DOI: 10.17117/na.2015.08.1129

Поступила (Received): 22.08.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.08.1129.pdf>

Кусяков А.Ш.

Исследования в области проектирования типовых инженерных конструкций из композитного материала

Kusyakov A.Sh.

Research in the field of design model engineering structures made of composite material

Приведены результаты исследований в области проектирования типовых инженерных конструкций из композитного материала на основе современных систем инженерного анализа. Приведены примеры оптимизации простейших конструкций в среде ANSYS, не требующие использования процедуры конечно-элементного анализа

Ключевые слова: *пластина, оболочка, композит, проектирование*

The results of research in the design of model engineering structures made of composite material based on CAE systems. The examples of optimization of the simplest structures in the environment ANSYS, not requiring the use of procedures for finite element analysis

Key words: *plate, shell, composite, design*

Кусяков Альфред Шамильевич

*Кандидат физико-математических наук, доцент
Пермский государственный национальный
исследовательский университет
г. Пермь, ул. Букирева, 15*

Kusyakov Alphred Shamilevich

*Candidate of Physico-mathematical Sciences,
Associate Professor
Perm state university
Perm, Bukireva st., 15*

К настоящему времени разработано значительное число систем инженерного анализа, получивших название Computer Aided Engineering (CAE), предназначенных для всестороннего анализа механических, температурных и других физических свойств исследуемого объекта. Обзор наиболее известных CAE приведен, например, в работе [9]. Основным методом расчета большинства систем инженерного анализа является метод конечных элементов (МКЭ). Сложная конструкция, согласно МКЭ, разбивается на конечные элементы простой формы, в пределах которых искомые величины, например, перемещения, представляются в виде некоторых интерполяционных многочленов. Таким образом, исходная краевая задача, описывающая «отклик» конструкции на действие внешних нагрузок, приводится к системе алгебраических уравнений относительно значений искомой величины в узлах конечно-элементной сетки.

Использование процедуры МКЭ приводит, как правило, к системам алгебраических уравнений большой размерности, достигающих 10000 и более.

Для типовых инженерных конструкций из композитного материала, таких как прямоугольные пластинки и цилиндрические оболочки, существует значительное число алгоритмов, представленных в виде конечных расчетных зависимостей [1, 3, 4, 8, 16, 17 и др.]. Использование МКЭ для исследования такого рода конструкций вряд ли можно признать целесообразным. В особенности это касается задач оптимального проектирования, предполагающих многократное проведение прямых поверочных расчетов. Для проведения расчетов типовых конструкций обычно используются программы, написанные на одном из языков программирования (фортран, си, паскаль и др.), или одной из систем компьютерной математики [5-6 и др.].

В настоящее время назрела явная необходимость включения существующих методик расчета типовых инженерных конструкций в состав библиотек САЕ. Одним из возможных путей решения данной проблемы является использование систем программирования, встроенных в САЕ. В частности, в состав программного комплекса ANSYS [2, 7, 10, 11 и др.] входит система программирования на основе языка параметрического программирования APDL. Этот язык позволяет разрабатывать новые приложения, сохраняя при этом возможность использования всех традиционных процедур конечно-элементного анализа.

В качестве иллюстрации рассмотрим две простейшие задачи оптимального проектирования типовых инженерных конструкций из композитного материала в среде ANSYS.

Пример 1. Многослойная пластинка из композитного волокнистого материала находится под действием сжимающих нагрузок (рис. 1).

Рис. 1. Пластика, сжатая в одном направлении

Предполагается, что полотно пластинки образовано укладкой продольных и поперечных слоев, упакованных симметрично относительно срединной поверхности пластинки. Требуется при заданных габаритных размерах и величине сжимающей нагрузки подобрать параметры пластинки так, чтобы данная конструкция обладала минимальной массой.

Введем следующие обозначения:

h – толщина многослойной пластинки;

θ_0 и θ_{90} – относительные содержания продольных и поперечных слоев соответственно ($\theta_{90} = 1 - \theta_0$);

ρ – плотность материала конструкции.

С учетом введенных обозначений задача оптимизации формулируется следующим образом: найти неотрицательные значения параметров h и θ_0 , которые обеспечивают минимум массы конструкции $G = \rho abh$. Предполагается, что данная конструкция работает только на устойчивость, то есть физическое ограничение имеет вид

$$q = q_{cr},$$

где q – заданная нагрузка, а q_{cr} – критическая нагрузка, при которой происходит потеря устойчивости пластинки.

Для вычисления критической нагрузки воспользуемся известной формулой для ортотропной пластинки

$$q_{cr} = \frac{\pi h^3}{6b^2} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + A_{12} + 2A_{66} \right),$$

где A_{11} , A_{22} , A_{12} и A_{66} – компоненты матрицы жесткости многослойного пакета:

$$A_{11} = b_{11}\theta_0 + b_{22}\theta_{90},$$

$$A_{22} = b_{22}\theta_0 + b_{11}\theta_{90},$$

$$A_{12} = b_{12}, \quad A_{66} = b_{66}.$$

Здесь b_{11} , b_{22} , b_{12} и b_{66} – компоненты матрицы жесткости слоя в главных осях, связанные с упругими постоянными следующими зависимостями:

$$b_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{66} = G_{12}.$$

Здесь E_1 и E_2 – модули упругости вдоль и поперек волокон соответственно; ν_{12} и ν_{21} – коэффициенты Пуассона $\left(\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \right)$; G_{12} – модуль сдвига.

Выразим толщину оболочки через величину действующей нагрузки, а затем подставим полученное выражение в целевую функцию G . В результате получим

$$G = \rho ab \sqrt[3]{\frac{6b^2 q}{\pi \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + A_{12} + 2A_{66} \right)}}.$$

Таким образом, проблема оптимального проектирования в данном случае приведена к задаче исследования на минимум функции одной переменной $G = G(\theta_0)$, $0 \leq \theta_0 \leq 1$. Очевидно, что минимум функции достигается при $\theta_0 = 0,5$.

В среде ANSYS данную задачу можно решить численно при помощи встроенной подсистемы Design Optimization. В соответствии с алгоритмом оптимизации сначала следует подготовить файл анализа (anlplst.txt):

! Создание файла анализа anlplst.txt

/Prep7

! Длина и ширина пластинки

a=1

b=1

! Упругие характеристики материала пластинки

E1=140e9

$$E2=7e9$$

$$G12=2.75e9$$

$$v12=0.24$$

$$v21=v12*e2/e1$$

! Относительное содержание продольных слоев

$$ET=0.5$$

! Матрица жесткости однонаправленного слоя

$$B11=E1/(1-v12*v21)$$

$$B22=E2/(1-v12*v21)$$

$$B12=v12*E2/(1-v12*v21)$$

$$B66=G12$$

! Матрица жесткости многослойной пластинки

$$A11=B11*et+B22*(1-ET)$$

$$A22=B22*ET+B11*(1-ET)$$

$$A12=B12$$

$$A66=B66$$

! Плотность материала пластинки

$$R0=1450$$

! Заданная нагрузка

$$q=1e6$$

! Целевая функция

$$PI=3.1415927$$

$$K= R0*a*b$$

$$G= K*(6*b**2*q/PI/(sqrt(A11*A22)+A12+2*A66))**(1/3)$$

В системе ANSYS файл анализа можно загрузить, например, по команде:

/input, anlplst, txt

Для входа в подсистему Design Optimization и открытия файла анализа служат команды:

/OPT ! Вход в модуль оптимизации

OPANL, anlplst, txt ! Открытие файла анализа

После открытия файла анализа следует задать:

- переменные проекта;
- переменные состояния;
- целевую функцию.

Переменные состояния – это варьируемые величины, которые изменяются с целью нахождения оптимального проекта. В качестве переменных состояния выступают величины, которые используются при построении ограничений, наложенных на проект. Если ограничений нет, то есть решается задача безусловной оптимизации, переменные состояния отсутствуют. Целевая функция – это функция переменных проекта, которую следует минимизировать. Задание переменных оптимизации осуществляется по команде

OPVAR, name, type, min, max, toler

Здесь name – имя переменной оптимизации, задаваемое пользователем; type – тип переменной оптимизации; min, max – наименьшее и наибольшее

значения переменной оптимизации соответственно; *toler* – заданная точность. Параметр *type* может принимать следующие значения: DV – переменная проекта (design variables), SV – переменная состояния (state variables), OBJ – целевая функция (objective function). В рассматриваемом примере имеется всего одна переменная проекта – относительное содержание продольных слоев θ_0 , переменные состояния отсутствуют, а целевой функцией служит масса конструкции *G*. Команды задания переменной проекта и целевой функции имеют вид:

OPVAR, ET, DV, 0, 1 ! Переменная проекта

OPVAR, G, OBJ ! Целевая функция

В учебной версии системы ANSYS используются два метода оптимизации: метод аппроксимаций и градиентный метод первого порядка. В рассматриваемом примере используется градиентный метод. Выбор метода осуществляется по команде:

OPTYPE, FIRST ! Градиентный метод

Параметры этого метода в общем случае задаются по команде

OPFRST, NITR, SIZE, DELTA

Здесь NITR – максимальное число итераций (по умолчанию NITR=10); SIZE – максимально допустимое значение шага по переменным проектирования в процентах (рекомендуемое значение SIZE=100); DELTA – величина приращения шага в процентах, используемая при вычислении производных по переменным проектирования. В рассматриваемом примере команда задания параметров оптимизации имеет вид:

OPFRST, 30, 100, 0.01 ! Параметры метода оптимизации

Для запуска процедуры оптимизации используется команда

OPEXE ! Запуск на выполнение

Для просмотра результатов оптимизации в текстовом виде служит команда

PRVAROPT, ET, G ! Вывод результатов

Пример 2. Многослойная цилиндрическая оболочка радиусом *R* и длиной *L* находится под действием сжимающих вдоль образующих нагрузок (рис. 2). Предполагается, что полотно оболочки состоит только из продольных и кольцевых слоев, упакованных симметрично относительно срединной поверхности оболочки. Требуется найти параметры оболочки так, чтобы при заданных габаритах (радиусе и длине оболочки) конструкция обладала минимальной массой. Предполагается, что оболочка работает только на устойчивость.

Рис. 2. Оболочка, сжатая вдоль образующих

С учетом введенных ранее обозначений задачу оптимизации сформулировать следующим образом: найти значения общей толщины полотна оболочки h и относительное содержание продольных слоев θ_0 , которые обеспечивают минимум массы оболочки $G = 2\pi RL\rho h$.

Для вычисления критической нагрузки воспользуемся известной формулой для ортотропной оболочки

$$q_{cr} = \frac{h^2}{R\sqrt{3}} \sqrt{2A_{66}(\sqrt{A_{11}A_{22}} + A_{12})},$$

где A_{11} , A_{22} , A_{12} и A_{66} – компоненты матрицы жесткости многослойного пакета, вычисляемые по тем же формулам, что и в случае пластинки.

При помощи рассуждений, аналогичных случаю прямоугольной пластинки, данную задачу можно привести к задаче исследования на минимум функции одной переменной

$$G(\theta_0) = 2\pi RL\rho \sqrt{\frac{qR\sqrt{3}}{\sqrt{2A_{66}(\sqrt{A_{11}A_{22}} + A_{12})}}},$$

где $0 \leq \theta_0 \leq 1$.

Соответствующая данному примеру программа оптимизации имеет вид:

! Создание файла анализа anlshll.txt

/Prep7

! Радиус и длина оболочки

R=0.25

L=0.5

! Упругие характеристики материала конструкции

E1=140e9

E2=7e9

G12=2.75e9

v12=0.24

v21=v12*e2/e1

! Относительное содержание продольных слоев

ET=0.5

! Матрица жесткости однонаправленного слоя

B11=E1/(1-v12*v21)

B22=E2/(1-v12*v21)

B12=v12*E2/(1-v12*v21)

B66=G12

! Матрица жесткости многослойного пакета

A11=B11*et+B22*(1-ET)

A22=B22*ET+B11*(1-ET)

A12=B12

A66=B66

! Плотность исходного материала
 $R0=1450$
! Заданная нагрузка
 $q=1e6$
! Целевая функция
 $PI=3.1415927$
 $K=2*PI*R*L*RO$
 $G=K*\sqrt{Q*R*\sqrt{3}}/\sqrt{2*A66*(\sqrt{A11*A22}+A12))}$
! Загрузка файла анализа

/OPT ! Вход в модуль оптимизации
OPANL, anlshll, txt ! Открытие файла анализа
OPVAR, ET, DV, 0, 1 ! Переменная проекта
OPVAR, G, OBJ ! Целевая функция
OPTYPE, FIRST ! Градиентный метод
OPFRST, 30, 100, 0.01 ! Параметры метода оптимизации
OPEXE ! Запуск на выполнение
PRVAROPT, ET, G ! Вывод результатов

Более сложные алгоритмы оптимального проектирования, учитывающие как условия устойчивости, так и ограничения по прочности приведены, например, в работах [12-15].

Список используемых источников:

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 448 с.
2. Басов К.А. ANSYS: Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.
3. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
4. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. 170 с.
5. Дьяконов В.П. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. М.: ДМК-Пресс, 2008. 576 с.
6. Дьяконов В.П. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. М.: Солон-Пресс, 2004. 832 с.
7. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. М.: Едиториал УРСС, 2004. 272 с.
8. Королев В.И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. М.: Машгиз, 1965. 272 с.
9. Кусяков А.Ш., Клизман Е.П. Коммерческие пакеты программ в МТДТ. Перм. ун-т. Пермь, 2007. 32 с.
10. Кусяков А.Ш. Конечно-элементное моделирование в среде ANSYS. Перм. ун-т. Пермь, 2007. 150 с.
11. Кусяков А.Ш. Компьютерное моделирование на основе ANSYS. Перм. ун-т. Пермь, 2008. 168 с.
12. Кусяков А.Ш. Оптимизация тонкостенных композитных оболочек, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления. ПГНИУ. Пермь, 2012. Вып. 44. С. 49-58.
13. Кусяков А.Ш. Проектирование тонких пластин, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр. Пермь, 2013. Вып. 45. С. 30-38.
14. Кусяков А.Ш. Алгоритм проектирования подкрепленных композитных пластин // Вестник Пермского университета. Пермь. 2013. Вып. 4(23). С. 34-38.
15. Кусяков А.Ш. Проектирование композитных трехслойных пластин // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 2014. Вып. 46. С. 46-52.

16. Смердов А.А. Основы оптимального проектирования композитных конструкций. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 88 с.
17. Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 248 с.

© 2015, Кусяков А.Ш.

Исследования в области проектирования типовых инженерных конструкций из композитного материала

© 2015, Kusyakov A.Sh.

Research in the field of design model engineering structures made of composite material