DOI: 10.17117/na.2016.01.01.513

Поступила (Received): 28.01.2016

<http://ucom.ru/doc/na.2016.01.01.513.pdf>**Старожилова О.В.****Определение напряженно-деформированного
состояния тонкостенных конструкций
итерационными методами****Starozhilova O.V.****Definition of the intense deformed condition of thin-walled designs
by iterative methods**

Статья посвящена численному моделированию тонкостенных элементов конструкций в виде пластин и оболочек, применению итерационного метода для задач упруго – пластического деформирования оболочек при любых сочетаниях граничных условий, исследованию распределения напряжений, прогибов, зон пластичности, разгрузки, вторичных пластических деформаций по сечениям оболочки, для характерных точек

Ключевые слова: итерационный метод, тонкостенные конструкции оболочечного типа

Article is devoted to numerical modeling of thin-walled elements of designs in the form of plates and covers, to application of an iterative method for tasks is elastic – plastic deformation of covers at any combinations of boundary conditions, to research of distribution of tension, deflections, zones of plasticity, unloading, secondary plastic deformations on cover sections, for characteristic points

Key words: iterative method, thin-walled designs of obolochechny type

Старожилова Ольга Владимировна

Кандидат технических наук, доцент
Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики
г. Самара, ул. Л. Толстого, 23

Starozhilova Olga Vladimirovna

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Volga region state univertitt telecommunications
and informatics
Samara, L. Tolstoy st., 23

Широкое применение в современной технике тонкостенных элементов конструкций вызывает необходимость разработки надежных и эффективных методов их расчета. Для решения нелинейных задач используются различные вычислительные методы последовательных приближений: метод упругих решений, метод переменных параметров упругости, вариационные методы, методы конечных разностей и конечных элементов. Возникающие в различных отраслях прикладные задачи упругопластичности являются существенно нелинейными. Условия эксплуатации тонкостенных конструкций в виде гибких оболочек требуют решения задач в упруго-пластической постановке, использования достаточно эффективных методов линеаризации нелинейных проблем.

Математическая модель решения дважды нелинейных задач деформирования гибких неоднородных оболочек разработана на основе теории малых

упруго-пластических деформаций А.А.Ильюшина, использует пятимерное девиаторное пространство с последующим применением итерационного процесса. При знакопеременном нагружении используются соотношения В.В.Москвитина. Физические уравнения используемой теории позволяют единообразно представить соотношения различных теорий пластичности.

В разрешающей системе уравнений учитывается как физическая, так и геометрическая нелинейность, обусловленная тем, что хотя оболочки рассматриваются при малых деформациях, но прогибах одного порядка с толщиной или значительно превышающие ее.

Тонкостенные конструкции оболочечного типа весьма чувствительны к локальным нагрузкам. Исследования несущей способности таких конструкций при локальных силовых воздействиях имеют большое практическое значение. Условия эксплуатации при этом характеризуются внешними воздействиями, которые часто приводят к тому, что материал начинает работать за пределами упругости. Учет нелинейных факторов позволяет более адекватно смоделировать процессы деформирования конструкций.

Нелинейные задачи деформирования тонких оболочек принадлежат к числу наиболее сложных из-за геометрически и физически нелинейности задач.

Исследован большой класс симметричных и несимметричных задач упруго-пластического изгиба пластин и оболочек [1], а также апробирован численный метод реализации для класса задач упруго-пластического деформирования, сочетающих простоту реализации с достаточно быстрой сходимостью, позволяющей использовать их в инженерной практике.

Дискретизация нелинейных операторов осуществлена методом конечных разностей. Схема вычислений построена таким образом, чтобы максимально использовать экстраполяцию решения для получения нулевого приближения не только по параметру нагрузки, но и по другим параметрам задачи (прогиб и др.). Разработанный алгоритм реализован в виде пакета программ, позволяющего единообразно решать широкий класс задач исследования упруго-пластических процессов в пологих оболочках.

Одна из трудностей решения упруго-пластических задач заключается в необходимости введения трехмерной пространственной сетки, в каждом узле которой проводится анализ на принадлежность его упругой или упругопластической области деформирования. Внутренние силовые факторы определяются интегрированием напряжений по толщине, что требует вычисления в каждом узле конечно-разностной сетки.

Для решения дважды нелинейной краевой задачи используется двухступенчатый итерационный метод, в основе которого лежит идея замены исходного оператора сложной структуры более простым с последующим итерационным процессом.

С учетом принятой схемы дискретизации по пространственным переменным система разностных уравнений после исключения неизвестных в контурных и законтурных точках примет вид

$$L_h \bar{u}_h = \bar{f}_h, L_h = L_{1h} + L_{2h}$$

где $\bar{u}_h = \{u_i, x_i \in \Omega_h\}$ – вектор неизвестных размерности $3N_h$, N_h – число узлов сеточной области Ω_h , L_{1h} – квадратная матрица, L_{2h} – разностный аналог нелинейной части уравнений, $\bar{f}_h$ – известный вектор.

Двухступенчатый метод решения системы имеет вид

$$B_h(\bar{u}_h^{n+1} - \bar{u}_h^n) = -\gamma_n(\bar{L}_h \bar{u}_h^n - \bar{f}_h), \quad B_h \bar{u} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \Lambda_1(E - T_{m_1})^{-1}, \quad B_2 = \Lambda_2(E - T_{m_2})^{-1}, \quad B_3 = \Lambda_3(E - T_{m_3})^{-1},$$

где E – тождественный оператор, T_{m_k} – оператор сокращения погрешности за m_k итераций в методе переменных направлений при решении уравнения $\Lambda_{k,h} z_k = q_k, k = 1, 2, 3$.

Алгоритм реализуется следующим образом: по известному $\bar{u}_h^n$ вычисляются невязки

$$q = -\gamma_n(L_h u_h^n - f) = (q_1, q_2, q_3).$$

Для решения системы $\Lambda_{k,h} z_k = q_k$, распадающейся на три отдельные системы относительно u, v, w , применяется метод переменных направлений с нулевыми начальными приближениями. Итерации в методе переменных направлений совпадают с $z_k^{mk} = u_k^{n+1} - u_k^n$.

В двухступенчатом методе используется оптимизация итерационного процесса, основанная на спектральных свойствах одномерных разностных операторов. Границы спектра $\underline{\lambda}(\Delta_1^2), \bar{\lambda}(\Delta_1^2), \underline{\lambda}(\Delta_2^2), \bar{\lambda}(\Delta_2^2)$ находятся по специальному алгоритму.

Метод переменных направлений используется в форме

$$E' = (E + \tau_{k,s}^{(1)} \Lambda_{k,h}^{(1)}),$$

$$E'' = (E + \tau_{k,s}^{(2)} \Lambda_{k,h}^{(2)}),$$

$$E' \cdot E'' \cdot \frac{z_k^{s+1} - z_k^s}{\tau_{k,s}^{(1)} + \tau_{k,s}^{(2)}} = (\Lambda_{k,h} z_k^s - q_k),$$

где s – номер внутренней итерации, $k = 1, 2, 3$, $\tau_{k,s}^{(1)}, \tau_{k,s}^{(2)}$ – оптимальные параметры Вакспресса, вычисляемые в соответствии с границами спектров одномерных разностных операторов $\Lambda_{k,h}^{(1)}$ и $\Lambda_{k,h}^{(2)}$, $(\Lambda_{k,h}^{(1)} + \Lambda_{k,h}^{(2)} = \Lambda_{k,h})$ действующих по x, y соответственно.

Распределение зон пластичности $\clubsuit$, зон разгрузки $+$ представлено на рис.1. в сечении $z = -1$ для жестко заделанной по всему контуру цилиндрической панели $k_1 = 0, k_2 = 20, h/b = 0,05$, где k_1, k_2 – кривизны, $h(x, y)$ – толщина панели, b – геометрический размер панели, при различных вариантах нагружения $p = 50, p = 75, p = 100$.

Рис. 1. Распределение зон пластичности и разгрузки

Интенсивность нагрузки выбиралась таким образом, чтобы главный вектор нагрузки был постоянен для всех схем нагружения и соответствовал равномерно распределенному по всей поверхности давлению интенсивности. Зоны пластичности (рис.1) появляются при нагрузке $p = 50$, с увеличением p развиваются более интенсивно, занимают почти всю поверхность и уже при нагрузке $p = 100$ появляются зоны разгрузки. Локальное нагружение приводит к существенному изменению характера деформирования пластин и оболочек.

Проведенный анализ совместного влияния несимметрии в нагрузке и граничных условиях позволяет сделать вывод, что оболочки, находящиеся под действием равномерно распределенной нагрузки, более чувствительны к изменению граничных условий, чем локально нагруженные оболочки.

В отдельном постпроцессорном модуле реализована функция визуализации полученных результатов решения упруго-пластических задач: строятся распределения напряжений, деформаций, прогибов, зон пластичности, разгрузки, вторичных пластических деформаций по сечениям оболочки, для характерных точек пластин и оболочек приводятся траектории напряжений и деформаций.

Реализация предложенного метода и алгоритма компьютерного численного анализа напряженно-деформированного состояния конструкции осуществлена в виде пакета прикладных программ. Программный продукт предназначен для применения в отраслевых САПР и ERP-системах, допускает автономное использование.

Список используемых источников:

1. Старожилова О.В. Двухступенчатый итерационный метод в прикладных задачах упругопластичности // Обзорение прикладной и промышленной математики. М.: ТВП, 2002. Т. 9. Вып. 3. С. 655.