Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Нейн Сит Наинг, Кахоров К. К.
O. Ye. Sysoyev, A. Y. Dobryshkin, Nyein Sit Naing, K. Q. Qahorov

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ МЕСТ ПРИСОЕДИНЕНИЯ
МАЛОЙ МАССЫ НА КОЛЕБАНИЯ ТОНКОСТЕННОЙ РАЗОМКНУТОЙ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ**

**EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE IMPACT OF LOW-MASS CONNECTION
ON OSCILLATIONS OF A THIN-CONTAINED RELATED CYLINDRICAL SHELL**

Сысоев Олег Евгеньевич – доктор технических наук, доцент, декан факультета кадастра и строительства Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: Sysoev.OE@email.knastu.ru.

Mr. Oleg Ye. Sysoyev – doctor of technical Sciences, associate Professor, Dean of the faculty of cadastre and construction of Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: Sysoev.OE@email.knastu.ru.

Добрышкин Артём Юрьевич – старший преподаватель кафедры строительства и архитектуры Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: dobryshkin.ay@email.knastu.ru.

Mr. Artyom Yu. Dobryshkin – senior lecturer of the Department of construction and architecture of Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: dobryshkin.ay@email.knastu.ru.

Нейн Сит Наинг – аспирант кафедры механики и анализа конструкций и процессов Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Mr. Nyein Sit Naing – a post-graduate student of the Department of mechanics and analysis of structures and processes of Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Кахоров Комилджон Кахорович – аспирант кафедры технологии машиностроения Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Mr. Komiljon Q Qahorov – a post-graduate student of the Department of mechanical engineering of Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Аннотация. Конструкции и сооружения из тонкостенных цилиндрических оболочек обладают высокой экономической эффективностью и широко используются в различных отраслях промышленного производства. Эксплуатация подобных сооружений связана с колебаниями и резонансами от воздействия снеговых и ветровых нагрузок, а также с системами присоединённых масс. Колебательные процессы таких конструкций изучены не в полном объёме. В лаборатории строительных конструкций Комсомольского-на-Амуре государственного университета был изготовлен испытательный стенд для испытания разомкнутых тонкостенных цилиндрических оболочек, шарнирно-опертых по краям, несущих присоединённую массу либо систему присоединённых масс; проведены эксперименты на натурной модели уменьшенного масштаба. Присоединённая масса представлена датчиком, закреплённым на теле оболочки, несущей присоединённую массу. Система присоединённых масс представляет собой металлические цилиндры, расположенные в определённой последовательности на теле оболочки. Получены экспериментальные данные частотного спектра при колебаниях разомкнутой тонкостенной цилиндрической оболочки с системой присоединённых масс.

Summary. Carcass and structures made of thin-walled cylindrical shells have high economic efficiency and are widely used in various branches of industrial production. The operation of such structures is associated with fluctuations and resonances from the impact of snow and wind loads, as well as with systems of attached masses. The oscillatory processes of such structures have not been studied in full. In the laboratory of the structural steel of Komsomolsk-on-Amur State University, a test bench was constructed to test open thin-walled cylindrical shells hinged at the edges, carrying an attached mass or a system of attached masses, and experiments were carried out on the model's nature in a reduced scale. A sensor fixed to the body of the shell carrying the attached mass represents the attached mass. The attached mass system represents metal cylinders arranged in a certain sequence on the shell

body. Experimental data of the frequency spectrum are obtained for oscillations of an open thin-walled cylindrical shell with a system of attached masses.

Ключевые слова: разомкнутая тонкостенная цилиндрическая оболочка, система приложенных масс, частота колебаний.

Key words: open thin-walled cylindrical shell, system of attached masses, frequency of oscillations.

УДК 624.074.434

Введение

Использование эффективных строительных конструкций – это постоянное требование промышленного производства. Уменьшить стоимость зданий и сооружений возможно за счёт совершенствования методов расчёта и оптимизации запасов прочности строительных конструкций. Одной из таких задач является обеспечение прочности и устойчивости от воздействия вынужденных колебаний на здания оболочечного типа. Колебания разомкнутых оболочек, несущих две и более присоединённые массы, – одна из значимых и до сих пор полностью не решённых задач в этой области механики. При разработке новых математических моделей работы конструкций появляется возможность быстро выполнить более точный расчёт влияния колебаний на прочность и устойчивость элементов и конструкций. При этом необходимо учитывать целую систему различных факторов, таких как вес, геометрические характеристики (длина, ширина, высота, положение в пространстве), параметры крепления, характеристики материала, количество присоединённых масс, координаты мест креплений присоединённых масс. В итоге нужно решить систему с шестью и более дифференциальными уравнениями.

Влияние всех вышеперечисленных характеристик на колебания разомкнутой оболочки очевидно. Например, вес присоединённой массы существенно влияет на колебания оболочки [1–3]. На сегодня исследовано расщепление изгибного частотного спектра при колебаниях малой присоединённой массы, но остаётся неисследованным влияние системы масс. Геометрические характеристики присоединённой массы также существенно влияют на колебания оболочки, несущей систему присоединённых масс. Поворот данного элемента к базовой конструкции относительно любой оси на угол в 90° окажет существенное влияние на численные характеристики колебаний базовой конструкции. И это необходимо учитывать при расчёте колебаний.

Экспериментальные исследования

Для исследования влияния системы присоединённых малых масс на колебания в лаборатории строительных конструкций Комсомольского-на-Амуре государственного университета проведён специальный эксперимент. Опытный образец, находящийся на специальном стенде (см. рис.1) и снабжённый присоединённой массой, подвергался дополнительной системой присоединённых масс различного характера при наличии собственных колебаний.

Данная работа отражает исследования собственных колебаний тонкой прямоугольной изогнутой пластины в плане, шарнирно опёртой с двух сторон. Получены уравнения собственных колебаний разомкнутых оболочек согласно общепринятой теории колебаний оболочек, а также экспериментальные данные, отражающие зависимость влияния присоединённой массы и системы присоединённых масс на собственные частоты колебаний оболочки. Колебания с умеренными амплитудами собственных колебаний были разложены согласно уравнениям [4; 5]. Дискретная нелинейная модель колебаний разомкнутой оболочки, опёртой по краям, получена при проведении исследований с применением метода многих масштабов.

Образец представляет собой тонкую изогнутую пластину, прямоугольную в плане из оцинкованной стали. Состав пластины приведён в табл. 1. Геометрические характеристики объекта: $L = 890$ мм, $H = 75$ мм, $h = 0,4$ мм, $D = 380$ мм. Образец изображён на рис. 1 и 4. Он изготовлен из стали марки СтЗПК. Модель оболочки закрепляется на стальном стенде. Данный стенд имеет форму столика, изготовленного из равнополочных уголков $L 45 \times 3$, применена сталь СтЗсп [6]. Шарнирное опирание реализовано с помощью стеклянных пластин размеров 30×30 мм, толщиной 4 мм,

уложенных в форме уголка. Граничные условия максимально приближены к реальным. Присоединённую массу представляет акселерометр BC 110, расположенный на образце согласно рис. 1.

На рис. 2 изображён акселерометр BC 110, который измеряет частоту колебаний с максимальной точностью. Акселерометр BC 110 и вихретоковый пробник ZET 701 передают показания на усилитель сигнала, который, усиливая сигнал, передаёт далее по цепи на аналогово-цифровой преобразователь, передающий сигнал далее на персональный компьютер.

С помощью программного обеспечения Z-lab рассчитываются зависимости параметров колебаний. Программное обеспечение Z-lab позволяет отображать и записывать колебания в режиме реального времени [7; 8].

Рис. 1. Схема проведения эксперимента

Рис. 2. Типовой акселерометр BC 110

Эксперимент направлен на изучение собственных колебаний пластины в «покое» и выявление зависимостей вынужденных и собственных колебаний от влияния присоединённой массы или системы масс. Вынужденные колебания, переходя в собственные колебания, задавались с помощью удара испытательным молотком AU03.

Наличие двух датчиков позволяет сравнивать результаты колебаний от датчиков, позволяя сводить к минимуму погрешность. Данный датчик является проверяющим, служит для проверки и отбраковки ошибочных данных показаний акселерометра BC 110.

В процессе экспериментальных исследований проведено 5 экспериментальных периодов. Каждый период состоял из четырёх экспериментов, идентичных друг другу, различия между которыми были несущественными. Характеристики проведённых экспериментов приведены в табл. 1. Блок-схема экспериментальной установки для проведения эксперимента представлена на рис. 3.

Рис. 3. Блок-схема экспериментальной установки

Таблица 1

Характеристики экспериментов

Номер эксперимента	Количество присоединённых масс	Масса присоединённой массы	Координаты присоединённой массы			Геометрия присоединённой массы
			x	y	z	
1	1	134,6	190	150	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 55 мм
2	1	90,2	190	400	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 37 мм
3	1	14,8	190	200	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	190	400	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	190	600	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
4	1	14,8	285	200	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	285	400	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
	1	14,8	285	600	75	Цилиндр стальной, диаметр 20 мм, высота 6 мм
5	0	Отсутствуют

Рис. 4. Экспериментальная установка

Результаты проведённых экспериментов можно увидеть на диаграммах (см. рис. 5–9).

Рис. 5. Зависимость частоты и амплитуды колебаний разомкнутой оболочки от присоединённой массы в эксперименте № 1

Рис. 6. Зависимость частоты и амплитуды колебаний разомкнутой оболочки от присоединённой массы в эксперименте № 2

Рис. 7. Зависимость частоты и амплитуды колебаний разомкнутой оболочки от присоединённой массы в эксперименте № 3

Рис. 8. Зависимость частоты и амплитуды колебаний разомкнутой оболочки от присоединённой массы в эксперименте № 4

Рис. 9. Зависимость частоты и амплитуды колебаний разомкнутой оболочки от присоединённой массы в эксперименте № 5

Теоретические исследования

Рассмотрим случай, в котором на поверхности мембраны располагаются две сосредоточенные массы: M_2 в точке с координатами x_2, y_2 ; M_3 в точке с координатами x_3, y_3 . Сосредоточенная возмущающая нагрузка, которая вызывает нестационарные колебания всей системы, во времени действует по закону синуса и приложена в точке с координатами x_1, y_1 . Решение задачи о вынужденных колебаниях разомкнутой изогнутой оболочки, несущей на себе две сосредоточенные массы, в случае воздействия на неё сосредоточенной силы при учёте нулевых начальных условий будет выглядеть следующим образом:

$$u(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{C_{1k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t G(t) \times \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau + \frac{C_{2k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t R_2(\tau) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau + \frac{C_{3k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t R_3(\tau) \times \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau \right) \sin \frac{k\pi x}{l} \times \sin \frac{n\pi y}{m} \right). \quad (1)$$

Запишем систему интегральных уравнений для определения возникающих контактных сил. При составлении этой системы используются такие же физические предположения, как и при рассмотрении случая присоединения одной сосредоточенной массы. Система интегральных уравнений такова:

$$\int_0^t R_2(\tau) \left(\frac{t-\tau}{M_2} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi x_2}{l} \times \sin \frac{n\pi y_2}{m} \times \frac{C_{2k,n} \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau))}{\lambda_{k,n}} \right) d\tau + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{k\pi x_2}{l} \times \sin \frac{n\pi y_2}{m} \times \frac{C_{3k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t R_3(\tau) \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau \right) = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi x_2}{l} \times \sin \frac{n\pi y_2}{m} \times \frac{C_{1k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t G(t) \times \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau, \quad (2) \\ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{k\pi x_3}{l} \times \sin \frac{n\pi y_3}{m} \times \frac{C_{2k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t R_2(\tau) \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau \right) \int_0^t R_3(\tau) \left(\frac{t-\tau}{M_3} + \right. \\ \left. \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{3k,n} \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau))}{\lambda_{k,n}} \sin \frac{k\pi x_2}{l} \times \sin \frac{n\pi y_3}{m} \right) d\tau = - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi x_3}{l} \times \sin \frac{n\pi y_3}{m} \times \\ \times \frac{C_{1k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_0^t G(t) \times \sin(\lambda_{k,n}(t-\tau)) d\tau.$$

Уравнения Вольтерра, входящие в систему (2), как и в случае одной массы, будем решать численно, заменяя интегралы конечными суммами. Представляя систему уравнений (1) в матричном виде, получим

$$\begin{cases} R_2 * A_{11} + R_3 * A_{12} = f_1; \\ R_2 * A_{21} + R_3 * A_{22} = f_2, \end{cases} \quad (3)$$

где R_2 и R_3 – неизвестные векторы; $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ – матрицы, соответствующие ядрам уравнений системы; f_1 и f_2 – столбцы свободных членов.

Решение системы уравнений будем искать с помощью метода Крамера:

$$R_2 = \frac{\begin{vmatrix} f_1 & A_{12} \\ f_2 & A_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}}; \quad R_3 = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & f_1 \\ A_{21} & f_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}}. \quad (4)$$

Для построения графика перемещений точки мембраны в случае присоединения двух масс примем дополнительные исходные данные: величина присоединённой массы M_2 , расположенной в точке с координатами $x_2 = 0,1$ м, $y_2=0,1$ м, равна 30 г; величина присоединённой массы M_3 , расположенной в точке с координатами $x_2 = 0,2$ м, $y_2=0,2$ м, равна 40 г.

На рис. 10 отражены теоретические колебания оболочки при присоединении двух малых масс. Расхождение с экспериментальными данными составляет не более 5 %.

Рис.10. График перемещения точек оболочки

Заключение

Оболочка без системы присоединённых масс показала минимальную амплитуду, большую частоту колебаний и минимальное время затухания колебательных всплесков. Без внешнего влияния оболочка колеблется от собственных колебаний. Оболочка с максимальной единичной присоединённой массой максимального веса показала максимальную амплитуду колебаний и наибольшее время затухания при переходе к собственным колебаниям оболочки. Присутствует расщепление частотного спектра при взаимодействии форм колебаний. Система присоединённых масс, расположенных по центру, внесла существенный хаос в колебания. Первый период колебаний был существенный, но затухал с периодичностью – то прекращая, то возобновляя колебания.

Полученная математическая модель (2) показала хорошие результаты, экспериментальные данные имели отклонения не более чем на 5 %. Отличия были выражены в местах максимальных отклонений положения оболочки от нулевой оси. В экспериментах оболочка, находясь при максимальном отклонении от оси, проявила двойное мини-колебание. Данное явление обусловлено модулем упругости материала оболочки. При максимальном отклонении сила упругости материала оболочки превышает все другие усилия.

За счёт изменения баланса сил оболочка возвращается в исходное положение и местная сила упругости гасится, передавая всю энергию системе сил сопротивления. Затем баланс сил повторно изменяется, возвращаясь к первоначальной системе сил, продолжая колебания. Вышеописанное явление происходит в доли секунды и пока математически не описано.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серёгин, С. В. Свободные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием / С. В. Серёгин, О. Е. Сысоев // Живучесть и конструкционное материаловедение: тезисы докладов II Междунар. конф. – М., 2014. – С. 66.
2. Власов, В. З. Общая теория оболочек и её приложения в технике / В. З. Власов. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 784 с.
3. Кубенко, В. Д. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек / В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчук, Т. С. Краснопольская. – Киев: Наукова думка, 1984. – 220 с.
4. Антуфьев, Б. А. Колебания неоднородных тонкостенных конструкций: моногр. / Б. А. Антуфьев. – М.: Изд-во МАИ, 2011. – 176 с.
5. Сысоев, О. Е. Современные испытательные стенды для бесконтактного исследования свободных колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек / О. Е. Сысоев, А. Ю. Добрышкин, С. Н. Нейн, К. К. Кахоров // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2017. – № I-1(29). – С. 110-118.
6. Гемпел, К. А. Справочник по редким металлам. / К. А. Гемпел; пер. с англ. – М.: Мир, 1965. – 946 с.
7. Сысоев, О. Е. Влияние присоединённой массы и температурного сдвига на собственные колебания тонких пластин (мембран) / О. Е. Сысоев, А. Ю. Добрышкин, С. Н. Нейн // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2017. – № I-2(30). – С. 105-111.
8. Сысоев, О. Е. Влияние присоединённой массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек / О. Е. Сысоев, А. Ю. Добрышкин, С. Н. Нейн // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2016. – № I-3(27). – С. 110-116.