DOI: 10.17117/na.2015.11.03.149

Поступила (Received): 23.11.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.11.03.149.pdf>**Кабаева Е.В.****Применение методов интервального анализа****Kabaeva E.V.****The use of methods of interval analysis**

В статье рассмотрены методы интервального анализа и сферы их применения. Более подробно рассмотрен учёт ошибок округления при вычислениях с числами с плавающей точкой на цифровых ЭВМ

Ключевые слова: интервал, неопределенность, интервальный анализ, направленные округления

The article deals with methods of interval analysis and their scope. Considered further accounting of rounding errors when you are the computations with floating point numbers on digital computers

Key words: interval, uncertainty, interval analysis, directed rounding

Кабаева Елена Валерьевна

Старший преподаватель

Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова

г. Абакан, пр. Ленина, 90

Kabaeva Elena Valeryevna

Senior Lecturer

Khakas state university named N.F. Katanov
Abakan, Lenin ave., 90

Методы интервального анализа в последнее время привлекают все большее внимание исследователей. Описание неопределенности с помощью методов интервального анализа является менее ограничительным.

Часто исследователи сталкиваются с проблемой выбора метода описания неопределенности. Эта проблема возникает, например, когда нельзя даже предположить возможность многократного проведения эксперимента на исследуемом объекте при неизменном действии неучтенных и неуправляемых факторов. Такая ситуация приводит к необходимости учета неопределенности, в общем случае, неизвестной природы. В таких условиях для описания неопределенности наиболее естественно представить факторы неопределенности в интервальной форме, т.е. задать диапазон возможных значений переменных или зависимостей. Для работы с данными, представленными в интервальном виде, появилось и начало бурно развиваться новое направление в современной прикладной математике, названное *интервальным анализом*.

Интервал – это замкнутый числовой промежуток. Например, интервал между 2 и 3 содержит все вещественные числа между 2 и 3, включая их самих, и обозначается как $[2, 3]$.

Соответственно, *интервальная неопределённость* – это состояние неполного (частичного) знания об интересующей нас величине, когда мы можем лишь ука-

зять её принадлежность данному интервалу. Иными словами, мы можем предъявить только границы возможных значений этой величины (либо пределы её изменения), и ширина получающегося интервала является естественной мерой нашей неопределённости (неоднозначности). Математическая дисциплина, которая изучает задачи с интервальными неопределённостями и неоднозначностями в данных и методы их решения называется *интервальным анализом*.

Выполнение арифметических операций над величинами, имеющими интервальную неопределённость, приводит к интервальной неопределённости в ответе, и интервал результата должен содержать все возможные результаты выполнения операции над представителями исходных интервалов. Например, $[1,2] + [2,3] = [3,5]$, если в пределах интервалов $[1,2]$ и $[2,3]$ соответствующие величины могут принимать значения «независимо» друг от друга. Аналогичным образом обстоит дело и с большинством других интервальных операций, так что в результате интервальных вычислений получающийся интервал гарантированно содержит множество всевозможных ответов «точечных» задач, данные к которым содержались в исходных интервалах. В целом, идея *интервальных вычислений* – это использование интервалов, представляющих числовые промежутки, как основного объекта данных.

Имеются три основных сферы успешного применения интервального анализа и интервальных методов:

- Решение практических задач, имеющих интервальную или, более общую, ограниченную неопределённость в данных.
- Строгий учёт ошибок округления при вычислениях с числами с плавающей точкой на цифровых ЭВМ.
- Новые подходы к решению традиционных математических задач (таких, к примеру, как задача глобальной оптимизации, глобальное доказательное решение систем нелинейных уравнений и т.п.).

Рассмотрим одну из сфер применения методов интервального анализа, а именно, учёт ошибок округления при вычислениях с числами с плавающей точкой. Числа с плавающей точкой (floating point numbers), которые являются основой современных цифровых ЭВМ, оказываются не вполне адекватными как реальному физическому миру, так и его математическим моделям, в частности, математическому понятию вещественного (действительного) числа. Основные недостатки чисел с плавающей точкой, как хорошо известно, заключаются в следующем:

- Большинство чисел вещественной оси не могут быть представлены точно числами с плавающей точкой, имеющими конечную длину мантииссы.
- Свойства арифметических операций над числами с плавающей точкой отличаются (из-за неизбежных округлений) от свойств идеальных математических операций над вещественными числами.
- Число в формате с плавающей точкой не несёт никакой информации о точности той величины, которую оно представляет.

Получается, что существующая модель вычислений с плавающей точкой не предназначена ни для представления, ни для отслеживания вычислительных ошибок, и потому большинство расчётов с ней и не дают никакого анализа

точности результатов. В той мере, в какой подобные вычислительные результаты используются для принятия критических решений, неучтённые ошибки вычислений означают повышенный риск. И чем сильнее эта зависимость от вычисляемых результатов, чем более важной является их корректность, тем больше допускаемый риск.

Интервальный тип данных и интервальная арифметика реализуются на современных ЭВМ, например, представлением интервала как пары чисел – одного для левого конца интервала, а другого для правого. При этом существующее аппаратное обеспечение, в частности, арифметика чисел с плавающей точкой, используются без каких-либо изменений, так как корректность получающейся интервальной арифметики может быть обеспечена так называемыми *направленными округлениями*. Например, там, где в задачах внешнего интервального оценивания в процессе вычислений требуется округление результата, нижняя граница интервала должна округляться вниз, а верхняя граница интервала – вверх. Таким образом, даже неизбежные ошибки округления при вычислениях с плавающей точкой будут строго и систематически учитываются в процессе выполнения интервальной программы.

В настоящее время существует немало программного обеспечения для низкоуровневой поддержки интервальных типов данных, а также отношений и операций с ним. Оно реализовано для самых разнообразных платформ, причём значительная его часть распространяется свободно.

Интервальный анализ и его специфичные методы имеют, таким образом, наивысшую ценность в задачах, где неопределённости и неоднозначности возникают с самого начала, будучи неотъемлемой частью постановки задачи. Хотя это никоим образом не исключает других плодотворных применений интервального анализа, в частности, в задачах формулируемых вообще без привлечения интервального языка. Например, в последние десятилетия интервальный анализ получил широкое распространение в качестве основы для так называемых доказательных (достоверных, надёжных) вычислений на ЭВМ, вычислений с гарантированной точностью и т.п., несмотря на то, что в этих приложениях интервальные методы являются всего лишь вспомогательным средством для решения задач, неинтервальных по своей природе.

Список используемых источников:

1. Добронец Б.С. Интервальная математика. Красноярск: Издательство КГУ, 2007.
2. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. XYZ, 2015.
3. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 2011.