DOI: 10.17117/na.2015.10.03.093

<http://ucom.ru/doc/na.2015.10.03.093.pdf>

Поступила (Received): 31.10.2015

Гушанский С.М., Недорезова М.Д. Вариативность методов реализации квантового случайного блуждания и алгоритмов на его основе

Gushanskiy S.M., Nedorezova M.D.
The variety of quantum walk methods
realization and algorithm based on it

Работа посвящена построению модели схемы, реализующей phase flip, с целью продемонстрировать возможность расширения спектра характеристик квантового случайного блуждания. Приводится алгоритм, а также анализ результатов работы модели применительно к квантовому случайному блужданию и построению алгоритмов

Ключевые слова: квантовое случайное блуждание, phase flip, модель

The goal of the article is the variant extension demonstration of characteristics set of quantum walk by circuit model creating witch realizes the phase flip. There are adduced the algorithm and analysis of the model computational results in terms of quantum walk and algorithm development

Key words: quantum walk, phase flip, model

Гушанский Сергей Михайлович

Кандидат технических наук, доцент
Южный федеральный университет
Ростовская область, г. Таганрог, ул. Чехова, 2

Gushanskiy Sergei Mihailovich

Candidate of Engineering Sciences, Associate
Professor
Southern federal university
Rostov Region, Taganrog, Chekhova st., 2

Недорезова Мария Данииловна

Студент
Южный федеральный университет
Ростовская область, г. Таганрог, ул. Чехова, 2

Nedorezova Maria Daniilovna

Student
Southern federal university
Rostov Region, Taganrog, Chekhova st., 2

Разработка квантовых алгоритмов получила широкое распространение в последнее время. Их реализация способствует экспоненциальному ускорению вычислительных процессов, а также позволяет решать задачи, прежде неосуществимые. Однако, это лишь теоретические выкладки, требующие практических проверок.

Обратимся к такому явлению, как квантовое случайное блуждание, активизирующее суперпозицию и способствующее ускорению процесса вычисления [6].

С точки зрения физики, оно представляет из себя динамику возбуждений в квантово-механической спиновой системе, при этом вероятность обнаружения возбуждения в конкретном месте определяется правилами квантовой механики. Однако, с точки зрения вычислительной техники, квантовое блужда-

ние- полезный аналог классического, где вместо преобразования вероятности посредством стохастической матрицы, производятся преобразования амплитуды вероятностей с помощью унитарных преобразований [7].

В данной работе, на примере одного из частных случаев квантового блуждания, дискретного случайного блуждания, будет представлена модель реализации схемы, построенной с помощью пакета Matlab.

Рассмотрим классический случай блуждания по прямой. Каждый шаг представляет из себя передвижение влево или вправо. Таким образом, вероятность выбора одного из двух направлений движения равна 0.5. Для реализации квантового аналога необходимо ввести дополнительно пространство состояний.

Так каждый шаг одного из видов квантового блуждания- дискретное случайное блуждание, будет представлено двумя последовательными унитарными преобразованиями:

1. Определение нового состояния

$$C|n,0\rangle=a|n,0\rangle+b|n,1\rangle, C|n,1\rangle=c|n,0\rangle+d|n,1\rangle.$$

2. Переход в новое состояние

$$S|n,0\rangle=|n-1,0\rangle, S|n,1\rangle=|n+1,1\rangle.$$

Где $|n, 0\rangle, |n, 1\rangle$ – пространство состояний, $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ – Н-оператор Адамара [8].

Распределение вероятности дискретного квантового блуждания, на прямой остается неизменным в пространстве состояний (возможных позиций). Причем операции по реализации каждого из шагов блуждания имеют дополнения, называемые симметрией квантового блуждания. Моделирование этих дополнений возможно с помощью различных шумовых каналов, таких как bit flip, phase-flip [4].

Рассмотрим схему, реализующую phase-flip для двух входных значений в тогда и только тогда, когда оба значения равны нулю.

Как известно, в квантовом случае, в отличие от классического, информация кодируется в конечномерном комплексном векторном пространстве с использованием кубит. Кубит может находиться в состояниях от 0 до 1, которые являются базисными векторами в двумерном пространстве или в любой линейной комбинации этих базисных состояний с единичной нормой:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ и } |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} [2].$$

Квантовые вентили-матрицы, изменяющие вектор состояний и используемые в схеме данного алгоритма: NOT (НЕ), control-NOT(контролируемое НЕ) и вентиль Адамара Н – имеют вид:

$$\text{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C - \text{NOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

NOT в вычислительном базисе выполняет функцию логического оператора НЕ: $\text{NOT}|0\rangle = |1\rangle$ и $\text{NOT}|1\rangle = |0\rangle$. Вентиль Адамара Н трансформируют $|0\rangle$ в суперпозицию $|0\rangle$ и $|1\rangle$, т.е. $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ и $|1\rangle$ в $\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}$.

На рис.1 приведенная схема, позволяющая реализовать phase flips, но только в том случае, если оба регистра содержат $|0\rangle$. В первую очередь, к каждому регистру применяется вентиль NOT, далее – вентиль Адамара ко второму из кубитов. В конце концов – NOT к двум кубитам.

Рис. 1. Алгоритм работы модели

Квантовая временная сложность булевой функции зависит от количества вентилей, необходимых для реализации алгоритма, вычисляющего функцию с ограниченной ошибкой с точки зрения размера входов. На схеме размер равен двум, количество вентилей-7 [3].

Применим к моделированию высокоуровневый интерпретируемый язык Matlab. А именно создадим функцию, входными аргументами которой будут вектора состояний кубитов X_1 и X_2 , результатом выполнения функции станут их выходные значения [1].

На рис.2 показан алгоритм работы модели, в таблице 1 результат вычислений для всех возможных значения X_1 и X_2 , подаваемых на вход схемы. Следует обратить внимание на то, что X_1 преобразуется с помощью вентиля NOT дважды, значит, в силу того, что преобразование унитарное, вектор X_1 , подаваемый – это тот же самый вектор, что получается на выходе схемы. Кроме того, от начального значения X_1 зависит не только преобразование X_2 посредством вентиля C-NOT, но и значение X_2 на выходе схемы. Как можно

видеть из таблицы, при $X_1=|1\rangle$ изменений состояний не происходит, а при $X_1=|0\rangle$ - вполне определены.

Обратимся к квантовой теореме Пойа, в соответствии с которой распределение вероятностей нахождения квантовой частицы в заданной точке достаточно сильно зависит как от начального состояния, так и от фазы θ .

При $\theta=0$ нахождение частицы в исходном состоянии равна нулю. При $\theta=\pi$ блуждание возвратно при любом начальном состоянии. А при изменении $0<\theta<\pi$ вероятность возврата также вирируется [5].

Рис. 2. Схема, реализующая phase flip

Таблица 1. Таблица результатов

№	Входные состояния		Выходные состояния		θ
	X_1	X_2	X_1	X_2	
1	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	π
2	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	π
3	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	0
4	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	π

Обратимся к таблице результатов.

В соответствии с вышеизложенными положениями теоремы Пойа можно сделать вывод, что фаза для третьего случаев равнялась 0, для первого, второго и четвертого – π .

Моделирование работы схемы (рис.1) продемонстрировало один из вариантов изменения состояния кубита посредством фазового сдвига-phase flip.

В свою очередь, изменение фазы может влиять на то, каким именно путем будет реализовано квантовое блуждание. Таким образом, с увеличением числа методов реализации блуждания а частности, способствует, в целом, построению алгоритмов на его основе с алгоритмов, направленных на решение схожих задач, но различных по своим характеристикам.

Список используемых источников:

1. Перчёнок О.В. Квантовое моделирование алгоритма Дойча в среде Matlab/Simulink. Квантовое моделирование алгоритма Дойча в среде MATLAB Simulink.pdf
URL: <http://ipo.spb.ru/journal/content/1152/>
2. Калмычков В.А., Курганская Л.В., Шестова Е.А., Егошин А.В., Шумков Д.С. Моделирование операторов физических величин.
URL: <http://www.science-education.ru/107-8132>
3. Itakura Y.K. Quantum Algorithm for Commutativity Testing of a Matrix.
URL: <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0509206v1.pdf>
4. Chandrashekar C.M. Discrete-Time Quantum Walk-Dynamics and Applications.
URL: <http://arxiv.org/pdf/1001.5326.pdf>
5. Бондаренко А.Н., Дедок В.А. Квантовая теорема Пойа.
URL: <http://www.emis.de/journals/SEMR/v6/p199-210.pdf>
6. Гушанский С.М., Недорезова М.Д. Квантовые алгоритмы на основе случайного блуждания.
URL: http://itsau.ru/Content/downloads/SBORNIK_2012_ITSAU_T1.pdf
7. Reitzner D., Nagaj D., Buzek V. Quantum Walks.
URL: <http://arxiv.org/pdf/1207.7283.pdf>
8. Ambainis A. Quantum walks and their algorithmic applications.
URL: <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0403120v3.pdf>

© 2015, Гушанский С.М., Недорезова М.Д.
Вариативность методов реализации квантового
случайного блуждания и алгоритмов на его основе

© 2015, Gushanskiy S.M., Nedorezova M.D.
The variety of quantum walk methods realization
and algorithm based on it