Амосов О. С., Баена С. Г.
O. S. Amosov, S. G. Bayena

**ФИЛЬТРАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**FILTERING OF STOCHASTIC PROCESSES WITH FRACTAL STRUCTURE IN RELATION
TO NAVIGATING INFORMATION PROCESSING**

Амосов Олег Семенович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Промышленная электроника» ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет» (Россия, г. Комсомольск-на-Амуре). E-mail: osa18@yandex.ru.

Mr. Oleg S. Amosov – Doctor of Engineering, Professor, Head of Industrial Electronics Department, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: osa18@yandex.ru.

Баена Светлана Геннадьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Промышленная электроника» ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет» (Россия, г. Комсомольск-на-Амуре). E-mail: svetlana.baena@yandex.ru.

Ms. Svetlana G. Bayena – PhD in Engineering, Associate Professor, Industrial Electronics Department, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: svetlana.baena@yandex.ru.

Аннотация. Применительно к навигации и управлению подвижными объектами выявлены процессы, имеющие фрактальную природу: ошибки инерциальных датчиков, в частности уходы гироскопов, траекторное движение подвижных объектов. Предлагается моделирование стохастического процесса на основе фрактального винеровского процесса с учетом показателя Херста. Для численной реализации такого процесса используется вейвлет-разложение. Исследованы особенности оценивания параметров фрактального процесса с помощью фильтра Калмана и синтетических алгоритмов. Приведены иллюстрирующие примеры.

Summary. In relation to navigation and mobile object control the fractal nature processes are revealed, that is errors of inertial sensors, in particular the goings of gyroscopes, trajectory movement of the mobile objects. Modeling of a mobile object stochastic trajectory based on fractal Wiener process taking into account Hurst exponent is offered. For numerical realization of this process, the wavelet-based decomposition is used. Features of trajectory parameter estimation by using Kalman filter and the synthetic algorithms are investigated. The illustrating examples are given.

Ключевые слова: траекторное слежение, фильтр Калмана, синтетический алгоритм оценивания, фрактальный винеровский процесс, вейвлет, показатель Херста.

Key words: tracking, Kalman filter, synthetics algorithm estimation, fractal Wiener process, wavelet, Hurst exponent.

УДК 519.711.3

Введение

В настоящее время в связи с разработкой высокоточных систем навигации и управления движением возрастают требования к точности оценки истинных параметров процессов, определяющих качественные характеристики этих систем. Удовлетворение требований к точностным характеристикам при обработке навигационной информации параметров инерциальной навигационной системой может быть обеспечено за счет уточнения описания их ошибок [5].

Точности оценки параметров при траекторном слежении во многом определяются как выбором адекватного математического описания подвижных объектов, так и выбором эффективных алгоритмов нелинейной фильтрации.

И в первом, и во втором случаях при решении задачи фильтрации широко распространены математические модели, построенные на основе классического винеровского процесса. В то же

время для моделирования стохастических процессов, обладающих фрактальными свойствами, используется обобщение в виде фрактального винеровского процесса (ФВП) [4; 7].

Цель данной статьи – выявить и исследовать применительно к навигации и управлению подвижными объектами процессы, имеющие фрактальную природу, исследовать особенности фильтрации параметров процесса, моделируемого с использованием его фрактальных свойств.

Математическая модель ошибок инерциальных датчиков навигационных систем с учетом показателя хаотичности. При обработке навигационной информации важным является учет свойств ошибок выходных сигналов датчиков навигационных систем. При моделировании ошибок инерциальных датчиков, имеющих стохастическое описание, широко применяется для описания винеровский процесс [12]. В частности, такая модель используется для описания дрейфа нуля гироскопа.

Модель винеровского процесса для ошибки $x(t)$ в непрерывном времени имеет вид

$$\dot{x}(t) = w(t), \quad (1)$$

где

$$M[w(t)] = 0, \quad M[w(t)w(\tau)] = q(t)\delta(t - \tau), \quad (2)$$

здесь $q(t)$ – интенсивность непрерывного белого шума $w(t)$.

Уравнение состояния в дискретном времени с периодом дискретизации $T = t_i - t_{i-1}$

$$x_i = x_{i-1} + w_i. \quad (3)$$

Ковариация Q для дискретного шума w_i в случае $q(t) = q = \text{const}$

$$Q = \sigma^2 = qT. \quad (4)$$

Процесс w_i может быть представлен в модели с использованием белого шума n_i с единичной интенсивностью посредством соотношения

$$w_i = \sqrt{qT}n_i.$$

Заметим, что описываемый при помощи стохастического дифференциального уравнения (1) процесс $x(t)$ является винеровским, который определен через белый шум $w(t)$. Последовательность x_i (3) является последовательностью с некоррелированными приращениями и называется винеровской последовательностью [11].

Анализ графиков поведения ошибок инерциальных датчиков по результатам экспериментов, приведенных в работах отечественных и зарубежных авторов, показывает, что процессы, описывающие ошибки, имеют фрактальную природу.

На это указывают представленные результаты испытаний дрейфа гироскопа в работах [5; 12]. При описании модели дрейфа гироскопа учтены постоянная и переменная составляющие, коэффициент корреляции, дисперсия переменной составляющей ухода и белый шум [5]. В работе [12] также предлагается математическая модель ошибок датчика на основе вариации Аллана, в которой используются неизвестные параметры, характеризующие вклад составляющих ошибок датчика, соответствующих линейному тренду, винеровскому процессу, фликкер шуму, белому шуму и шуму квантования.

Для выявления особенностей фрактальной структуры процесса используется показатель Херста. При показателе Херста H : $0 < H < 0,5$ – процесс обладает *антиперсистентными* свойствами; $H \approx 0,5$ – процесс называется белым шумом, что означает классическое броуновское движение; $0,5 < H < 1$ – процесс обладает фрактальными свойствами с трендоустойчивыми свойствами [10].

Экспериментальное подтверждение фрактальных свойств процесса ухода нуля гироскопа. Испытанию подвергся цифровой гироскоп STMicroelectronics L3G4200D PmodGYRO с использованием устройства myRIO National Instruments в среде моделирования LabView. Ход проведения испытаний подробно описан в [9]. Примеры записи уходов гироскопов при проведении таких испытаний приведены на рис. 1.

Рис. 1. Уходы гироскопа по координате x : а – 10 с; б – 1 ч

На рис. 1, а представлен фрагмент ухода гироскопа при первых 10 с из опыта в 3 ч, выбор которого обусловлен наглядностью. На рис. 1, б отражен уход гироскопа на протяжении 1 ч, для данного процесса наблюдается тренд.

Средствами MatLab проведен расчет показателя Херста, как видно для испытания длительностью в 3 ч (см. рис. 2), значение показателя колеблется около 0,26, т.е. процесс обладает *антиперсистентными* свойствами.

Рис. 2. Показатель Херста при дрейфе (уходе) гироскопа L3G4200D за 3 ч

Вышеизложенное позволяет предложить для описания ошибок датчиков обобщенный фрактальный винеровский процесс.

Фрактальный винеровский процесс называется случайным процессом $x(t)$ с параметром Херста H ($0 < H < 1$), если $\Delta x = x(t) - x(t_0)$ имеют гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2 \cdot (t - t_0)^{2H}$, где σ – положительная константа, т.е. его вероятностная мера [4; 6; 7]

$$P(\Delta x < X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma \cdot (t - t_0)^H} \cdot \int_{-\infty}^X \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{u}{\sigma \cdot (t - t_0)^H} \right)^2 \right] du. \quad (5)$$

При $H = 0,5$ ФВП совпадает с классическим броуновским движением. Приращения $\Delta x = x(t) - x(t_0)$ ФБД называются фрактальным гауссовским шумом, дисперсия которого подчиняется соотношению $D[x(t) - x(t_0)] = \sigma^2 \cdot (t - t_0)^{2H}$.

Модели ошибок датчиков на основе фрактального винеровского процесса. Выбрав вероятностную меру (5) для приращений случайного процесса (1), (3) $\Delta x = x(t) - x(t_0) = x_i - x_{i-1}$, получим модель с фрактальным винеровским процессом для ошибки.

Модель измерений ошибок датчиков. На основе полученных результатов обработки данных испытаний гироскопа предлагается математическая модель ухода гироскопа с учетом показателя хаотичности:

$$\xi_i = \eta_i + x_i + v_i, \quad (6)$$

где η_i – трендовая составляющая; x_i – компонента, выражающая меру хаотичности процесса, описывающая характер процесса и зависящая от H – показателя Херста; v_i – случайный белый шум с дисперсией R_i .

Математические модели движения объекта для задач траекторного слежения. Объект совершает движение в горизонтальной плоскости с координатами x и y декартовой системы координат. Ограничимся рассмотрением модели движения для одной координаты x , для другой координаты y модель аналогична.

Рассмотрим модели движения объекта, традиционно используемые для решения задач траекторного слежения [1; 4; 13].

Модель с винеровским процессом для ускорения

$$\ddot{x} = w(t) \quad (7)$$

с характеристиками белого шума $w(t)$ (2).

Процессу (7) соответствует трехмерный вектор состояния $x = [x \ \dot{x} \ \ddot{x}]^T$. Уравнение динамики в непрерывном времени

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gw(t), \quad (8)$$

где

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Уравнение состояния в дискретном времени с периодом дискретизации T

$$\dot{x}_i = \Phi x_{i-1} + w_i, \quad (9)$$

где

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица ковариации Q для дискретного белого шума w_i в случае $q(t) = q = \text{const}$

$$Q = \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} q.$$

Модель с белым шумом для ускорения или винеровским процессом для скорости

$$\ddot{x}(t) = w(t). \quad (10)$$

Процессу (10) соответствует двумерный вектор состояния $x = [x \ \dot{x}]^T$.

Матрицы, определяющие динамику поведения объекта в непрерывном времени

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Уравнение состояния (9) в дискретном времени с периодом дискретизации T определяет переходная матрица

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица ковариации Q для дискретного белого шума w_i в случае $q(t) = q = \text{const}$

$$Q = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} q.$$

Модель с белым шумом для скорости или винеровским процессом для координаты определяется уравнениями (1) – (4):

$$\dot{x}(t) = w(t), \quad M[w(t)] = 0, \quad M[w(t)w(\tau)] = q(t)\delta(t - \tau), \quad x_i = x_{i-1} + w_i.$$

Существенно, что все представленные модели движения (7), (10) и (1) определены через винеровский процесс, а их дискретные представления (9) и (3) – через винеровскую последовательность [11].

Нами предлагаются *новые* модели движения объекта, основанные на использовании *фрактального винеровского процесса* (фрактального броуновского движения – ФБД).

Модели движения объекта на основе фрактального винеровского процесса. Выбрав вероятностную меру (5) для приращений случайного процесса (1), (3) $\Delta x = x(t) - x(t_0) = x_i - x_{i-1}$, получим *модель с фрактальным винеровским процессом для координаты*.

Поступив аналогично для процессов (7) – (10), получим *модель с фрактальным винеровским процессом для ускорения и модель с фрактальным винеровским процессом для скорости* соответственно.

Модель измерений для траекторного слежения. Для определения местоположения объекта используется угломерно-дальномерный метод.

Измерения дальности и пеленга

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_{1i} \\ \xi_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(x_i, y_i) \\ s_2(x_i, y_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \rho_i \\ \Delta \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \\ \arctg(y_i / x_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \rho_i \\ \Delta \alpha_i \end{bmatrix}.$$

Для получения линейной модели измерений первичные измерения полярных координат объекта дальности ρ_i и пеленга α_i могут быть преобразованы в прямоугольную систему координат и представлены в форме [8]:

$$x_i^* = \underbrace{\rho_i \cos \alpha_i}_{x_i} + \Delta x_i; \quad y_i^* = \underbrace{\rho_i \sin \alpha_i}_{y_i} + \Delta y_i,$$

где Δx_i и Δy_i – случайные ошибки измерений координат с характеристиками

$$M(\Delta x_i) = M(\Delta y_i) = 0;$$

$$\sigma_{\Delta x_i}^2 = M(\Delta x_i^2) = \sigma_{\Delta \rho_i}^2 \cos^2 \alpha_i + \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2 \sin^2 \alpha_i;$$

$$\sigma_{\Delta y_i}^2 = M(\Delta y_i^2) = \sigma_{\Delta \rho_i}^2 \sin^2 \alpha_i + \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2 \cos^2 \alpha_i;$$

$$M(\Delta x_i \Delta y_i) = R_{\Delta x_i \Delta y_i} = (\sigma_{\Delta \rho_i}^2 - \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2) \sin \alpha_i \cos \alpha_i.$$

Линейные измерения будут использованы для фильтра Калмана (ФК).

Постановка задач фильтрации. Формулировка задачи фильтрации ошибок датчиков: необходимо оценить ошибку инерциального датчика x_i по набору измерений, $\xi_i = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i]^T$, $\xi_i = x_i + v_i$.

Приведем формулировку задачи траекторного слежения в общем виде:

Оценить вектор состояния подвижного объекта $x_i = [x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i, y_i, \dot{y}_i, \ddot{y}_i]^T$ по набору измерений $\Lambda_i = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_i^T]^T$, $\xi_i = [\xi_{1i}, \xi_{2i}]^T = [s_1(x_i, y_i), s_2(x_i, y_i)]^T + [\Delta \rho_i, \Delta \alpha_i]^T$.

Приведем частную формулировку задачи траекторного слежения, выбрав для исследования простейшую модель с фрактальным винеровским процессом для координаты:

Оценить вектор состояния подвижного объекта $x_i = [x_i, y_i]^T$ по набору измерений $\Lambda_i = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_i^T]^T$, $\xi_i = [\xi_{1i}, \xi_{2i}]^T = [s_1(x_i, y_i), s_2(x_i, y_i)]^T + [\Delta \rho_i, \Delta \alpha_i]^T$.

При раздельной фильтрации по каждой координате эта формулировка задачи упрощается:

Оценить координату подвижного объекта x_i по набору измерений $\xi_i = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i]^T$, $\xi_i = x_i + v_i$, $v_i = \Delta x_i$.

Сравнивая последнюю формулировку для траекторного слежения с первой для фильтрации ошибок инерциальных датчиков, видим, что они совпадают по форме. Воспользуемся этим фактом при выборе примера моделирования.

Решение задачи фильтрации. Для решения задач обработки навигационных данных наиболее широкое применение нашли алгоритмы калмановского типа [11]. Эти алгоритмы показали свою эффективность и при решении задач траекторного слежения за объектом, в том числе и при использовании угломерно-дальномерного метода измерений полярных координат дальности и

азимута после их пересчета в декартову систему координат, когда эффективным для фильтрации является применение ФК [1; 8; 13].

Для решения задач субоптимального нелинейного оценивания в рамках байесовского подхода оправданным является применение синтетических систем, построенных на базе нейронных сетей, нечеткой логики и вейвлетов с использованием для существенного повышения их быстродействия декомпозиции [2; 3]. На этих алгоритмах и остановим выбор для решения задачи фильтрации параметров процесса, моделируемого с использованием ФВП. Рассмотрим указанные алгоритмы в сжатом виде.

Решение задачи фильтрации с помощью ФК. Оценивается n -мерная гауссовская случайная последовательность $x_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})^T$ в дискретный момент времени $i = 1, 2, \dots$, представленная в виде

$$x_i = \Phi_i x_{i-1} + w_i,$$

с использованием m -мерных измерений $\xi_i = (\xi_{1i}, \dots, \xi_{mi})^T$, вычисляемых как

$$\xi_i = H_i x_i + v_i,$$

где Φ_i , H_i – известные матрицы соответствующей размерности; w_i и v_i – n - и m -мерные центрированные гауссовские белоглаушные последовательности с матрицами ковариаций Q_i и R_i .

В начальный момент времени значения x_0 представляют гауссовский центрированный случайный n -мерный вектор с матрицей ковариаций P_0 и w_i порождающие и v_i измерительные шумы, а также x_0 между собой статистически независимы.

Оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка и соответствующая ей апостериорная матрица ковариаций ошибок оценивания могут быть найдены с помощью дискретного ФК, в котором, как правило, блок прогноза и блок обновления.

В блоке прогноза с использованием оптимальной оценки вектора состояния для предыдущего момента времени $\tilde{x}_{i-1}$ и матрицы динамики Φ_i находится прогноз вектора $\tilde{x}_{i/i-1}$ и матрица ковариаций $P_{i/i-1}$ его ошибок $\tilde{x}_{i/i-1} = \Phi_i \tilde{x}_{i-1}$, $P_{i/i-1} = \Phi_i P_{i-1} \Phi_i^T + Q_i$.

В блоке обновления с использованием значений прогноза $\tilde{x}_{i/i-1}$ и текущего измерения y_i вычисляются оптимальная оценка вектора состояния для текущего момента времени $\tilde{x}_i$ и матрица ковариаций P_i ее ошибок:

$$\tilde{x}_i = \tilde{x}_{i/i-1} + K_i (\xi_i - H_i \tilde{x}_{i/i-1}),$$

$$P_i = P_{i/i-1} - P_{i/i-1} H_i^T (H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i)^{-1} H_i P_{i/i-1} = (E - K_i H_i) P_{i/i-1},$$

где K_i – матрица коэффициентов усиления, определяемая как

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^T (H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i)^{-1}.$$

На первом шаге предполагается, что $\tilde{x}_0 = M[x_0] = 0$.

Решение задачи оценивания траектории подвижного объекта с использованием синтетических алгоритмов. Для решения задачи нелинейного оценивания в рамках байесовского подхода нами ранее был предложен вычислительный метод оценивания с его реализацией на основе синтетических алгоритмов оценивания состояния динамических систем с использованием декомпозиции [2; 3].

1) Вводится класс параметрически заданных функций $\tilde{x}(\xi, \tilde{W})$.

2) Используется имеющееся в наличии обучающее множество $\{(\xi^{(j)}, x^{(j)})\}_{j=1}^N$.

3) Определяется среднеквадратический критерий оптимизации

$$\tilde{J}^*(\tilde{W}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(x^{(j)} - \tilde{x}^{(j)}(\xi^{(j)}, \tilde{W}) \right)^T \left(x^{(j)} - \tilde{x}^{(j)}(\xi^{(j)}, \tilde{W}) \right), \quad (11)$$

где $\tilde{x}^{(j)}(\xi^{(j)}, \tilde{W})$ – формируемая оценка.

4) Критерий (11) оптимизируется на основе минимизации эмпирического риска

$$P \left\{ \sup_{\tilde{W}} |J(\tilde{W}) - \tilde{J}^*(\tilde{W})| > \varepsilon \right\} \rightarrow 0, \quad \text{при } N \rightarrow \infty,$$

где $J(\tilde{W}) = M \|x - \tilde{x}(\xi, \tilde{W})\|^2$; ε – заданная точность.

5) Минимизация реализуется с помощью нейронных сетей, нечетких систем и вейвлетов

$$\tilde{x}^\mu(\xi) = K^\mu(\xi, \tilde{W}), \quad \mu = NN, FS, W,$$

где ξ – вход синтетических алгоритмов; $\tilde{W}$ – матрица, отвечающая за параметры синтетических алгоритмов; NN – нейронные сети; FS – нечеткие системы; W – вейвлеты.

Численная реализация ФВП. Для моделирования ФВП нет простого метода, например, как для классического броуновского движения. Для построения ФВП можно воспользоваться вейвлет-разложением [14; 15]. В этом случае разложение может быть получено с помощью фрактального процесса авторегрессии и скользящего среднего FARIMA [6; 14; 15]:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_{-H-1/2}(t-k) S_k^{(H)} + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^{-jH} \Psi_{-H-1/2}(2^j t - k) \varepsilon_{j,k} - b_0,$$

где $\Phi_{-H-1/2}$ – соответствующая $\Psi_{-H-1/2}$ скейлинг-функция; $S_k^{(H)} = \sum_{j=1}^k \zeta_j$, если

$k \geq 1$, $S_0^{(H)} = 0$ и $S_k^{(H)} = -\sum_{j=0}^{-k} \zeta_j$, если $k \leq -1$ при $(\zeta_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ – гауссовский процесс FARIMA

$[0, H-1/2, 0]$ с независимой спектральной плотностью $g(\lambda) = (2\pi)^{-1} |1 - e^{-i\lambda}|^{1-2H}$; $\Psi_{-H-1/2}$ – биортogonalная вейвлет-функция; $\varepsilon_{j,k}$ – независимые гауссовские случайные величины с распределением $N(0, 1)$; b_0 – случайная константа.

Пример моделирования. Чтобы наглядно выявить особенности фильтрации фрактального процесса, сознательно выберем простейшую модель, описываемую с использованием выражений (1)–(6) для фрактального винеровского процесса.

Необходимо оценить координату фрактального винеровского процесса (3)

$$x_i = x_{i-1} + w_i,$$

по линейным измерениям вида

$$\xi_i = x_i + v_i,$$

где $i=0,1,\dots$ – моменты времени; w_i, v_i – белые шумы с дисперсиями $Q = \sigma_w^2$ и $R = \sigma_v^2$ соответственно.

Для моделирования фрактального винеровского процесса воспользуемся встроенной функцией MatLab «*wfbm*», реализованной в соответствии с изложенным выше методом, которая позволяет строить фрактальные последовательности с различными значениями показателя Херста H .

Параметры моделирования: начальное состояние $m_{x_0} = 0$, $\sigma_{x_0} = 20$; параметры порождающего и шума измерения: $\sigma_w = 1,1457$ при $H = 0,1$; $\sigma_w = 0,4041$ при $H = 0,5$; $\sigma_w = 0,2152$ при $H = 0,9$; $\sigma_v = 10$, период дискретизации $T = 1$ с.

Для моделирования с использованием синтетических алгоритмов $\tilde{x}_i^\mu = K_i^\mu(\tilde{x}_{i-1}^{(j)}, \xi_i^{(j)})$ генерировался обучающий массив данных $\{(\tilde{x}_{i-1}^{(j)}, \xi_i^{(j)}), x_i^{(j)}\}_{j=1}^N$ и тестовый массив данных $\{(\tilde{x}_{i-1}^{(j)}, \xi_i^{(j)}), x_i^{(j)}\}_{j=1}^{N^*}$.

Для сравнения точности полученных оценок использовались среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок оценивания, вычисляемые как:

$$\tilde{\sigma}_i^\eta \approx \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (e_i^{\eta(j)})^2}, \quad e_i^{\eta(j)} = \tilde{x}_i^{\eta(j)}(\xi_i^{(j)}, W_i) - x_i^{(j)}, \quad \eta = FK, NN, FS, W;$$

$$L = \{N, N^*\}, \quad N = 30\,000, \quad N^* = 3000.$$

Для получения искомой оценки с помощью синтетических алгоритмов фильтрации применена рекуррентная декомпозиционная схема оценивания в виде каскадного и параллельного соединения с двумя входами и одним выходом, где на вход поступает текущее измерение ξ_i и оценка x_{i-1} , полученная на предыдущем шаге. Для моделирования генерировался обучающий массив данных, где $N = 30\,000$, количество измерений $i = \overline{1, 200}$.

Проведено моделирование процесса с различным показателем Херста H (см. рис. 3).

На рис. 3, а, в, д отражены: динамический процесс x_i ; случайная ошибка измерений ξ_i и оценка переменной x_i с помощью ФК $\tilde{x}_i^{FK}$ и синтетических алгоритмов $\tilde{x}_i^\mu$. На рис. 3, б, з, е представлены: σ_i^{FK} – расчетное СКО ошибок оценивания, соответствующее дисперсии ошибки оптимального оценивания, которая является единственным элементом расчетной матрицы ковариаций ошибок ФК; $\tilde{\sigma}_i^{FK}$ – выборочное СКО ошибок фильтрации при использовании ФК; $\tilde{\sigma}_i^\mu$ – выборочное СКО ошибок фильтрации при использовании синтетических алгоритмов и $\tilde{\sigma}_i$ – выборочное СКО ошибки измерений.

Исследование показало, что при процессе с уровнем хаотичности $H = 0,1$ с помощью синтетических алгоритмов может быть достигнута более высокая точность оценивания в отличие от ФК (см. рис. 3, а, б).

При уровне хаотичности $H = 0,5$ ФК и синтетические алгоритмы оценивают процесс с одинаковой точностью (см. рис. 3, в, з).

Для уровня хаотичности $H = 0,9$ при оценивании процесса происходит сбой работы ФК, в отличие от синтетических алгоритмов, которые проявляют стабильность работы (см. рис. 3, д, е).

Для $H = 0,1$ и $H = 0,9$ наблюдается несовпадение расчетной и действительной (выборочной) характеристик для ФК.

Применение декомпозиционных синтетических алгоритмов позволило достичь высокой точности оценивания при скорости обучения и адаптации их значительно меньшей, чем для исходных систем без декомпозиции.

Рис. 3. Оценивание процесса с различным показателем Херста H :
а, в, д – состояние, измерение переменной x ; б, г, е – СКО ошибок оценивания процесса

Выводы. Применительно к навигации и управлению подвижными объектами выявлены процессы, имеющие фрактальную природу: ошибки инерциальных датчиков, в частности уходы гироскопов, траекторное движение подвижных объектов.

Предлагается моделирование стохастического процесса на основе фрактального винеровского процесса с учетом показателя Херста. Для численной реализации такого процесса используется вейвлет-разложение.

Исследованы особенности оценивания параметров фрактального процесса с помощью фильтра Калмана и синтетических алгоритмов.

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ № 15-08-08593 а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амосов, О. С. Фильтрация марковских последовательностей на основе байесовского, нейросетевого подходов и систем нечеткой логики при обработке навигационной информации / О. С. Амосов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – Т. 43. – № 4. – С. 61-69.
2. Амосов, О. С. Быстродействующие численные нейросетевые и нечеткие методы стохастического оценивания состояния динамических систем / О. С. Амосов, С. Г. Баена // Информатика и системы управления. – 2014. – № 4 (42). – С. 118-129.
3. Амосов, О. С. Быстродействующие нейронечеткие алгоритмы фильтрации параметров траектории подвижного объекта / О. С. Амосов, Е. А. Малашевская, С. Г. Баена // Материалы XXIII Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2016. – С. 331-334.
4. Амосов, О. С. Оценивание параметров траектории подвижного объекта, моделируемой с использованием фрактального винеровского процесса на основе вейвлет-разложения / О. С. Амосов, С. Г. Баена // Информатика и системы управления. – 2016. – № 4. – С. 13.
5. Гостева, Н. Д. Исследование математической модели ухода двухступенного поплавкового гироскопа / Н. Д. Гостева, Ю. А. Литвиненко // Материалы XV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2013. – С. 117-125.
6. Кириченко, Л. О. Оценивание самоподобия стохастического временного ряда методом вейвлет-анализа / Л. О. Кириченко, Ж. В. Дейнеко // Радиоэлектронные и компьютерные системы. Компьютерные системы и информационные технологии. – 2009. – № 4 (38). – С. 99-105.
7. Кроновер, Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории / Р. М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
8. Кузьмин, С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С. З. Кузьмин. – Киев: Издательство КВиЦ, 2000. – 428 с.
9. Моделирование и исследование цифрового гироскопа с использованием NI myRIO и датчика Gyroscope / сост.: О. С. Амосов, С. Г. Баена. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КНАГТУ», 2016. – 22 с.
10. Пашенко, Ф. Ф. Структурно-параметрическая идентификация временного ряда с применением фрактального и вейвлет-анализа / Ф. Ф. Пашенко, О. С. Амосов, Н. В. Муллер // Информатика и системы управления. – 2015. – № 2 (44). – С. 80-88.
11. Степанов, О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания / О. А. Степанов. – 2-е изд., исправ. и допол. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2010. – 509 с.
12. Степанов, О. А. Сравнение методов идентификации моделей ошибок датчиков, основанных на вариациях Аллана и алгоритмах нелинейной фильтрации / О. А. Степанов, А. В. Моторин // Материалы XXI Санкт-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2014. – С. 98-103.
13. Bar-Shalom, Yaakov Estimation with applications to tracking and navigation / by Yaakov Bar-Shalom, X.-Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan. – New York: John Wiley & Sons, 2001. – 558 p.
14. Bardet, J. M. Generators of long-range dependent processes: a survey, Theory and applications of long-range dependence // Theory and applications of long-range dependence. Birkhäuser. – 2003. – № 1. – P. 579-623.
15. Patrice Abry, Fabrice Sellan. The Wavelet-Based Synthesis for Fractional Brownian Motion Proposed by F. Sellan and Y. Meyer: Remarks and Fast Implementation // Applied and computational harmonic analysis. – 1996. – № 3. – P. 377-383.