DOI: 10.17117/na.2015.09.779

Поступила (Received): 29.09.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.09.779.pdf>

Неснов Д.В. «Одевание» не развертываемой поверхности при условии минимизации отходов

Nesnov D.V.
"Dressing" not developable surfaces while minimizing waste

В статье рассматриваются проблемы «одевания» торовой поверхности материалом, выполненным в виде сплошной прямоугольной полосы. Ввиду того, что торовая поверхность является не развертываемой, возникают проблемы фиксации листового материала на данной поверхности при условии минимизации отходов

Ключевые слова: тороидальные координаты, развертка, минимизация отходов

The article deals with the problem of "dressing" torus surface material made in the form of a continuous rectangular strip. Because torus surface is not deployed, problems arise fixing the sheet material on the given surface while minimizing waste

Key words: torus coordinates, scan, minimizing waste

Неснов Дмитрий Валерьевич

Кандидат технических наук, доцент
Самарский государственный технический
университет
г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Nesnov Dmitriy Valeryevich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Samara state technical University
Samara, Molodogvardeyskaya st., 244

«Одевание» не развертываемой поверхности, в какой либо материал, заключается в том, что участки данной поверхности заменяют отсеками развертываемой поверхности. При этом важен так же порядок фиксации отсеков на заданной поверхности, что может влиять на раскрой листового материала, в который «одевают» не развертываемую поверхность.

Факторами, которые влияют на форму раскраиваемого материала, являются также толщина материала и минимизация отходов. Важно при этом учитывать, что отсеки, в которые будет «одета» не развертываемая поверхность будут расположены на прямоугольной полосе материала.

Рассматривается торовая поверхность. В уравнениях (1) даны параметрические уравнения тора [1, 2]:

$$x = (R + v \cos u) \cos t, \quad y = (R + v \cos u) \sin t, \quad z = v \sin u \quad (1)$$

Если учесть толщину материала b после «одевания», то получаем параметрические уравнения его теоретической поверхности:

$$x = [R + (v + b) \cos u] \cos t, \quad y = [R + (v + b) \cos u] \sin t, \quad z = (v + b) \sin u \quad (2)$$

Теоретическую поверхность тора аппроксимируем цилиндрами, при этом линия их стыка будет нормальным сечением, а отсеки образующих между

нормальным сечением и краевыми контурами будем представлять равными спрямленным дугам соответствующих параллелей тора.

Для этого необходимо разделить торовую поверхность плоскостями, проходящими через ось тора на $4n$ конгруэнтных отсека (рис. 1).

Рис. 1. Деление торовой поверхности

Краевые контуры будут отклоняться от поверхности тора, и это отклонение будет тем меньшим, чем больше n . Так же в направлении от нормального сечения к краевым контурам будет увеличиваться складчатость раскраиваемого материала вместе с уменьшением числа конгруэнтных отсеков.

Уравнения краевых контуров аппроксимирующих цилиндров можно получить при помощи формулы дифференциала дуги линии находящейся на поверхности тора [2]:

$$ds^2 = Edu + 2Fdudt + Gdt^2, \quad (3)$$

$$\text{где } E = \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 = (v+b)^2,$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial t} = 0,$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 = [R + (v+b)\cos u]^2 - \text{коэффициенты первой}$$

квадратичной формы поверхности (2).

Длина координатной линии $u=\text{const}$ получается из формулы (3) при условии $du=0$:

$$S_1 = \int_0^t [R + (v+b)\cos u] dt = [R + (v+b)\cos u] t \quad (4)$$

Длина координатной линии $t=\text{const}$ так же находится по вышеприведенной формуле (3) при $dt=0$:

$$S_1 = \int_0^u (v+b) du = (v+b)u \quad (5)$$

Изначально приняв условие, что линия стыка, как контур нормального сечения аппроксимирующего цилиндра, развернется в прямую, которую необходимо принять за ось OY . При этом в развернутом положении образующие цилиндра будут перпендикулярны оси OY , а длина их отрезков, между нормальными и краевыми контурами, равняется $[R + (v+b)\cos u]\frac{R}{2n}$. В результате получим параметрические уравнения краевых контуров аппроксимирующих цилиндров, с учетом (3) и (4):

$$X = \pm[R + (v+b)\cos u]\frac{\pi}{2n}, \quad Y = (v+b)u, \quad -\pi \leq u \leq \pi \quad (6)$$

В дальнейшем, отсеки торовой поверхности (2) так же аппроксимируем таким же цилиндром, но координация развертки будет выполнена по-другому. Начало координат из точки $u=0$, первого рассматриваемого случая, будет перенесено вдоль линии $t=\text{const}$ в точку $u=\pi$, которая соответствует параллели максимального радиуса торовой поверхности (2).

На развертке параметрические уравнения краевых контуров аппроксимирующего цилиндра будут соответствовать [3]:

$$X = \pm[R + (v+b)\cos(\pi+u)]\frac{\pi}{2n}, \quad Y = (v+b)(\pi+u), \quad -\pi \leq u \leq \pi \quad (7)$$

Сумма отрезков, которые равны абсциссам кривых (6) и (7)

$$[R + (v+b)\cos u]\frac{\pi}{2n} + [R + (v+b)\cos(\pi+u)]\frac{\pi}{2n} = \frac{\pi R}{n}$$

Из полученной формулы видно, что вычисленная сумма не зависит от u и является постоянной. При раскрое материала необходимо расположить ось O_1Y_1 (рис. 2) на расстоянии $\frac{\pi R}{n}$ от оси OY и построить развертки аппроксимирующих цилиндров (6) и (7). При этом, развертка первого цилиндра относится к системе XOY , а второго к системе $X_1O_1Y_1$. В результате получим полное совпадение боковых контуров $X>0$ и $X_1<0$.

Рис. 2. Развертки цилиндров

Учитывая полученные расчеты, порядок раскроя материала для “одевания” торовой поверхности заключается в следующем:

- изначально необходим материал прямоугольной формы длиной $2\pi R$ и шириной $2\pi(v+b)$;
- на нем поочередно наносятся развертки аппроксимирующих цилиндров (6) и (7), при этом полоса начинается и заканчивается развертками полуцилиндров (6) рисунок 3;
- установить на торовой поверхности (1) выкройки $2n-1$ цилиндров, цилиндры (6) и (7) будут чередоваться;
- последними будут зафиксированы выкройки неполных цилиндров (6).

Рис. 3. Приближенная развертка тора

Так как поверхность тора аппроксимировалась цилиндрами, то около боковых линий стыка будут образовываться складки. Полученную складчатость можно уменьшить либо путем увеличения числа отсеков n , либо вырезанием клиньев непосредственно во время “одевания” раскраиваемого материала.

Список используемых источников:

1. Скидан И.А., Коломиец Е.А. Нормальные тороидальные координаты и их приложение в математическом моделировании поверхностей. // Сборник работ международной научно-практической конференции, посвященной 200-летию создания начертательной геометрии. “Современные проблемы геометрического моделирования”. Харьков, 1998. С. 19-23.
2. Коломиец Е.А. Математические и компьютерные модели поверхностей в специальных нормальных координатах. Автореферат диссертации. Донецк, 2000. С. 24.
3. Неснов Д.В. Геометрическое моделирование полей в нормальных конических и нормальных тороидальных координатах. Автореферат диссертации. Донецк, 2004. С. 24.

References:

1. Skidan, I. A., Kolomiets, E. A. Normal toroidal coordinates and their application in mathematical modeling of surfaces. // The collection of works international scientific-practical conference dedicated to the 200th anniversary of the creation of descriptive geometry. “Modern problems of geometric modeling”. Kharkov, 1998. Pp. 19-23.

2. Kolomiets A. E. *Mathematical and computer models of special surfaces in normal coordinates. Abstract of Dissertation. Donetsk, 2000. P. 24.*
3. Nesnov D. V. *Geometric modeling in the fields normal normal conical and toroidal coordinates. Abstract of Dissertation. Donetsk, 2004. P. 24.*

© 2015, Неснов Д.В.

«Одевание» не развертываемой поверхности при
условии минимизации отходов

© 2015, Nesnov D.V.

"Dressing" not developable surfaces while
minimizing waste