DOI: 10.17117/na.2015.12.02.076

<http://ucom.ru/doc/na.2015.12.02.076.pdf>

Поступила (Received): 16.12.2015

Заика И.В.
Метод локализации экстремумов норм решений
обыкновенных дифференциальных уравнений
с приложением к анализу возмущений
энергетических систем

Zaika I.V.
Standards extrema localization method for ordinary
differential equations with applications to the
analysis of perturbed energy systems

Представлены конструктивные алгоритмы вычисления экстремумов обыкновенных дифференциальных уравнений. Вычисления построены по единой схеме на основе сортировки. Для поиска экстремумов норм решений обыкновенных дифференциальных уравнений входными являются последовательности разностных значений каждой переменной. На основе оптимизационного алгоритма и компьютерных схем можно оценить локально и глобально экстремальное отклонение системы от устойчивого состояния при вариации параметров

Ключевые слова: численная оптимизация, обыкновенные дифференциальные уравнения, оценка устойчивости

We present the design algorithms for computing extrema of ordinary differential equations. The calculations are built on a unified scheme on the basis of the sort. To search for extrema norms of solutions of ordinary differential equations are the input sequence of difference values for each variable. On the basis of the optimization algorithm and computer circuits can be evaluated locally and globally extreme deviation from the steady-state system with variation of parameters

Key words: numerical optimization, ordinary differential equations, assessment of sustainability

Заика Ирина Викторовна

Кандидат технических наук, доцент
Таганрогский институт им. А.П. Чехова
г. Таганрог, ул. Инициативная, 48

Zaika Irina Victorovna

Candidate of Engineering Sciences, Associate
Professor
Taganrog institute named A.P. Chekhov
Taganrog, Iniziativnaya st., 48

Излагается схема на основе сортировки для определения экстремумов норм решений систем ОДУ при вариации параметров. С видоизменением она применяется для поиска экстремумов норм некоторых (мультипликативных [2, с. 118]) преобразований разностных решений. В частности, можно указать экстремальное отклонение решения системы от устойчивого состояния. На этой основе данные схемы применимы к оценке устойчивости, в том числе при возмущении параметров. Под устойчивостью понимается устойчивость по Ляпунову [3, с. 55]. Пусть рассматривается система нелинейных ОДУ:

$$\frac{dY}{dt} = F(t, Y, a_1, a_2, a_3), \quad Y(t_0) = Y_0, \quad (1)$$

где $Y(t)$ определяются по методу Эйлера, $t_0 \leq t \leq T$; a_1, a_2, a_3 – варьируемые числовые параметры в диапазоне $a_{10} \leq a_1 \leq a_{11}$, $a_{20} \leq a_2 \leq a_{21}$, $a_{30} \leq a_3 \leq a_{31}$. Возмущенные начальные данные обозначаются $\tilde{Y}(t_0) = \tilde{Y}_0$, соответственное им возмущенное решение записывается в виде $\tilde{Y}(t)$. Требуется найти все экстремальные отклонения от нуля нормы разности между возмущенным и невозмущенным решениями системы (1) при вариации числовых параметров.

Способ оценки отклонений опирается на схему идентификации экстремумов [2, с. 27] дискретно представленных функций четырех действительных переменных. На вход алгоритма подается функция одной независимой переменной t , роль трех других играют варьируемые параметры. Роль функции играет норма разности вычисляемых по разностной схеме значений вектор-функций $Y(t) - \tilde{Y}(t)$. Таким образом, при выборе нормы

$$c[i] = \sqrt{|y_1[i-1]|^2 + |y_2[i-1]|^2 + \dots + |y_n[i-1]|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad \text{на вход метода поступает}$$

$$c[i] = \sqrt{\sum_{k=1}^n |y_k[i-1] - \tilde{y}_k[i-1]|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

При этом решения $Y(t)$, $\tilde{Y}(t)$ вычисляются по разностной схеме отдельно для каждого набора значений трех варьируемых параметров. Выбранные дискретные значения левой части (2) задают трехмерный массив, к которому добавляется еще одно измерение по независимой переменной t . Получится четырехмерный массив с элементами $c[i, j, \ell, r]$, где $c[i, j, \ell, r] = c[i]$ из (2) при значениях параметров $a_1 = a_1[j]$, $a_2 = a_2[\ell]$, $a_3 = a_3[r]$, индексы которых указывают номера шагов дискретизации. Найденные экстремумы характеризуют меру отклонения возмущенного решения от невозмущенного (меру возмущения решения). Значение глобального максимума позволит найти наибольшее значение возмущения на отрезке $t_0 \leq t \leq T$ при всех дискретных значениях трех параметров [6, с. 325].

Соответственные программы приводятся в [5, с.38]. В [6] детально изложено применение подхода к анализу возмущений энергетических систем большой мощности при возмущении параметров. Изложенный подход к оценке устойчивости соотносится с возможностью ее дополнительного анализа на основе поиска нулей характеристического полинома. Для системы управления [1, с. 261], характеристическое уравнение имеет вид $1 + G(s)e^{-t_0 s} = 1 + e^{-t_0 s} / (s(s+1)^2)$ или $s^3 + 2s^2 + s + e^{-t_0 s} = 0$. Нули композиции полинома и трансцендентной функции в левой части последнего уравнения можно найти по схеме, учитывая меру приближения к нулю минимума модуля функции $f(s) = s^3 + 2s^2 + s + e^{-t_0 s}$ при вариации параметра t_0 . Изложенный подход конструктивно обобщается на поиск решений систем нелинейных уравнений, содержащих трансцендентные функции, при этом вместо минимума модуля ищется минимум нормы компонент зависимых переменных на многомерной сетке [4, с. 56].

На основе оптимизационного алгоритма и компьютерных схем оценки устойчивости можно оценить локально и глобально экстремальное отклонение системы от устойчивого состояния при вариации параметров. Отличительными особенностями предложенного метода являются его построение на основе сортировки, автоматичность программной локализации экстремальных значений разностных решений, инвариантность схемы относительно размеров области поиска.

Список используемых источников:

1. Филлипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 616 с.
2. Заика И.В., Ромм Я.Е. Метод нахождения экстремумов решений дифференциальных уравнений на основе адресной сортировки. Депонированная рукопись № 908-B2003 12.05.2003.
3. Ромм Я.Е., Заика И.В. Программная локализация экстремумов функций и разностных приближений решений дифференциальных уравнений // Известия высших учебных заведений. 2005. № М. С. 55.
4. Ромм Я.Е., Заика И.В. Численная оптимизация на основе сортировки с приложением к поиску нулей и экстремумов решений систем дифференциальных и нелинейных уравнений общего вида. Депонированная рукопись № 378-B2009 18.06.2009.
5. Ромм Я.Е., Заика И.В., Лабинцева А.А. Безусловная численная оптимизация при вариации параметров. I Депонированная рукопись № 193-B2008 04.03.2008.
6. Romm Y.E., Zaika I.V. Numerical sorting-based optimization as applied to general differential and nonlinear equations Romm Y.E., Zaika I.V. Cybernetics and Systems Analysis. 2011. T. 47. № 2. С. 316-329.

© 2015, Заика И.В.

Метод локализации экстремумов норм решений обыкновенных дифференциальных уравнений с приложением к анализу возмущений энергетических систем

© 2015, Zaika I.V.

Standards extrema localization method for ordinary differential equations with applications to the analysis of perturbed energy systems