DOI: 10.17117/na.2015.11.03.324

Поступила (Received): 28.11.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.11.03.324.pdf>

Обухова А.В., Клочкова Н.Н., Обухова Ю.В.
Электротепловая модель индукционного нагрева

Obukhova A.V., Klochkova N.N., Obukhova Yu.V.
Electrothermal model of induction heating

В работе представлена электротепловая модель индукционного нагрева осесимметричной детали с резко переменным радиусом вращения и ее решение методом конечных элементов, имеющим практически неограниченные возможности по описанию сложной геометрии исследуемого объекта и учета существующих нелинейностей

Ключевые слова: электротепловая модель, индукционный нагрев, метод конечных элементов

The work presents a model of Electricity and induction heating rotationally symmetric parts with sharply varying radius of rotation and its solution finite element method, have almost unlimited possibilities for describing the complex geometry of the object and taking into account existing non-linearities

Key words: electrothermal model, induction heating, finite element method

Обухова Алла Васильевна

Кандидат технических наук, доцент
Самарский государственный технический университет
г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Obukhova Alla Vasilievna

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor
Samara state technical university
Samara, Molodogvardeyskaya st., 244

Клочкова Наталья Николаевна

Кандидат технических наук, доцент
Самарский государственный технический университет
г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Klochkova Natalya Nikolaevna

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor
Samara state technical university
Samara, Molodogvardeyskaya st., 244

Обухова Юлия Валерьевна

Студент
Самарский государственный технический университет
г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Obukhova Yulia Valerievna

Student
Professor
Samara state technical university
Samara, Molodogvardeyskaya st., 244

Процесс получения требуемой температуры индукционным нагревом в заданных зонах нагреваемой осесимметричной детали с резко переменным радиусом вращения является сложной задачей. Такие задачи возникают при необходимости разогрева торцов труб перед сваркой, застывшей пластмассы в объеме конической формы до момента отлипания пограничного слоя от стенок формы, нагрева подшипников перед съемом с вала, закалке шеек валов. Сложность формы предъявляет ряд требований к индукционным нагревателям: высокая эффективность, интенсивность процесса нагрева высокий КПД, малый вес и га-

бариты. Создание индукционной нагревательной установки ИНУ удовлетворяющей предъявленным требованиям, невозможно без предварительных исследований на основе математической модели, достаточно полно и точно отражающей процесс индукционного нагрева [1,2].

Связь электромагнитного поля в системе с температурным полем обусловлена зависимостью удельного сопротивления и магнитной проницаемости от температуры. Алгоритм расчета электротепловых процессов в модели при известном начальном распределении температур заключается в следующем:

1. Исходя из температурного поля загрузки, находится удельное сопротивление и магнитная проницаемость каждого элемента.
2. Проводится расчет электромагнитного поля.
3. В интерполяционном блоке формируется массив внутренних источников теплоты для решения тепловой задачи из массива, найденного после решения электрической задачи.
4. Находится температурное поле на следующем временном слое, определяемом шагом по времени τ
5. Если критерий окончания процесса нагрева не удовлетворены, то происходит переход к п.1.

Выбор шага по времени τ определяется требуемой точностью расчета, точность определения температурного поля зависит от свойств схемы решения и зависимости изменения внутренних источников теплоты за время τ .

Принимая во внимание осевую симметрию и квазистационарность исследуемого поля, электромагнитное поле может быть описано для комплексной амплитуды векторного потенциала в виде:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\mu_a} * \frac{\partial \dot{A}(r, z)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu_a} * \frac{1}{r} * \frac{\partial \dot{A}(r, z)}{\partial r} \right] - j\omega\gamma \dot{A}(r, z) - I_0(r, z) = 0 \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота питающего тока, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

В качестве граничных условий примем наиболее общие условия – равенство нулю векторного потенциала на границе расчетной области Q , находящейся в бесконечности. В реальной ситуации граница расчетной области удалена от источников тока так, что магнитную энергию поля можно принять равной нулю.

Основной особенностью индукционного нагрева является выделение тепла в самих нагреваемых телах. Это позволяет передавать в них большие мощности, получать высокие термические КПД за счет выделения теплоты только в требуемых частях объемов. Температурное поле в твердом теле описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 * \left[\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right] + W(r, z, t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 * \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

где T - температура, a - коэффициент температуропроводности, $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$; λ - коэффициент теплопроводности; γ -плотность материала; $W(r, z, t)$ - функция распределения внутренних источников тепла.

Для полного описания процесса нагрева необходимо учитывать краевые условия (начальные и граничные), которые имеют вид:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} /_{r_2} = \alpha_1 [T_1(r_2) - T_c], \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} /_0 = 0, \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} /_0 = 0, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} /_{r_2} = \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial r} /_{r_2} \quad (4)$$

Следуя МКЭ, система уравнений (1) и дифференциальным уравнениям (2,3) ставятся в соответствие функционалы вида:

$$\chi = \iint_S \left[\frac{1}{2} \lambda_r \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right) + c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} - WT \right] drdx + \frac{1}{2} \int_{hh} h(T^2 - 2T_c T) dL; \quad (5)$$

$$F = \frac{1}{2} \iint_Q \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_a} \right) \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_a r} \right) \frac{\partial A}{\partial r} \right] drdz + \\ + \frac{1}{2} \iint_Q j\omega r |A|^2 drdz + \frac{1}{2} \iint_Q I_0 A dzdr \quad (6)$$

Соответствующие функционалы заменяются суммой вкладов отдельных элементов. Вклады элементов объединяются в глобальные матрицы, которые матрицы характеризуют поведение дискретной системы в целом. Полученные матрицы объединяют в систему алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} + \frac{2}{3} [N] \right) \{T\}_{n+1} = \left(\frac{[C]}{\Delta t} - \frac{1}{3} [N] \right) \{T\}_n + \{F\}_n, \quad (7)$$

$$[K] + j[Q] [\dot{A}] + [\dot{R}] = 0 \quad (8)$$

где $[C]$, $[K]$ -матрицы жесткости; $[N]$ -матрица демпфирования; $\{T\}$ -матрица базисных функций; $\{F\}$ -вектор источников тепла; $[Q]$ -матрица вихревых токов; $[R]$ -матрица внешних источников тока.

Решение системы уравнений (7), (8) осуществляется с помощью стандартной процедуры LDL^T -факторизации. Эта процедура выполняется всего за два шага. Первый шаг заключается в вычислении коэффициентов диагональной матрицы и нижней треугольной матрицы. На втором шаге процедуры сразу определяются искомые функции для температурного и магнитного полей в узлах расчетных сеток КЭ [3].

Алгоритм решения реализован программно и использован для решения задачи синтеза оптимального пространственно-временного управления нагревом осесимметричной детали с резко переменным радиусом вращения [4, 5].

Список используемых источников:

1. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. Л.: Энергоатомиздат, 1979.
2. Слухоцкий А.Е. Установки индукционного нагрева. Л.: Энергоиздат, 1981.
3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986.
4. Клочкова Н.Н., Обухова А.В., Обухова Ю.В. Проектирование индукционного нагревателя для нагрева осесимметричной заготовки // Новейшие исследования в современной науке: опыт, традиции, инновации. Москва. С. 68-71.
5. Клочкова Н.Н., Обухова А.В. Методика оптимального проектирования индукционного нагревателя // Электромеханика. № 5. 2014. С. 91-93.

© 2015, Обухова А.В., Клочкова Н.Н., Обухова Ю.В.
Электротепловая модель индукционного нагрева

© 2015, Obukhova A.V., Klochkova N.N.,
Obukhova Yu.V.
Electrothermal model of induction heating