DOI: 10.17117/na.2015.11.04.293

<http://ucom.ru/doc/na.2015.11.04.293.pdf>

Поступила (Received): 25.11.2015

Рязанцева Е.А., Иванов Д.А. Метод граничных состояний как эффективный метод построения напряженно- деформированного состояния упругого тела

Ryazantseva E.A., Ivanychev D.A.

The method of boundary conditions as an effective method of constructing the stressed-strained state of an elastic body

В работе методом граничных состояний исследована плоская задача упругого тела с физической особенностью (скачок). Был предложен прием, основанный на включении в базис внутренних состояний специального решения, отвечающего за соответствующую особенность. В результате, значительно сокращаются вычислительные затраты и повышается точность полученного решения, представленного в аналитической форме

Ключевые слова: метод граничных состояний, специальное решение, скачок, плоские задачи

Рязанцева Елена Анатольевна

Старший преподаватель

Финансовый университет при правительстве РФ
(липецкий филиал)

г. Липецк, ул. Интернациональная, 12 Б

Иванов Дмитрий Алексеевич

Кандидат физико-математических наук, доцент
Финансовый университет при правительстве РФ
(липецкий филиал)

г. Липецк, ул. Интернациональная, 12 Б

In work the method of boundary conditions is investigated plane problem of the elastic body with the physical feature (jump). Has been proposed technique is based on the inclusion in the basis of the internal states of a special decision, responsible for the relevant feature. As a result, significantly reduced computational cost and improves the accuracy of the solution presented in the analytical form

Key words: method of boundary conditions, a special decision, jump plane problems

Ryazantseva Elena Anatolievna

Senior lecturer

Financial university under the government of the RF
(Lipetsk branch)

Lipetsk, Internationalnaya st., 12 B

Ivanychev Dmitriy Alexeyevich

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor

Financial university under the government of the RF
(Lipetsk branch)

Lipetsk, Internationalnaya st., 12 B

В работе методом граничных состояний исследована плоская задача упругого тела с физической особенностью (скачок). Был предложен прием, основанный на включении в базис внутренних состояний специального решения, отвечающего за соответствующую особенность. В результате, значительно сокращаются вычислительные затраты и повышается точность полученного решения, представленного в аналитической форме.

При решении задач механики сплошной среды, возникают ситуации, где происходит нарушение гладкости краевых условий, что влечет появление особенностей. Пренебрежение составляющими, определяющие сингулярные решения, нередко приводит как к потере численной устойчивости и точности, так и к результатам, которые принципиально неверны. Для получения решения отражающего реальную картину, необходимо учитывать сингулярные составляющие, что улучшит эффективность того или иного метода.

Метод граничных состояний [1] является прямым численным методом, основанный на разложении в ряд Фурье компонент внутренних и граничных состояний по задаваемому базису пространства.

Рассматривается круговое изотропное упругое тело единичного радиуса. На отрезке $[-1; 1]$ приложена к границе полуплоскости нагрузка, заданная по закону: $p_y = \begin{cases} \sin t, & t \in [-\pi/2, \pi/2] \\ 0, & t \notin [-\pi/2, \pi/2] \end{cases}$. Принимались постоянные: модуль сдвига $\mu = 1$ и коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$. Требуется определить напряженно-деформированное состояние (рис.1 а).

На рисунке 1 б представлен контур тела в деформированном состоянии.

Рис. 1. Растяжение диска встречными воздействиями, распределенными по полуокружности (а) и его контур в деформированном состоянии (б)

Была предложена методика, основанная на включении решения, отвечающего за особенность на этапе генерирования базиса внутренних состояний [3]. Специальное решение удерживается в двух точках, соответствующих значениям параметра $t = \pm\pi/2$. Регулярная часть базиса принималась довольно грубо (ограничение многочленами пятого порядка), основанная на формулах комплексного представления Колосова – Мусхелишвили [2]. Таким образом, отрезок базиса пространств внутренних состояний составил всего лишь 21 элемент.

Решение дало следующие коэффициенты Фурье (округлено до сотых, приведены ненулевые коэффициенты): $c_1 = 0.41$, $c_2 = -0.26$, $c_3 = -0.28$, $c_4 = 0.43$, $c_5 = 0.41$, $c_6 = -0.13$, $c_7 = 0.11$, $c_{14} = 0.02$, $c_{15} = -0.02$.

Полученное решение имеет аналитический вид, но в силу необозримости полученных компонент вектора перемещения и тензоров напряжений и деформаций, решение будем представлять в виде двумерных графиков и изолиний механических полей (рис.2).

В точках смены граничных условий наблюдается значительный скачок напряжения, что свидетельствует о наличии особенности.

Компонента тензора напряжений σ_{xy} , представленная на рисунке 3, внутри области имеет конечные значения, а приближаясь к точкам воздействия, увеличивает свои значения и прослеживается зона ярко выраженной концентрации напряжений.

Рис. 2. Компоненты тензора напряжений: а) изолиния σ_{xx} , б) двумерный график σ_{xx} ; в) изолиния σ_{xy} , г) двумерный график σ_{xy}

6)

Было проведено вычисление суммы Бесселя (рис. 6), которая является косвенной характеристикой качества полученного решения.

Рис. 6. Сумма Бесселя

Список используемых источников:

1. Пеньков В.Б., Пеньков В.В. Метод граничных состояний для решения задач линейной механики // Дальневосточный математический журнал. 2001. Т. 2. №2. С. 115-137.

2. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости // М.: Наука, 1966. 708 с.
3. Рязанцева Е.А., Пеньков В.Б. Специальное решение как инструмент качества сходимости решения задач математической физики // Вести высших учебных заведений Черноземья. Научно-технический и производственный журнал. Липецк: ЛГТУ, 2013. №2 (32). С. 47-52.

© 2015, Рязанцева Е.А., Ивanyчев Д.А.

Метод граничных состояний как эффективный
метод построения напряженно-деформированного
состояния упругого тела

© 2015, Ryazantseva E.A., Ivanychev D.A.

The method of boundary conditions as an effective
method of constructing the stressed-strained state of
an elastic body