DOI: 10.17117/na.2015.01.153

Поступило в редакцию: 26.01.2015

<http://ucom.ru/doc/na.2015.01.153.pdf>

Тюков В.А.

Описание электромагнитных явлений и взаимодействий

Tyukov V.A.

Electromagnetic effects and interactions description

В статье представлен способ описания электромагнитных явлений и взаимодействий с использованием скалярных и векторных функций точки, аппарата векторного анализа. Показана тесная связь математической интерпретации процессов с реальными физическими процессами, электромагнитными явлениями и взаимодействием. Введены понятия плотностей электрического и магнитного полей, потоков и импульсов, определяющих энергетические свойства и движение

Ключевые слова: явления, взаимодействия, функции точки, векторный анализ, теоремы, потоки, импульсы

Тюков Валентин Андреевич

Доктор технических наук, профессор
Новосибирский государственный технический университет
г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20

The paper states the method of electromagnetic effects and interactions description with point scalar and vector functions based on the vector analysis. The processes mathematical interpretation is shown to be related closely to real physical processes, electromagnetic effects and interactions. The electric flux density, magnetic flux density, electrical pulse, magnetic pulse concepts have been introduced to describe motion and energy properties

Key words: effects, interactions, point functions, vector analysis, theorems, fluxes, pulses

Tyukov Valentine Andreevich

Doctor of Technical Science, Professor
Novosibirsk state technical university
Novosibirsk, K. Marksa ave., 20

В математической физике рассматриваются различные величины, которые зависят не только от положения точки или от координат, но и от другой независимой переменной, в большинстве случаев от времени. Рассматриваемая величина может являться числом или вектором, и принято говорить о скалярной или векторной функции точки. Математически это означает, что в данной области пространства задано скалярное или векторное поле. Например, в электромагнитном поле, плотность заряда в различных точках любой среды представляет собой скалярную функцию точки, а напряженности электрического и магнитного полей и, соответственно, плотность электрического поля – плотность тока и плотность магнитного поля – магнитная индукция являются векторными функциями точки [1]. Следует связать указанные скалярные и векторные функции, а также описать их взаимосвязь и взаимодействия с позиций математической физики. Это возможно только с помощью применения векторного анализа [2]. Прежде всего, необходимо провести анализ электрических явлений в проводящей среде. Всякое движение электрических зарядов

называют электрическим током. Для количественной характеристики электрического тока введены две величины: плотность тока и сила тока. Если концентрация заряженных частиц N и скорость движения их u , то заряд, переносимый частицами через площадку dS , перпендикулярную направлению движения, равен Neu , где e – заряд данной частицы. Поэтому величина плотности тока j , а по сути, плотности электрического поля, равна $j = Neu$. Здесь N и e суть скалярные величины, а скорость – вектор, следовательно, плотность тока j векторная величина. Так как скорость u характеризует движение заряженных частиц в данной точке, то и вектор плотности тока j определяет ток в данной точке проводящей среды. Величина заряда через площадку dS за время dt , будет равна $dq = j dS dt$. При совпадении направлений вектора плотности тока j с нормалью $\vec{n}$ площадки dS величина заряда определяется как $dq = j dS dt$. Если направление (скорость) движения не перпендикулярно dS , то необходимо взять составляющую плотности тока j_n , совпадающую с нормалью площадки $\vec{n}$.

Сила тока i в какой-либо точке проводящей среды, например в проводнике, равна величине заряда, проходящего в единицу времени через полное сечение проводника, т.е. $i = dq/dt$ или сила тока есть быстрота (производная по времени) изменения заряда. Если точку окружить замкнутой поверхностью, то получим элементарный объем, в котором изменяется заряд или возникает перенос заряда, интенсивность переноса определяется силой тока. Единица измерения силы тока ампер, определяются как перенос заряда в один кулон в секунду (Кл·с) [3].

Связь плотности тока j с объемной плотностью электрического заряда ρ , в одной и той же точке среды, определяется уравнением $\partial \rho / \partial t = \text{div } j$. Это есть уравнение непрерывности в дифференциальной форме, определяемое законом сохранения заряда. Следует употреблять символы частных производных, поскольку ρ и j зависят как от координат, так и от времени. Таким образом, непрерывное движение (изменение) заряда вызвано законом сохранения заряда. А плотность электрического заряда ρ , плотность тока j и сила тока i – интенсивность переноса заряда, являются определенными функциями точки [4].

Принцип относительности указывает на неразрывную взаимосвязь электричества и магнетизма, откуда следует, принцип взаимосвязи электрических и магнитных явлений в конкретной точке. Любые изменения необходимо рассматривать в совокупности, как одно полное изменение электромагнитного поля. Естественно, что изменение электрического поля и его конкретных величин, вызывает изменение магнитного поля и величин, характеризующих магнитные явления. Характеристикой вызывающей динамический процесс представляется электромагнитное взаимодействие как объективная форма движения и развития процессов [5].

Электромагнитное взаимодействие, фундаментальное взаимодействие между частицами (телами), обладающими электрическим зарядом. Электромагнитное взаимодействие приводит к изменению сил или моментов, действующих в электромагнитном поле на элементарные объемы, обладающие распределенными зарядами или движущимися зарядами (токами). В пространстве, разделяющем элементарные объемы, происходит динамический

процесс, который распространяется с конечной скоростью. Современное представление об электромагнитном взаимодействии заключается в том, что, если любое поле есть совокупность квантов (зарядов) этого поля, то кванты электромагнитного поля являются переносчиками этого взаимодействия. Интенсивность электромагнитного взаимодействия определяется константой связи (константой взаимодействия), т.е. электрическим зарядом. Состояние электромагнитного поля характеризуется двумя основными векторами: напряженностью электрического поля E и магнитной индукцией B , являющимися функциями координат и времени.

В классических рамках электромагнитное взаимодействие описывается следующим образом. Силу, действующую на проводник с током, расположенном в магнитном поле B , легко определить из следующих представлений. Ток представляет собой движение зарядов q , по проводнику со скоростью u . Каждый заряд испытывает поперечную (магнитную) силу $F = q[uB]$. Если в единичном объеме имеется n зарядов, то, следовательно, в объеме проводника длиной Δl и сечением S количество зарядов равно $nS\Delta l$. Полная магнитная сила, действующая на объем, равна сумме сил, действующих на отдельные заряды $\Delta F = nS\Delta lq[uB]$. Но величина $nqv = j$ – плотность тока, так что $\Delta F = [jB]S\Delta l$ и сила, действующая на единицу объема, равна $[jB]$. Подтверждение неразрывной взаимосвязи электричества и магнетизма – сила, действующая на единицу объема, равна векторному произведению плотностей электрического и магнитного полей. Соотношение jS поток вектора плотности тока, условно можно назвать полным током I в проводнике по направлению элемента проводника. Тогда $\Delta F = [IB]\Delta l$ и сила, действующая на единицу длины проводника, равна $[IB]$. В результате получен вывод – магнитная сила, действующая на проводник и возникающая от движения зарядов, зависит только от полного тока, а не от величины заряда, переносимого каждой частицей. Полученный вывод позволил обосновать статическую теорию электромагнитного поля. Если ток постоянен, следовательно, постоянна плотность электрических зарядов, то и электрические и магнитные поля не меняются во времени и их можно рассматривать как поля статические. Но следует иметь в виду, что магнитные поля образуются движущимися зарядами, и статическое магнитное поле только приближение. Это связано с особым случаем динамики, когда движется большое число зарядов. Большое число зарядов можно приближенно описывать как постоянный поток зарядов, и тогда можно говорить о плотности тока j , которая не меняется со временем [6].

Известны четыре основных эффекта, которые были ясно продемонстрированы экспериментами. Электрические заряды притягиваются или отталкиваются друг от друга, магнитные полюса (магнитные моменты) привлекают или отталкивают друг друга похожим способом и всегда идут парами, электрический ток в проводе создает круговое магнитное поле вокруг провода, при перемещении магнита ток индуцируется в петле провода. Важнейшей особенностью электромагнитного взаимодействия является наличие зарядов противоположного знака. Это делает возможным как притяжение частиц, так и отталкивание, а также отсутствие сил при взаимной компенсации зарядов.

Векторные величины электромагнитного поля E и B говорят о силах, которые будут действовать на материальную частицу, несущую заряд. Сила определяется в точке заряда и не изменится, если источник полей E или B движется, а изменяются в результате движения как раз значения E и B . Описание этих эффектов возможно только дифференциальными уравнениями в частных производных с применением векторного анализа [7]. Система дифференциальных уравнений с частными производными описывает эволюцию электромагнитного поля, известна как уравнения Максвелла. Формирование системы уравнений происходило в те времена, когда уже были известны теоремы векторного анализа Остроградского и Стокса. Теорема преобразования объемного интеграла в поверхностный интеграл (Теорема Остроградского – в векторном анализе ее называют теоремой о дивергенции), может быть записана относительно вектора плотности электрического поля, плотности тока j , поскольку теорема связывает объемную плотность векторной величины – вектора с потоком данного вектора через ориентированную поверхность. Поток вектора j , характеризующего какое-либо поле, через произвольную замкнутую поверхность S , мысленно проведенную в этом поле, равен интегралу от дивергенции вектора j , взятому по объему V , ограниченному замкнутой поверхностью S . Соответственно, магнитная сила, действующая на проводник и возникающая от движения зарядов, зависит только от потока плотности тока (полного тока), а не от величины заряда, переносимого каждой частицей [8].

Теорема преобразования линейного интеграла в поверхностный интеграл – теорема Стокса утверждает, что циркуляция вектора a , характеризующего какое-либо поле, вдоль произвольного замкнутого контура L , мысленно проведенного в этом поле, равна потоку вектора $\text{rot } a$ через поверхность S , натянутую на контур L . В электромагнитном поле известны циркуляции векторов напряженностей электрического E и магнитного H полей. Явление электромагнитной индукции математически описывается уравнением Максвелла в частных производных и векторной форме $\text{rot } E = - \partial B / \partial t$, которое показывает, что скорость изменения вектора магнитной индукции B выражается через напряженность электрического поля E , где B и E – векторы-функции. Известна теорема: поток любого вектора, прошедший через единичную площадку в единицу времени, а произведение его количества равно импульсу в единице объема пространства [6]. Применительно к электромагнитному полю можно предположить, что поток вектора плотности тока (полный ток) в единице объема проводника, определяет поток импульса магнитного поля в единице объема пространства, окружающего единицу объема проводника. Физически это означает, что циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна полному току, охваченному контуром – закон Ампера. Математически же показано, что интеграл по любому замкнутому пути от любого векторного поля равен поверхностному интегралу или току сквозь поверхность, натянутую на данный контур – теорема Стокса векторного анализа. Это указывает на неразрывную взаимосвязь электричества и магнетизма, возникающую из принципа относительности, или магнетизм и электричество всегда должны быть взяты в совокупности как одно полное электромагнитное поле [9].

Естественна и обратная связь: поток плотности магнитного поля или поток вектора магнитной индукции через ориентированную единичную площадку dS , магнитный поток, равен BdS . И, соответственно, поток изменяющейся во времени магнитной индукции сквозь замкнутый контур, охватывающий поток или ограничивающий ориентированную поверхность, вызывает циркуляцию вектора плотности тока или напряженности электрического поля в замкнутом контуре и определяет поток импульса электрического поля. Физически это явление электромагнитной индукции, которое в формулировке Максвелла определено как: при всяком изменении магнитного поля во времени в замкнутом контуре, сцепленном с магнитным полем, наводится электродвижущая сила, при этом не имеет значения, чем вызвано изменение магнитного поля. Циркуляция напряженности электрического поля (плотности тока) вдоль замкнутого контура равна электродвижущей силе и вызывает поток импульса магнитного поля. Математически это подтверждается теоремой Стокса векторного анализа [9].

Процессы преобразования энергии также просто описываются при применении векторного анализа. Следует учитывать, что энергия и работа являются скалярными величинами, так это скалярное произведение векторов, также как и потоки векторов. Единичный объем (элемент) можно рассматривать как объем с сосредоточенной массой m , движущийся под действием силы $F_{эм} = j \cdot B$, и, следовательно, $F_{эм} = mdv/dt = mdx^2/dt^2 = B \cdot j$. Используется декартова система координат и одномерное движение. Здесь не рассчитывается процесс нарастания плотности тока j , поскольку ускорение заряженных частиц в направлении приложенного электрического поля достигает огромных величин.

Движение единичного объема определяется векторными величинами в принятой системе координат: ускорение – $a = j \cdot B/m$, скорость – $v = B \cdot j \cdot t/m$, пройденное расстояние – $x = B \cdot j \cdot t^2/2m$. Установившееся движение при постоянной скорости, когда $F_{эм} = -F_{мех}$, и тогда удельные мощности: электромагнитная $r_{эм} = B \cdot j \cdot v$ и механическая $r_{мех} = F_{мех}v$ или $r_{эм} = -r_{мех}$, т.е. электромагнитная мощность преобразуется в механическую. Кроме того, в единичном объеме выделяется мощность рассеивания (потери) $r_{эл} = jE$. От источника единичный объем потребляет суммарную мощность $r_{эм} + r_{эл}$.

В случае, когда единичный объем находится в неподвижном контуре, преобразование энергии возможно при изменении магнитного поля во времени. Так как индукция магнитного поля B величина векторная, то и производная по времени (скорость изменения) также вектор $E = dB/dt$, изменяющийся по модулю (с постоянным направлением). Взаимодействие векторных величин определяется правилами векторного анализа.

В цилиндрической системе координат, ось z которой проходит через центр контура, а индукция зависит от радиуса ϱ , и поскольку, каждому допустимому численному значению скалярного аргумента t соответствует векторная функция B , то точке, определяемой радиусом-вектором ϱ и принадлежащей контуру L , создается вектор E_k , равный произведению векторов $[\varrho B]$, направленный по касательной к радиус-вектору ϱ . Вектор $E_k = [\varrho B]$, напряжен-

ность электрического поля в заданной точке контура L . Сила, действующая на заряд q_k , определяется как $F_k = q_k E_k$ и при перемещении заряда на расстояние Δl выполняется работа, равная энергии затраченной на изменение магнитного поля.

В классической электродинамике известно, что $\text{rot } E = - dV/dt$. Именно это электрическое поле перемещает заряд в проводнике и создает ЭДС в неподвижном произвольном контуре L , когда магнитный поток через поверхность, ограниченной этой кривой изменяется. Возникает циркуляция вектора E по замкнутому контуру, равная потоку ротора E через поверхность, ограниченную этим контуром. Кроме того, происходит изменение энергии магнитного поля W_m . Так как $dW_m/dt = - \sum j E \Delta V$, то скорость изменения энергии определяет количество работы по перемещению зарядов в контуре.

При любом перемещении единичного объема активного проводника в магнитном поле, а также изменение магнитного поля во времени относительно проводника, в объеме проводника (элемента) происходит преобразование энергии. Если элемент перемещать со скоростью v под действием внешней механической силы в однородном магнитном поле с индукцией B в направлении, перпендикулярном вектору индукции B , при этом скорость направлена по x (в декартовой системе координат), а индукция – по y , то на заряд q_k , находящийся в элементе, действует сила F в направлении z и, следовательно, появится электрическое поле $E_z = F_k/q_k$. Электрическое поле вызовет движение заряда в элементе со скоростью u_k по z и тогда работа по перемещению заряда равна $F_k \cdot u_k \cdot \Delta t = - \sum F_k \cdot (z_2 - z_1)$, где $z_2 - z_1 = u_k \Delta t = \Delta z$. Если единичный объем (элемент) расположен в активном проводнике, не входящем в замкнутую электрическую цепь, то работа по перемещению зарядов преобразуется в потенциальную энергию Π , количественно определяемую как разность потенциалов $\Delta \varphi = \varphi(z_2) - \varphi(z_1)$ или $q \Delta \varphi = \Delta \Pi$. В целом при постоянной скорости элемент обладает кинетической энергией $\Delta K = mv^2/2$ и потенциальной электрической энергией $\Delta \Pi = q \Delta \varphi$, суммарная величина которых равна энергии механического источника $\Delta E_{\text{мех}} = \Delta K + \Delta \Pi$. Процесс превращения энергии описывается уравнением движения $m dv/dt$ (m – масса единичного объема) и скоростью изменения заряда в элементе dq/dt , т.е. выделенная потенциальная энергия пропорциональна произведению скорости изменения заряда на время. Если элемент расположен в замкнутой электрической цепи (контуре), то работа по перемещению зарядов может быть представлена электродвижущей силой (э.д.с.). Количественно э.д.с. определяется как сила на единичный заряд, проинтегрированная по длине элемента.

Полная работа в единичном объеме по перемещению зарядов в единицу времени, т.е. быстрота изменения работы, или мощность, определяется скалярным произведением векторов электрического поля: напряженности E и плотности тока $j = q dz/dt$, $A E = j \cdot E$. Энергия $A E$ частично рассеивается (превращается в теплоту) в самом элементе, обладающем конечной удельной электропроводностью γ , и выделяется во внешней (рабочей) части электрической цепи (контуре). Плотность тепловой мощности определяется соотношением $j \cdot E$.

Равномерное движение возникает при равенстве механической силы $F_{\text{мех}}$ электромагнитной силе ($F_{\text{мех}} = F_{\text{эм}}$), возникающей при взаимодействии движущихся зарядов с магнитным полем, определяемой как векторное произведение плотности тока j и индукции B . Сила на единичный объем $F_{\text{эм}} = j \cdot B$. Тогда $F_{\text{мех}} \cdot v = j \cdot B$ и $\mathcal{E}_{\text{мех}} = \mathcal{E}_{\text{эм}} = A \cdot E$.

В динамических режимах уравнение движения $F_{\text{мех}} = dp/dt$, здесь p – импульс механической силы, $p_{\text{мех}} = mv$. Так как плотность тока j равна произведению плотности зарядов ρ на скорость их перемещения (дрейфа) u в элементе, т.е. $j = \rho u$, то между скоростью движения элемента v и скоростью дрейфа зарядов u существует связь. Отсюда следует, что скорость выделения электрической энергии в элементе пропорциональна скорости движения элемента. Полная выделенная электрическая энергия, естественно, пропорциональна времени, в течение которого проявлялась эта скорость, или пропорциональна произведению скорости на время, т.е. пройденному расстоянию и, следовательно, каждому пройденному в поле расстоянию отвечает заданное количество электрической работы. Или механическая энергия превращается в электрическую энергию.

Легко определить величины, определяющие движение: ускорение – $a = jB/m$, скорость – $v = jBt/m$, пройденное расстояние – $x = jBt^2/2m$. В установившемся движении при постоянной скорости, когда $F_{\text{эм}} = F_{\text{мех}}$, определяются удельные мощности: электромагнитная мощность $p_{\text{эм}} = B \cdot j \cdot v$, механическая мощность $p_{\text{мех}} = F_{\text{мех}} \cdot v$ и потери $p_{\text{эл}} = jE$. Пройденное расстояние определяется количеством энергии, затраченной на перемещение зарядов.

Движение физического поля (как сплошной среды) представляет собой движение непрерывной совокупности точек, и движение каждой точки подчиняется определенным физическим законам. Положение любой точки поля определяется ее координатами. Положение точки в пространстве можно описать с помощью переменного вектора, радиус-вектора движущейся точки r . Тогда скорость v и ускорение a неравномерно движущейся точки также являются переменными векторами. Скорость вычисляется относительно системы отсчета для индивидуальной точки поля, т.е. при фиксированных координатах, и равна частной производной радиус-вектора точки по времени $v = \partial r / \partial t$. В цилиндрической системе координат точки расположены на координатных поверхностях: круговые цилиндры с осью вращения, направленной по координате z , плоскостях перпендикулярных оси вращения с радиусом ρ и полуплоскостях, проходящих через ось и определяемых угловой координатой φ . Вновь выполняется принцип взаимосвязи, только совместное действие полей приводит к движению.

Список литературы:

1. Анго А. Математика для электро-и радиоинженеров. М.: Наука. 1965. 780 с.
2. Пчелин Б.К. Векторный анализ для инженеров-электриков и радистов. М.: Энергия, 1968. 256 с.
3. Тюков В.А. Математическое описание электрических явлений // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты. Ч. 9. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2014. С. 150-151.
4. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука. 1977. 592 с.

5. Тюков В.А. Электромагнитное взаимодействие // Наука и образование в жизни современного общества. Тамбов: Бизнес-Наука-Общество, 2013. Ч. 15. С. 136-137.
6. Фейнман Р., Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Вып.6. Электродинамика. М.: Мир, 1977. 347 с.
7. Тюков В.А. Математическое моделирование переноса заряда в элементе объема // Современное общество, образование и наука. Тамбов: Бизнес-Наука-Общество, 2013. Ч.4. С. 125-126.
8. Тюков В.А. Математическое описание сил электромагнитного взаимодействия // Образование и наука: современное состояние и перспективы развития. Тамбов: Юком, 2014. Ч. 5. С. 140-141.
9. Тюков В.А. Потoki плотностей электрического и магнитного полей взаимодействия // Современные тенденции в образовании и науке. Тамбов: Юком, 2014. Ч. 5. С. 148-149.

© 2015, Тюков В.А.

Описание электромагнитных явлений и взаимодействий

© 2015, Tyukov V.A.

Electromagnetic effects and interactions description