DOI: 10.17117/na.2015.08.899

Поступила (Received): 24.08.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.08.899.pdf>

Телегин В.В.

Моделирование динамики механических систем с учётом зазоров в кинематических парах

Telegin V.V.

Modeling the dynamics of mechanical systems taking into account clearances in kinematic pairs

В статье рассматривается методика математического описания динамических моделей механических систем с зазорами в кинематических парах

Ключевые слова: механизм, кинематическая пара, зазор, жёсткость

The article discusses the technique of mathematical description of dynamic models of mechanical systems with clearances in kinematic pairs

Key words: mechanism, kinematic pair, clearance, rigidity

Телегин Виктор Валериевич

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой

Липецкий государственный технический университет

г. Липецк, ул. Московская, 30

Telegin Victor Valerievich

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Head of Department

Lipetsk state technical university

Lipetsk, Moskovskaya st., 30

Под механической системой, в контексте данной работы, будем понимать совокупность связанных между собой звеньев. Моделирование динамики – построение и исследование зависимости кинематических параметров и нагрузок, возникающих при движении таких систем. Основой для исследований является динамическая модель, представляющая собой систему сосредоточенных масс, соединённых безынерционными упруго-диссипативными и кинематическими связями [1 – 6].

Основные отличия динамической модели от реального механизма заключаются в ограничении его степеней свободы последнего некоторым конечным числом (количеством масс модели) и в идеализации упруго-диссипативных свойств его элементов [1, 7]. В простейшем случае силы упругости, возникающие при деформации звеньев механизма, полагают линейными, соответственно жёсткости звеньев – постоянными [1]. Такое положение дел далеко не всегда соответствует действительности. Жёсткость звена механизма может быть различной на растяжение и сжатие, а наличие зазоров в кинематических парах приводит к разрыву кинематических цепей механизма [1].

Процесс пересопряжения зазоров в механизме (рис. 1) можно представить следующим образом. Поверхность касания звеньев в зазоре изменяется за

какой-то промежуток времени от нуля до максимального значения, соответственно аналогично изменяется и жёсткость. Учитывая, что в зазоре находится смазка, на первом этапе взаимодействия звеньев в пределах зазора происходит её вытеснение, затем сжатие оставшейся масляной плёнки, контактная деформация сопрягаемых поверхностей и, наконец, деформация звеньев. Естественно, все эти процессы происходят одновременно. Однако, определяющим на каждом этапе, является какой-то один из приведённой последовательности.

ϑ – зазор с учётом зоны контактной деформации, η – односторонний зазор;
 U , x – идеальное и реальное перемещения звена, c – жёсткость звена

Рис. 1. Зазор: а – односторонний, б – двухсторонний

а – 1-го, б – 2-го и в – 3-го типов; ϑ и η – односторонний зазор с учётом и без учёта зоны контактной деформации; δ – деформация,
 c_c и c_p – жёсткость звена при сжатии и растяжении

Рис. 2. Изменение значения жёсткости в зазорах

Можно определить следующие три типа зазоров:

- Жёсткость звеньев при пересопрыжении зазора изменяется практически мгновенно от нуля до некоторого конечного значения (рис. 2а).
- После выборки зазора жёсткость в зоне контактной деформации изменяется по линейному закону (рис. 2б).
- После выборки зазора жёсткость в зоне контактной деформации изменяется по синусоидальному закону (рис. 2в).

Взаимодействие звеньев в соединениях с зазорами приводит к возможным разрывам кинематических цепей и, как следствие, возникновению, в терминах теории механизмов и машин, ударов (скачкообразного изменения ускорения или нагрузки).

Зазор 1-го типа – “жёсткий” удар в механизме (ускорений скачком изменяется от какого-то значения до бесконечности). Зазор 2-го типа – “мягкий” удар (ускорений скачком изменяется на конечную величину). Зазор 3-го типа – удары отсутствуют.

Очевидно, закон изменения жёсткости в пределах от η до θ теоретически определить проблематично. Численные эксперименты показали, что при зазорах соответствующих допускам меньших 5-го качества, а также односторонних зазорах в соединениях кулачок-толкатель (или коромысло) вполне обосновано применение модели зазора первого типа (рис. 2а), что приводит к сокращению объёма вычислений. Применение зазоров второго и третьего типа (рис. 2б и 2в) можно рекомендовать при моделировании соединений с зазорами, которые соответствуют предпочтительным посадкам с зазорами, используемыми в машиностроении и установленными ГОСТ 25347-82.

Соотношение зон непосредственного зазора (разрыва кинематической цепи) и контактной деформации, когда жёсткость начинает возрастать от нуля до своего максимального значения, определяется коэффициентом контактной деформации k . При его значении равном 0, – имеем зазор первого типа, 1 – разрыв кинематической цепи отсутствует. Последнее характерно для новых механизмов, кинематические пары которых ещё “не приработались” и соединений с зазорами, величины которых определяются значениями допусков полей допусков в пределах до 5-го – 6-го.

Рис. 3. Фрагмент динамической модели объекта “Коромысло”

Методику описания процесса пересопрыжения звеньев в соединении с зазором рассмотрим на примере фрагмента динамической модели (рис. 3) вращающегося звена (объект “Коромысло”) [8 – 10].

Уравнение движения массы m_1 модели этого объекта [9 – 10]:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -c_1 \cdot \delta - b_1 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{U}_1) + W_1 + \Omega_{12}, \quad (1)$$

где m_1 – масса, $c_1(c_c, c_p, \theta_1, \eta_1)$ – жёсткость, $\delta = x_1 - U_1 \pm \eta_1$, x_1 – реальное перемещение объекта, $b_1(\Psi_1, m_1, c_1)$ – приведённый коэффициент диссипации, U_1 – функция положения, W_1 – функции внешних нагрузок, Ω_{12} – функция отклика.

Жёсткость звена, если зазор раскрыт, на отрезке от $-\eta_1$ до $+\eta_1$ равна нулю ($\eta_1 \geq 0, \eta_1 \leq \theta$). На отрезке $|\theta_1 - \eta_1| > 0$ жёсткость возрастает от 0 до c_1 (c_1 равно c_c или c_p) мгновенно, если моделируется зазор 1-го типа, по линейному закону или синусоидальному, если моделируются зазоры 2-го или 3-го типа.

Полагая $\theta_1 > 0, |\theta - \eta_1| > 0, \eta_1 = \theta_1 \cdot (1-k)$, будем иметь следующие расчётные зависимости для определения жёсткости, деформации и нагрузок:

Зазор раскрыт. Вне зависимости от типа зазора:

$$-\eta_1 \leq x_1 - U_1 \leq +\eta_1, \quad \delta = x_1 - U_1, \quad c_1 = 0.$$

Зазор выбран. Сжатие.

Зазор 1-го типа	Зазор 2-го типа	Зазор 3-го типа
$x_1 - U_1 < -\eta_1,$	$x_1 - U_1 < -\eta_1,$	$x_1 - U_1 < -\eta_1,$
$\delta = x_1 - U_1 + \eta_1,$	$\delta = x_1 - U_1 + \eta_1,$	$\delta = x_1 - U_1 + \eta_1,$
$c_1 = c_c.$	$a = \frac{c_c}{\eta_1 - \theta_1}, \quad b = \frac{c_c \cdot \eta_1}{\eta_1 - \theta_1},$	$c_1 = 0.5 \cdot c_c \cdot (\sin(\pi \cdot \frac{x_1 - U_1 - 0.5 \cdot (\theta_1 + \eta_1)}{\theta_1 - \eta_1}) + 1).$
	$c_1 = a \cdot (x_1 - U_1) + b.$	Если $x_1 - U_1 \leq -\theta_1, c_1 = c_c.$
	Если $c_1 \geq c_c, c_1 = c_c.$	

Зазор выбран. Растяжение.

Зазор 1-го типа	Зазор 2-го типа	Зазор 3-го типа
$x_1 - U_1 > +\eta_1,$	$x_1 - U_1 > +\eta_1,$	$x_1 - U_1 > +\eta_1,$
$\delta = x_1 - U_1 - \eta_1,$	$\delta = x_1 - U_1 - \eta_1,$	$\delta = x_1 - U_1 - \eta_1,$
$c_1 = c_p.$	$a = -\frac{c_p}{\eta_1 - \theta_1}, \quad b = \frac{c_p \cdot \eta_1}{\eta_1 - \theta_1},$	$c_1 = 0.5 \cdot c_p \cdot (\sin(\pi \cdot \frac{x_1 - U_1 - 0.5 \cdot (\theta_1 + \eta_1)}{\theta_1 - \eta_1}) + 1).$
	$c_1 = a \cdot (x_1 - U_1) + b.$	Если $x_1 - U_1 > \theta_1, c_1 = c_p.$
	Если $c_1 \geq c_p, c_1 = c_p.$	

Список используемых источников:

1. Телегин В.В. Динамика механизмов многопозиционных холодноштамповочных автоматов. Липецк: ЛГТУ, 2006. 204 с.
2. Телегин В.В. Объектно-ориентированный подход и его компьютерная реализация в задачах анализа динамики машин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т. 12. № 4-3. С. 623-628.
3. Телегин В.В., Володин А.И., Абдуллах М.Н. Исследование влияния характера изменения технологического усилия штамповки на динамику кривошипного горячештамповочного прессы // Вести высших учебных заведений Черноземья. 2009. № 2. С. 78-82.
4. Телегин В.В., Коробов С.А. Построение имитационных моделей в задачах исследования динамики механических систем // Фундаментальные исследования. 2014. № 12-10. С. 2125-2130.

5. Телегин В.В., Абдуллах М.Н. Анализ влияния на динамику кривошипного пресса технологических схем штамповки // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т. 12. № 4-3. С. 629-633.
6. Телегин В.В. Динамический анализ механизма отрезки холодноштамповочного автомата // Фундаментальные исследования. 2013. № 11-5. С. 899-904.
7. Вульфсон И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов. Л.: Машиностроение, 1976. 281 с.
8. Телегин В.В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2009610701 от 29.01.2009. Ввод и тестирование данных объекта "Вращающийся рычаг".
9. Телегин В.В. Разработка и тестирование объекта системы динамического анализа механизмов (dam) // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2011. Т. 13. № 4-4. С. 1115-1118.
10. Телегин В.В. Разработка и тестирование объекта коромысло // Наука и производство Урала. 2008. № 4. С. 11-17.

© 2015, Телегин В.В.

Моделирование динамики механических систем с учётом зазоров в кинематических парах

© 2015, Telegin V.V.

Modeling the dynamics of mechanical systems taking into account clearances in kinematic pairs