DOI: 10.17117/na.2015.11.01.352

Поступила (Received): 14.11.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.11.01.352.pdf>**Магомедова П.Х.****Верификация корректности исходных данных
для календарного плана****Magomedova P.H.****Verification of correctness of the initial data for
calendar plan as finding hamiltonian paths**

Рассматривается задача составления календарного плана выполнения заданий при неполных исходных данных: только для некоторых пар заданий известны условия предшествования. Требуется выяснить, существует ли упорядочение всех заданий, соответствующее заданным условиям предшествования. Показано, что задача сводится к поиску гамильтонова пути в ациклическом ориентированном графе и разрешима за полиномиальное время

Ключевые слова: алгоритм, гамильтонов путь, граф, цикл

We consider the problem of drawing up the calendar plan of execution of tasks with incomplete initial data: only for some pairs of tasks known preceding conditions. Required to determine whether there is an ordering of all tasks corresponding to specified conditions of the antecedent. It is shown that the problem reduces to finding a Hamiltonian path in the acyclic directed graph and can be solved in polynomial time

Key words: algorithm, Hamiltonian path, graph, cycle

Магомедова Пирдас Хабибовна

*Кандидат экономических наук, доцент
Дагестанский государственный университет
Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. М.
Гаджиева, 43 А*

Magomedova Pirdas Habibovna

*Candidate of Economic Sciences, Associate Professor
Dagestan state university
Republic Dagestan, Makhachkala, M. Gadzhieva st.,
43 A*

Обычно календарный план, призванный координировать деятельность всех участников проекта, учитывает множество факторов: технологическую последовательность выполнения работ, состав исполнителей, сроки выполнения ими работ и др. При ближайшем рассмотрении даже исследование одной только составляющей этого множества факторов способно привести к непростой алгоритмической задаче, особенно в условиях неполноты входных данных.

В статье рассмотрена следующая задача. Пусть для некоторых пар из $n+1$ работ $v_0, v_1, \dots, v_n$ известно, какая из работ, составляющих пару, должна быть выполнена хронологически раньше, другими словами, заданы условия частичного предшествования. Требуется определить, существует ли такое упорядочение всех n работ, согласованное с заданными условиями частичного предшествования.

Вопрос полного упорядочения объектов в соответствии с заданными отношениями частичного предшествования возникает в задачах программирования часто. Например, в [1, с. 221] рассмотрена следующая задача. Дана лексикографически отсортированная последовательность слов из символов некоторого алфавита, требуется определить возможный порядок букв в этом алфавите. Здесь объектами выступают буквы алфавита, а информация о частичном предшествовании может быть получена по лексикографически отсортированной последовательности слов.

Приведем другой пример. Информация о частичном предшествовании для другой задачи, возникшей в программистской практике, задана следующим образом:

3: 1; 4: 8, 14; 5: 3; 6: 3; 7: 0, 5; 8: 10, 13, 16; 9: 2; 10: 15; 11: 7, 15, 16; 12: 15; 13: 15; 14: 6; 15: 1, 2; 16: 6,

где для каждого $i, i=0, 1, \dots, 16$ ($n=16$) после разделителя «:» приведен список номеров работ, предшествующих i . Например, работе с номером 11 должны предшествовать работы с номерами 7, 15 и 16 (и только они); в то же время для работ с номерами 0, 1 и 2 опережение не затребовано.

Сформулируем алгоритм решения. Пусть V – множество вершин $v_0, v_1, \dots, v_n$. Проведем дугу из вершины v_i в вершину v_j тогда и только тогда, когда для работ i и j известно, что работа j должна быть выполнена раньше, чем работа i . Выполним процесс помечивания вершин построенного ориентированного графа $G=(V,E)$ числовыми метками. Вначале значение $m(v)$ текущей метки положим равной 0 для каждой вершины v из V . Пока множество E не пусто, выполним следующие два действия:

1) выберем произвольную вершину v с нулевой полустепенью исхода и дугу (u,v) (если такая вершина v не существует, то задача не имеет решения и алгоритм завершается);

2) присвоим вершине u метку, равную $\max(m(u), m(v)+1)$, после чего дугу (u,v) удалим из E . Если после этого полустепень захода вершины v также равна нулю, то вершина v удаляется.

Для получения искомого полного упорядочения, согласованного с исходными условиями частичного предшествования, остается выстроить вершины графа G по неубыванию меток.

Граф G для приведенных выше исходных данных приведен на рис. 1 слева. Справа на рис. 1 ориентированный граф, соответствующий полному упорядочению

0, 1, 2, 9, 3, 15, 6, 5, 12, 13, 10, 16, 7, 14, 8, 11, 4,

сгенерированному сформулированным алгоритмом (для краткости мы ограничились номерами вершин по возрастанию меток).

Замечание. В ориентированном графе, соответствующему полному упорядочению, могут присутствовать и дуги, отсутствующие в графе G .

Рис. 1. Слева – ориентированный граф G , соответствующий исходной информации о частичном предшествовании. Справа показан один из вариантов допустимого полного упорядочения

Легко видеть, что наше решение в определенном смысле близко к поиску ориентированного гамильтонова пути в каждой компоненте ациклического ориентированного графа (хотя и отличается от него, как видно из замечания). В общем случае задача о гамильтоновом пути NP-полна [2, с. 249], однако, для ациклических ориентированных графов задача об ориентированном гамильтоновом пути разрешима за полиномиальное время [3]. При корректно заданном отношении частичного предшествования участвующий в нашем алгоритме ориентированный граф является, очевидно, ациклическим. Добавим также, что ориентированный граф имеет цикл в том и только в том случае, когда алгоритм поиска в глубину [4] находит обратную дугу.

Список используемых источников:

1. Магомедов Т.А., Магомедова А.М. Полное упорядочение по заданным отношениям частичного предшествования // Дагестан-ИТ – 2015. Махачкала: Фирма КИТ, 2015. С. 221-223.
2. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982. 416 с.
3. Lawler E.L. Combinatorial Optimization: Networks and Matroids. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1976.
4. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука. 384 с.

© 2015, Магомедова П.Х.

Верификация корректности исходных данных для календарного плана

© 2015, Magomedova P.H.

Verification of correctness of the initial data for calendar plan as finding hamiltonian paths