МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА
MATHEMATICS AND MECHANICS

Петров М. Р., Петрова А. Н., Хакимов С. Ф.
M. R. Petrov, A. N. Petrova, S. F. Khakimov

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ ТРУБЧАТОГО СТЕРЖНЯ
ИЗ ГИПЕРЭЛАСТИЧНОГО МАТЕРИАЛА**

**DETERMINATION OF THE DIAGRAM OF THE TUBULAR RODGE STRETCHING
FROM A HYPERELASTIC MATERIAL**

Петров Михаил Радиевич – кандидат технических наук, доцент кафедры механики и анализа структур и процессов Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); тел.: + 7 (4217) 24-11-18. E-mail: ktpm@knastu.ru.

Mr. Mikhail R. Petrov – PhD in Engineering, associate professor, Mechanics and analysis of structures and processes Department, Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); tel.: + 7 (4217) 24-11-18. E-mail: ktpm@knastu.ru.

Петрова Анна Николаевна – кандидат технических наук, доцент кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: Petrovaan2006@yandex.ru.

Mrs. Anna N. Petrova – PhD in Engineering, associate professor, software and computer application department, Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: Petrovaan2006@yandex.ru.

Хакимов Сиёвуш Файзалиевич – студент группы 6 ПСм-1 Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); тел.: + 7 (929) 412-18-82. E-mail: hakimov.siyvush@mail.ru.

Mr. Siyovush F. Khakimov – Master's Degree student, Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); tel.: + 7 (929) 412-18-82. E-mail: hakimov.siyvush@mail.ru.

Аннотация. Статья посвящена исследованию деформационных характеристик гиперэластичного материала – резины – для расчёта шарнирно-стержневых систем из гиперэластичного материала. Описывается эксперимент, способы получения и обработки результатов.

Summary. The article is devoted to the investigation of deformation characteristics of hyperelastic material (rubber) to calculate hinged-rod systems from hyperelastic material. The experiment and methods of obtaining and processing the results are described.

Ключевые слова: деформационные характеристики гиперэластичного материала, большие деформации, шарнирно-стержневые системы.

Key words: deformation characteristics of a hyperelastic material, large deformations, hinge-rod systems.

УДК 539.3

Расчёт конструкции, каким бы методом он ни производился [1; 2], требует определения диаграммы растяжения материала с целью получения зависимости напряжения в стержнях, составляющих конструкцию, от деформации. При этом стержень выполнен из эластопластика – каучука или силикона. Длина стержня превышает его толщину более чем на порядок.

Диаграмма растяжения стержня получается экспериментально при испытании специальных образцов. При этом испытание трубчатого стержня из гиперэластичного материала на растяжение имеет ряд отличий от испытания стального стержня.

Во-первых, при растяжении гиперэластичного стержня площадь его поперечного сечения уменьшается в разы по сравнению с площадью стального стержня. Возникает проблема получения значений напряжений в стержне – необходимо фиксировать через определённые отрезки времени значения площадей поперечных сечений стержней.

Во-вторых, для определения площади поперечного сечения необходимо знать, каково значение внутреннего диаметра стержня. Определение этого размера наталкивается на значительные проблемы.

В-третьих, эластопластик обладает некоторыми реологическими свойствами (вязкостью). Когда эластопластик деформируется под действием приложенной нагрузки, связи между его молекулами разрушаются и возникают вновь в новой конфигурации, оказывая сопротивление деформации. Такое сопротивление деформации называется вязкостью. Эластопластик состоит из длинных полимолекул, поэтому силы межмолекулярного взаимодействия у него достаточно велики. Полимолекулы меняют своё положение при каждом нагружении, и, соответственно, меняется характеристика материала при новой деформации.

В-четвёртых, характеристика гиперэластичного материала требует аппроксимации этой характеристики нелинейной функцией.

В-пятых, защемление в зажимах стержня ведёт к его излишним деформациям в местах крепления, что оказывает влияние на диаграмму растяжения стержня.

Для решения первой проблемы измерение диаметра стержня велось бесконтактным методом – путём использования видео- и фотокамеры и сравнением эталонного размера A с диаметром d . На рис. 1 показана схема эксперимента, а на рис. 2 приведена установка, на которой проводился эксперимент с трубчатым стержнем. На рис. 1, 2 цифрой 1 обозначены стержни (уголки), расстояние между которыми является эталонным размером, с которым сравнивается толщина (диаметр) силиконового стержня. Цифрой 2 обозначен сам силиконовый стержень. Сравнение эталонного размера и диаметра стержня производится на экране компьютера сопоставлением количества пикселей, занимаемого стержнем, и расстоянием между эталонными уголками.

Рис. 1. Схема эксперимента

Рис. 2. Экспериментальная установка

Для решения второй проблемы были рассмотрены два варианта мер. В первом для определения внутреннего диаметра трубчатого стержня было предложено использовать окраску внутренней поверхности стержня (стержень полупрозрачный), чтобы при помощи фотокамеры оценить внутренний диаметр.

Предполагалось, что при использовании фотокамеры есть возможность оценить толщину стенки стержня и найти соотношение между наружным и внутренним диаметрами. Однако в результате эксперимента оказалось, что при окраске внутренней поверхности силиконовой трубки

цвет внутренней поверхности рассеивается в силиконе и отличить внутреннюю поверхность от наружной практически невозможно (см. рис. 3).

Рис. 3. Окрашенный силиконовый стержень

Таким образом, поскольку окраска внутренней поверхности не дала нужного результата, был использован метод на основе закона сохранения объема при деформациях. В результате было выведено уравнение, связывающее между собой внутренний и наружный диаметры стержня и его начальную и текущую длину:

$$d_{\text{внутр}} = \sqrt{d_{\text{наруж}}^2 - \frac{l_0}{l} (d_{\text{наруж}_0}^2 - d_{\text{внутр}_0}^2)},$$

где $d_{\text{внутр}}$ – внутренний диаметр стержня; $d_{\text{наруж}}$ – наружный диаметр стержня; $d_{\text{наруж}_0}$ – начальный наружный диаметр стержня; $d_{\text{внутр}_0}$ – начальный внутренний диаметр стержня; l_0 – начальная длина стержня; l – длина стержня.

Решение третьей проблемы заключалось в многократном испытании образца. После серии испытаний различных образцов из различных эластопластиков был сделан вывод, что необходимо провести над образцом от 5 до 12 испытаний для того, чтобы получить характеристику, которая не изменяется при следующих нагружениях (см. рис. 4). Для получения этой диаграммы был испытан полый стержень из силикона.

Рис. 4. Зависимость длины стержня от нагружения

Решение четвёртой проблемы заключалось в том, чтобы полученную характеристику материала аппроксимировать какой-либо функцией для использования в математической модели – это может быть нелинейная либо кусочно-линейная функция.

На рис. 5 показана диаграмма растяжения этого стержня, которая носит нелинейный характер. Эта диаграмма была аппроксимирована полиномиальной зависимостью.

Рис. 5. Зависимость абсолютной деформации от нагружения

Аналитические выражения аппроксимирующей выглядят следующим образом:

$$\Delta l(P) = 6,251 - 0,564 \cdot P + 0,025 \cdot P^2 - 1,026 \cdot 10^{-4} \cdot P^3 + 1,66 \cdot 10^{-7} \cdot P^4 - 9,636 \cdot 10^{-11} \cdot P^5.$$

Решение пятой проблемы заключалось в применении образца трубчатого стержня, закреплённого в специальных кронштейнах с двух сторон. Было выяснено, что такой способ крепления стержня оказывает минимальное воздействие способа крепления стержня на результат испытания (см. рис. 6).

Рис. 6. Схема закрепления трубчатого стержня:
1 – испытываемый образец стержня; 2 – зажимная гайка;
3 – болт; 4 – прижимной стержень

Конечной целью данного исследования было получение характеристики гиперэластичного материала, которая является зависимостью нормального напряжения в поперечных стержня Б от относительной деформации ϵ . Зная наружный и внутренний диаметр гиперэластичного стержня, исследователь имеет возможность вычислить площадь поперечного сечения. Имея зависимость

деформации стержня от приложенной силы, имеется возможность получить искомую характеристику материала.

На рис. 7 показано диалоговое окно, в котором представлена характеристика силикона в виде графика зависимости относительной деформации напряжения от напряжения при расчёте конструкции со стержнями из этого материала с помощью программного продукта ЛИРА-2016. Слева представлена таблица значений из эксперимента данной зависимости.

Рис. 7. Диалоговое окно ЛИРА 2016

Заключение

1. При растяжении гиперэластичного стержня изменение площади поперечного сечения можно измерить только бесконтактным методом при использовании фото- и видеосъёмки.
2. Измерение внутреннего диаметра трубчатого стержня целесообразнее проводить с использованием закона сохранения объёма.
3. После серии испытаний различных образцов эластопластиков был сделан следующий вывод: необходимо провести над образцом от 5 до 12 испытаний для того, чтобы получить характеристику, которая не изменяется при следующих нагружениях.
4. Характеристика гиперэластичного материала является нелинейной. Это требует аппроксимации характеристики либо нелинейной функцией, либо кусочно-линейной.
5. Для уменьшения влияния способа крепления стержня на результат испытаний рекомендуется использовать трубчатый стержень, прикреплённый к основанию с помощью специальных кронштейнов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая модель шарнирной стержневой системы с большими перемещениями узлов / Н. А. Тарануха, К. В. Жеребко, А. Н. Петрова, М. Р. Петров // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2003. – № 3. – С. 12-18.
2. Галишникова, В. В. Расчёт шарнирно-стержневых систем с большими перемещениями узлов / В. В. Галишникова, В. А. Игнатьев // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Строительная информатика. – 2006 – Вып. 1(2). – 4 с.
3. Marc® 2010 User's Guide // MSC.Software Corporation, 2005. – 98 с.

4. Experimental Elastomer Analysis //MSC.Software Corporation, 2005. – 31 с.
5. Расчёт стержневых систем: учеб. пособие / К. В. Жеребко, А. Н. Петрова, М. Р. Петров, А. Ю. Опарин.– Комсомольск-на-Амуре: ГОУ ВПО «КНАГТУ», 2002. – 106 с.
6. Петров, М. Р. Применение аналитических методов теории электрических цепей к расчёту шарнирно-стержневых систем / М. Р. Петров, А. Н. Петрова // Известия высших учебных заведений. Строительство и реконструкция. – 2012. – № 5. – С. 23-28.