, реакция системы на ступенчатое воздействие $\Delta_1\varphi_{02}^*$ имеет вид

$$\Delta z_3^*(\tau) = \frac{\Delta_1\varphi_{02}^*}{T_k} \exp\left(\frac{-\tau\sqrt{T_\mu}}{T_k}\right). \quad (29)$$

Время схода регулятора с ограничения из условия (13) с учетом выражений (11), (12) и допущений, принятых ранее, определяется выражением

$$t_1 \approx (T_a u^* - 1 + T_\mu) / (1 - u^*). \quad (30)$$

Входные воздействия для второго этапа из выражений (8), (9), (10), (11) с учетом выражения (30) принимают значения:

$$\Delta u^* = u^* + \frac{T_a}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t_1}{T_a}\right) - 1, \quad (31)$$

$$\Delta\alpha_{02}^* = \frac{T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t_1}{T_a}\right), \quad (32)$$

$$\Delta\varphi_{02}^* = T_a(1 - u^*) - \frac{T_a^2 - T_a + T_\mu}{T_a - T_\mu} \exp\left(\frac{-t_1}{T_a}\right) - 1. \quad (33)$$

Относительное время достижения максимума

$$\tau_M = \frac{\pi}{\omega_\mu} - \arctg \left(\frac{T_\mu \omega_\mu^2}{(T_a - T_\mu)(1 - u^*) \exp(-t_1/T_a) + T_\mu b \omega_\mu - T_a} \right). \quad (34)$$

Проиллюстрируем полученные результаты на примере системы с параметрами: $T_a = T_k = 10$, $T_\mu = 1$.

На рисунке 7,а приведены зависимости относительного времени выхода регулятора из насыщения для регуляторов типа I и типа II, рассчитанные по выражениям (15) и (30). Точками показаны результаты моделирования замкнутой системы. В системе с регулятором типа II сход с ограничения наступает позже, то есть переходный процесс затянут.

На рисунке 7,б показана зависимость величины перерегулирования от величины управления для систем с различным типом регулятора. Точками показаны результаты моделирования замкнутой системы. При этом регулятор типа I снижает, а регулятор типа II увеличивает перерегулирование по сравнению с линейной системой управления.

а)

б)

Рис. 7: а) – относительное время выхода регулятора из насыщения; б) – Зависимость величины перерегулирования от величины управления. 1 – для регулятора типа I; 2 – для регулятора типа II. Точками отмечены результаты численного моделирования

На рисунке 8 показаны переходные процессы в замкнутой системе с различными типами регулятора при отработке управления $u^* = 0.5$.

Рис. 8. Переходные процессы в замкнутой системе при $u^* = 0.5$: а) – с регулятором типа I; б) – с регулятором типа II

Из приведенных рисунков видно, что структура регулятора существенно влияет на качество переходного процесса. Регулятор типа I является предпочтительным, поскольку позволяет получить меньшее перерегулирование при прочих равных условиях. Время переходного процесса при наличии ограничения выходной координаты регулятора увеличивается по сравнению с системой, имеющей линейный регулятор.

Выводы:

1. При наличии насыщения регулятора переходный процесс в системе затягивается, а величина перерегулирования существенно зависит от структуры регулятора.
2. Полученные аналитические зависимости позволяют вести анализ и синтез одноконтурной системы управления с учетом ограничения выходной координаты регулятора.
3. Ограничение выходной координаты регулятора, при правильно выбранной структуре регулятора, ведет к снижению перерегулирования по сравнению с системой, имеющей линейный регулятор.