DOI: 10.17117/na.2015.10.03.080

Поступила (Received): 20.10.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.10.03.080.pdf>**Горохова М.В.****Исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольной мембраны, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки****Gorokhova M.V.****Research of the voltage deformed condition of the rectangular membrane loaded by evenly distributed loading**

Рассмотрено численное и аналитическое решение задачи о выявлении одноосных зон сжатия для мягкой оболочки (мембраны). Численное решение проводилось с использованием программного комплекса ANSYS. Была построена расчетная модель мембраны и проведены расчеты при равномерно распределенной статической нагрузке. Исследовано влияние на решение задачи жесткости упругого основания. Проведено сравнение численного и аналитического решений

Ключевые слова: прямоугольная мембрана, зоны сжатия

The numerical and analytical decision of a problem on revealing of zones of compression for a soft cover (membrane) is considered. The numerical decision was spent with use of program complex ANSYS. The settlement model of a membrane has been constructed and calculations are carried out at in regular intervals distributed static loading. Influence on the decision of a problem of rigidity of the elastic basis is investigated. Comparison of numerical and analytical decisions is spent

Key words: rectangular membrane, compression zones

Горохова Марина Венидиктовна

Кандидат технических наук, доцент
Волжский государственный университет водного транспорта
г. Нижний Новгород, ул. Нестерова, 5

Gorokhova Marina Venidiktovna

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor
Volga state university of water transport
Nizhni Novgorod, Nesterov st., 5

В данном исследовании было проведено аналитическое и численное решение задачи о прямоугольной мембране, которая загружена равномерно распределенным давлением. Для выполнения численного решения был выбран современный программный комплекс ANSYS, реализующий метод конечных элементов. Библиотека конечных элементов ANSYS содержит более 200 различных типов элементов, каждый из которых предназначен для моделирования определенных видов элементов конструкции, материалов и их свойств, а так же различных видов нагрузок и деформации [3]. В данной работе для расчета мембран использовался элемент оболочки –SHELL 63 и проведено исследование некоторых опций выбранного типа конечного элемента и их влияние на результаты решения.

Следует отметить, что в настоящее время тонкие оболочки (мембраны) находят все большее применение в промышленности и технике. Такие оболоч-

ки относятся к мягким, потому что имеют нулевую жесткость на изгиб и поперечный сдвиг. Особенности таких оболочек и конструкций изготовленных из них является прочность при очень маленьком весе, способность к значительному и быстрому формоизменению, простота изготовления, компактность в упаковке и т.п. А использование в конструкциях традиционных, а так же современных высокопрочных тканей способствует все большему расширению области их применения. Так примером мягких оболочечных конструкций могут служить разделяющие две среды мембраны, демпферы (например, автомобильная подушка безопасности), парашют, скег судна на воздушной подушке. При эксплуатации мягких оболочек наиболее ярко проявляются такие их специфические особенности, как сильная изменяемость формы, возможность складкообразования, большая деформируемость материала, его ортотропия. Важной особенностью мягких оболочек является и то, что они плохо сопротивляются сжатию и изгибу, поэтому при наличии сжимающих нагрузок на их поверхности могут образовываться складчатые области с большим числом складок. Это обстоятельство привело к расчетной модели мембраны, в которой такие складчатые области рассматриваются как гладкие поверхности, состоящие из абсолютно гибких нерастяжимых нитей. Предполагается, что оболочка натянута только вдоль нитей. Каждая нить является идеализацией складки, так что деформация оболочки заключается в том, что вдоль некоторого семейства кривых происходит сжатие поверхности.

С использованием программного комплекса ANSYS проведено численное исследование поведения тонкой оболочки, типа пленки или ткани, под действием равномерно распределенного давления q , с целью выявления зон сжатия и их размеров. Результаты расчета сравнивались с аналитическим решением данной задачи.

Элемент SHELL63 оболочки [3], имеющиеся в программном комплексе, имеет шесть степеней свободы в каждом узле: перемещения в направлении осей X, Y, Z узловой системы координат и повороты вокруг осей X, Y, Z узловой системы координат. Важной особенностью элемента является то, что элемент может работать с изменением матрицы жесткости при приложении больших нагрузок и больших перемещений. Эффект изменения жесткости при приложении давления в элементе учитывается автоматически. Элемент имеет возможность поддержки вырождения элемента в треугольную форму. При этом данный элемент может использоваться для расчета трехслойных и многослойных оболочек.

Геометрия, расположение узлов и координатная система элемента SHELL63 показаны на рис.1. Направление ориентации ортотропного материала связано с системой координат элемента. Ось X системы координат элемента может быть повернута на угол.

Для указания толщины и другой информации для элемента можно использовать как геометрические характеристики, а так же поперечные сечения. При этом для однослойной оболочки указывают только геометрические характеристики. Толщина элемента может быть переменной, при этом она считается гладко изменяющейся по площади элемента и задается в четырех узлах.

Если элемент имеет постоянную толщину, то требуется указать только значение $TK(I)$.

Рис. 1. Элемент SHELL63

Давления на элемент могут быть указаны в качестве поверхностных нагрузок на гранях, как показано на рис.1. Положительное давление направлено внутрь элемента. Давления, прикладываемые на ребрах, имеют размерность силы, отнесенной к единице длины. Поперечное давление может быть эквивалентно элементарным (сосредоточенным) нагрузкам, прикладываемым в узлах (при $KEYOPT(6)=0$) или распределено по граням элемента (при $KEYOPT(6)=2$). Признак $KEYOPT(1)$ применяется для удаления и матрицы жесткости при необходимости мембранной или изгибной жесткости.

Кроме этого важным свойством для элемента SHELL63 является наличие возможности задания такой опции, как жесткость упругого основания(EFS). Она определяется как давление, требуемое для создания единичного перемещения основания по нормали. Если жесткость упругого основания указывается равной нулю или меньше, она игнорируется.

При аналитическом решении рассматривалась закрепленная по контуру квадратная мембрана со стороной a и толщиной h , под давлением q – рис. 2.

Рис. 2. Схема рассчитываемой пластины

Частный случай этой задачи, квадратную пластину, методом сеток рассмотрел в своем исследовании Е.П. Ковпак [1]. Для аппроксимации им использовалась консервативная схема второго порядка. Полученная при этом система нелинейных алгебраических уравнений решалась методом простой итерации. Отвечающие сеткам 20×20 и 30×30 значения прогибов и напряжений почти совпали, вплоть до прогибов порядка стороны элемента.

По результатам аналитического при различных значениях нагрузки q были построены профили сечения мембраны (при $x_2 = 0$ и $x_1 = x_2$), получено распределение напряжений в сечении $x_1 = x_2$ (рис.3). Было установлено, что при умеренных нагрузках максимальные напряжения возникают на некотором расстоянии от центра мембраны, а с ростом нагрузки сдвигаются к центру. При этом в углах мембраны наблюдаются одноосные зоны (зоны сжатия).

Рис. 3. Распределение нормальных напряжений в сечении $x_1 = x_2$ по результатам аналитического решения

Рисунок выполнен в безразмерных величинах:

безразмерное давление: $\bar{q} = \frac{q}{\mu} \cdot \frac{a}{h}$,

где q - давление на пластину, $\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

ν - коэффициент Пуассона, E - модуль упругости первого рода;

безразмерные координаты $\bar{x}_i = \frac{x_i}{a}, i = 1, 3$.

Аналогичная задача была решена с использованием программного комплекса ANSYS и элемента SHELL63 и построены соответствующие графики, которые позволили выявить зоны сжатия в мембране и размер этих зон. Расчет выполнялся для квадратной пластины со стороной $a = 1,0$ м, имеющей постоянную толщину $h = 0,001$ м. Контур пластины был закреплен по всем направлениям. На поверхности пластины действовало равномерно распределенное давление $q = 250$ МПа. Изотропные свойства пластины – $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$. Так как задача симметричная, то все расчеты проводились для одной четверти исходной пластины.

Так как рассматривается мягкая оболочка (оболочка, имеющая нулевую жесткость на изгиб и поперечный сдвиг), поэтому моментами и поперечными силами на гранях конечного элемента пренебрегали.

В процессе расчета, рассматриваемой задачи в программном комплексе ANSYS, использовались рекомендации, изложенные в [4].

В процессе численного решения задачи, изменялась такая опция элемента SHELL63, как жесткость упругого основания и решалось две задачи:

– мембрана с жесткостью упругого основания 50 МПа и загружена распределенным давлением;

– мембрана загруженная таким же распределенным давлением, но с жесткостью упругого основания равной нулю.

Сравнивались результаты этих численных решений между собой и с аналитическим решением. Кроме этого численные решения выполнялись при различных конечно-элементных сетках. Результаты расчетов в системе ANSYS представлялись в виде изображения деформированного и недеформированного положения мембраны, а так же поля распределения напряжений в мембране.

Численное решение, так же как и аналитическое, показало наличие зон сжатия в мембране. Для более наглядного представления результатов расчета для разных сеток и разных значений жесткости упругого основания мембраны были построены графики профиля сечения мембраны $y=0$ и профиля $y=x$.

Численное решение задачи для мембраны с ненулевой жесткостью упругого основания проводилось для трех вариантов разбивки ее на конечные элементы. За основу была сетка 30×30 элементов.

По результатам аналитического решения было установлено, что зоны сжатия в мембране находятся на расстоянии $x=0,066$ м от угла пластины, а в численном решении это расстояние составило $0,095$ м. Поэтому количество элементов на расчетной схеме оболочки было увеличено в каждом направлении в два раза. Все расчеты выполнены повторно, но уже с сеткой 60×60 элементов.

По результатам этого расчета построены аналогичные графики. При этом зоны сжатия находились уже на расстоянии $x=0,089$ м от угла пластины. Очевидно, что для сходимости численного решения к аналитическому, необходимо было еще раз увеличить число конечных элементов. Поэтому по сравнению с начальным делением число элементов в каждом направлении было увеличено в 4 раза, то есть рассматривалась сетка 120×120 элементов. Для новой модели по результатам расчета строились те же графики. Зоны сжатия по результатам расчетов находились на расстоянии $0,071$ м от угла пластины, что соответствует результатам аналитического решения.

Численное решение задачи для мембраны с нулевой жесткостью упругого основания проводилось для начальной сетки 30×30 элементов. В аналитическом решении такой пластины так же имеются зоны сжатия, находящиеся на расстоянии $x=0,066$ м от угла пластины. В полученном численном решении это расстояние $x=0,071$ м, то есть погрешность значения лежит в пределах длины элемента сетки. Увеличение количества элементов в два раза (60×60) выявило наличие зоны сжатия на расстоянии $x=0,06$ м. Это значение так же близко к точному, поэтому выполнять новый расчет в этой задаче уже не требовалось.

Для более наглядной проверки сходимости численного решения к аналитическому были построены графики зависимости длины зоны сжатия мембраны от количества элементов, на которые разбивается ее расчетная область (рис.4).

Рис. 4. Сравнительный анализ результатов сходимости численного решения к аналитическому

Из построенных на рис.4 графиков видно, что численное решение первой задачи сходится к аналитическому решению с увеличением количества элементов, на которые разбивается мембрана. Решение второй задачи, когда не учитывается жесткость упругого основания мембраны, на первом же шаге (сетка 30x30) близко к аналитическому. То есть использование такой опции элемента SHELL63, как жесткость упругого основания, значительно упрощает расчет и сокращает время вычислений, что важно при решении более сложных задач. Кроме этого численное решение задачи с использованием программного комплекса ANSYS так же, как и аналитическое решение, выявило наличие в углах прямоугольной мембраны зон сжатия. А проведенные численные исследования позволили выявить некоторые особенности элемента SHELL63 (мягкая оболочка). Все это необходимо учитывать при решении более сложных задач с использованием элементов оболочки.

Список используемых источников:

1. Черных К.Ф., Кабриц С.А., Михайловский Е.И., Товстик П.Е., Шамина В.А. Общая нелинейная теория упругих оболочек. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2002. 388 с.
2. Кузьмина Р.П. Мягкие оболочки. М.: Факториал Пресс, 2005. 256 с.
3. Басов К.А. ANSYS справочник пользователя. М.: ДМК-Пресс, 2005. 640 с.

© 2015, Горохова М.В.

Исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольной мембраны, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки

© 2015, Gorokhova M.V.

Research of the voltage deformed condition of the rectangular membrane loaded by evenly distributed loading