DOI: 10.17117/na.2015.11.03.312

Поступила (Received): 11.11.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.11.03.312.pdf>

**Назарцев М.С., Матряшин В.В., Корнилов В.А.,
Мясникова Е.В., Ткаченко И.В.
Возможности обобщения метода гармонической
линеаризации для распределенных систем**

**Nazarcev M.S., Matryashin V.V., Kornilov V.A.,
Myasnikova E.V., Tkachenko I.V.
The possibility of synthesizing harmonic
linearization method for distributed systems**

Представлена классификация нелинейных элементов распределенных систем управления в зависимости от времени и пространственных координат. Рассмотрены условия, выполнение которых представляется необходимым, в целях возможного обобщения метода гармонической линеаризации для систем с распределенными параметрами

Ключевые слова: распределенные системы, нелинейная характеристика, линеаризация

The classification of nonlinear elements distributed control systems, depending on the time and spatial coordinates. Considered by the conditions, which appears necessary, in view of possible generalizations of the method of harmonic linearization systems with distributed parameters

Key words: distributed systems, nonlinear characteristic linearization

Назарцев Максим Сергеевич

Аспирант

Северо-Кавказский федеральный университет
г. Пятигорск, проспект 40 лет Октября, 56

Nazarcev Maxim Sergeyevich

Graduate

North-Caucasian federal university
Pyatigorsk, 40 let Oktyabrya ave., 56

Матряшин Владислав Владимирович

Студент

Северо-Кавказский федеральный университет
г. Пятигорск, проспект 40 лет Октября, 56

Matryashin Vladislav Vladimirovich

Student

North-Caucasian federal university
Pyatigorsk, 40 let Oktyabrya ave., 56

Корнилов Владислав Алексеевич

Студент

Северо-Кавказский федеральный университет
г. Пятигорск, проспект 40 лет Октября, 56

Kornilov Vladislav Alekseevich

Student

North-Caucasian federal university
Pyatigorsk, 40 let Oktyabrya ave., 56

Мясникова Елена Васильевна

Аспирант

Северо-Кавказский федеральный университет
г. Пятигорск, проспект 40 лет Октября, 56

Myasnikova Elena Vasilyevna

Graduate

North-Caucasian federal university
Pyatigorsk, 40 let Oktyabrya ave., 56

Ткаченко Игорь Викторович

Аспирант

Северо-Кавказский федеральный университет
г. Пятигорск, проспект 40 лет Октября, 56

Tkachenko Igor Viktorovich

Graduate

North-Caucasian federal university
Pyatigorsk, 40 let Oktyabrya ave., 56

Разнообразие класса нелинейных моделей затрудняет возможность их единообразного описания с использованием универсальных методов анализа и синтеза. В связи с этим при исследовании систем управления по нелинейным моделям выбираются некоторые расчетные формы, к которым по возможности, приводятся исходные модели [1, 2]. Значительный класс нелинейных систем может быть представлен в виде последовательного соединения нелинейного элемента и линейной части. При таком представлении появляется возможность использования аппарата передаточных функций линейной части системы. В системах с сосредоточенными параметрами функция описывающая нелинейный элемент задается в виде $z = \varphi(\sigma)$, при этом значению $\sigma(t)$ входного сигнала ставит в соответствие значение $z(t)$ выходного сигнала $z(t) = \varphi(\sigma(t))$.

В системах с распределенными параметрами входной сигнал зависит не только от времени, но и от пространственных координат. В целях интерпретации метода гармонической линеаризации для анализа систем управления с распределенными параметрами можно предположить выполнение следующих условий:

– Нелинейное звено представлено в виде последовательного соединения нелинейного элемента и линейной части. Общее соотношение между выходом и стандартизирующим входом линейного распределенного блока определяется в форме пространственно-временной композиции [3-5].

$$Q(x, t) = \int_0^t \int_D G(x, \xi, t, \tau) \cdot w(\xi, \tau) d\xi d\tau = G(x, \xi, t, \tau) \circ w(\xi, \tau).$$

В достаточно общем случае подобное соотношение для нелинейного блока принимает вид следующего нелинейного интегрального оператора:

$$Q(x, t) = \int_0^t \int_D P(x, \xi, t, \tau, w(\xi, \tau)) d\xi d\tau.$$

Где $P(x, \xi, t, \tau, w)$ – ядро оператора, являющееся заданной нелинейной функцией входного воздействия $w(\xi, \tau)$.

– Линейный блок системы может быть представлен бесконечной совокупностью условно независимых контуров. Объект управления должен обладать свойством пространственной инвариантности. Пусть имеется распределенный объект, математическая модель которого описывается уравнениями:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = L_i \left(Q_i; \frac{\partial Q_i}{\partial x}; \dots; \frac{\partial^{n_1} Q_i}{\partial x^{n_1}}; \frac{\partial Q_i}{\partial y}; \dots; \frac{\partial^{n_2} Q_i}{\partial y^{n_2}}; \frac{\partial Q_i}{\partial z}; \dots; \frac{\partial^{n_3} Q_i}{\partial z^{n_3}} \right), \quad x, y, z \in V, \quad (i = \overline{1, n}),$$

где $Q_i(x, y, z, t)$ – фазовые переменные ($i = \overline{1, n}$); x, y, z – пространственные координаты; t – время; V – пространство изменения переменных x, y, z ; n, n_1, n_2, n_3 – заданные целые числа; L_i – линейные операторы. Пусть входное воздействие представлено в виде ряда:

$$u_\mu(x, y, j\omega t) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} \sum_{\xi=1}^4 C_{\mu, \eta, \gamma, \xi}(j\omega t) \cdot B_{\mu, \eta, \gamma, \xi}(x, y), \quad (\mu = \overline{1, m}).$$

Объект автоматического управления, представленный в указанной форме, называется пространственно-инвариантным, если комплексный пере-

даточный коэффициент по каждой составляющей входного воздействия не зависит от пространственных координат. На физическом уровне это означает, что составляющая входного воздействия, проходя через объект управления, изменяет только амплитуду пространственной моды.

– Линейная часть системы является устойчивой. Пусть передаточная функция по η, γ, ξ ($\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$; $\xi = \overline{1, 4}$) контуру управления имеет вид:

$$W_{\eta, \gamma, \xi}(s) = \frac{P_{\eta, \gamma, \xi}(s)}{M_{\eta, \gamma, \xi}(s)}, \quad P_{\eta, \gamma, \xi}(s) = \sum_{v=1}^{\infty} P_{\eta, \gamma, \xi, v}(s), \quad M_{\eta, \gamma, \xi}(s) = \sum_{\mu=1}^{\infty} M_{\eta, \gamma, \xi, \mu}(s).$$

Характеристическое уравнение по η, γ, ξ ($\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$; $\xi = \overline{1, 4}$) имеет вид:

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} M_{\eta, \gamma, \xi, \mu}(s) = 0, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}; \quad \xi = \overline{1, 4}).$$

В результате решения этого уравнения определяется свободное движение в каждом контуре системы управления, которое может быть определено из следующего соотношения:

$$Q_{\eta, \gamma, \xi}(t) = \sum_{\mu=1}^{\infty} A_{\eta, \gamma, \xi, \mu} \cdot \exp(\lambda_{\eta, \gamma, \xi, \mu} \cdot t), \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}; \quad \xi = \overline{1, 4}),$$

где $\lambda_{\eta, \gamma, \xi, \mu}$ ($\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$; $\xi = \overline{1, 4}$; $\mu = \overline{1, \infty}$) – корни характеристического уравнения; $A_{\eta, \gamma, \xi, \mu}$ ($\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$; $\xi = \overline{1, 4}$; $\mu = \overline{1, \infty}$) – постоянные числа, определяемые начальными условиями. В силу того, что контуры системы управления независимы, свободное движение всей системы будет складываться из суммы свободных движений в каждом контуре системы управления, умноженных на соответствующие пространственные моды.

$$Q(x, y, t) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} \sum_{\xi=1}^4 \sum_{\mu=1}^{\infty} A_{\eta, \gamma, \xi, \mu} \cdot \exp(\lambda_{\eta, \gamma, \xi, \mu} \cdot t) \cdot B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y).$$

Рассматриваемая система с распределенными параметрами является устойчивой, если $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(x, y, t) = 0$.

– Нелинейная характеристика может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по пространственным координатам. Пусть нелинейный элемент задается функцией $z = \varphi(\sigma)$, которая значению $\sigma(x, y, t)$ входного сигнала ставит в соответствие значение $z(x, y, t)$ выходного сигнала звена, т.е. $z(x, y, t) = \varphi(\sigma(x, y, t))$. Пусть задано изображение по Лапласу при нулевых начальных условиях входного воздействия $\sigma(x, y, s)$. Входное воздействие должно быть представимо в виде ряда:

$$\sigma(x, y, s) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} \sum_{\xi=1}^4 C_{\eta, \gamma, \xi}(s) \cdot B_{\eta, \gamma, \xi}(x, y).$$

При выполнении указанных условий возможно применение метода гармонической линеаризации для исследования некоторого класса нелинейных систем с распределенными параметрами [6-8]. В некоторых сложных системах возможно выделение линейной части, как отдельного звена. Теория линейных распределенных систем является наиболее изученной, и может служить базой для исследования нелинейных систем управления с распределенными параметрами. Разработка новых методов линеаризации нелинейных распределенных систем управления позволит выделить определенный класс задач, для которых

можно нелинейный распределенный объект описать с помощью адекватной линейной модели с определенной заданной погрешностью.

Список используемых источников:

1. Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Изд-во РИА-КМВ, 2002. 212 с.
2. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2003. 299 с.
3. Чернышев А.Б., Могилевская Е.В., Гайворонская Н.А. Анализ распределенных объектов, заданных в структурном представлении // Научное обозрение. 2014. № 5. С. 180-184.
4. Чернышев А.Б., Могилевская Е.В., Назарцев М.С., Суюнова Г.Б. Аналитическое выражение процесса формирования температурного поля в результате точечных импульсных воздействий // Естественные и технические науки. 2014. № 4 (72). С. 140-147.
5. Chernyshev A.B., Martirosyan K.V., Martirosyan A.V. Analysis of the nonlinear distributed control system's sustainability // Journal of Mathematics and Statistics. 2014. T. 10. № 3. С. 316-321.
6. Chernyshev A.B. Challenges of implementing distributed systems with discrete control actions // Eastern European Scientific Journal. 2013. № 2. С. 183-188.
7. Чернышев А.Б., Кравцова А.Л., Соха Е.Ю. Анализ устойчивости процесса стабилизации температурного поля нелинейной распределённой системы // Автоматизация. Современные технологии. 2014. № 9. С. 16-21.
8. Ильющин Ю.В., Кучеренко И.А., Ляшенко А.Л., Новожилов И.М. Решение задачи моделирования поведения температурного поля в распределенных объектах управления // Известия Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета ЛЭТИ. 2014. № 7. С. 48-51.

© 2015, Назарцев М.С., Матряшин В.В.,
Корнилов В.А., Мясникова Е.В., Ткаченко И.В.
Возможности обобщения метода
гармонической линеаризации для
распределенных систем

© 2015, Nazarcev M.S., Matryashin V.V.,
Kornilov V.A., Myasnikova E.V., Tkachenko I.V.
The possibility of synthesizing harmonic
linearization method for distributed systems