Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 7, №1 (2015) <http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol7-1>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/26TVN115.pdf>

DOI: 10.15862/26TVN115 (<http://dx.doi.org/10.15862/26TVN115>)

УДК 624.072.1

Иваненко Алексей Николаевич

ФГБОУ ВПО «Сочинский государственный университет»
Россия, Сочи ¹

Аспирант кафедры строительства
E-mail: aleksey.ivanenko@list.ru

Иваненко Николай Алексеевич

ФГБОУ ВПО «Сочинский государственный университет»
Россия, Сочи

Доцент кафедры строительства
Кандидат технических наук
E-mail: inform-sochi11@yandex.ru

Пересыпкин Евгений Николаевич

ФГБОУ ВПО «Сочинский государственный университет»
Россия, Сочи

Профессор кафедры строительства
Доктор технических наук
E-mail: pen40@rambler.ru

Расстояние между трещинами в изгибаемых железобетонных элементах на основе блочной модели

¹ Российская Федерация, 354000, Краснодарский край, г. Сочи, ул. Советская, 26 А

Аннотация. При проектировании железобетонных конструкций без предварительного напряжения довольно часто количество арматуры назначается из расчета по второй группе предельных состояний, то есть по ширине раскрытия трещин и прогибам. В настоящее время расчет ширины раскрытия трещин и прогибов проводят по эмпирическим и полуэмпирическим зависимостям в отрыве от физического смысла работы железобетонного элемента с трещинами. Однако установлено, что ширины раскрытия трещин линейно зависит от расстояния между образовавшимися трещинами в стадии эксплуатации. В статье на основе блочной модели путем построения линий влияния нормальных и тангенциальных напряжений решена задача определения расстояния между трещинами в изгибаемых железобетонных элементах. Это расстояние принимается таким, чтобы нормальные напряжения на растянутой грани в середине блока не превышали сопротивления бетона растяжению. Причём, на величину этих напряжений влияют не только напряжения сцепления арматуры с бетоном, но и напряжения в сжатой зоне. Полученные в статье количественные результаты сопоставлены с результатами расчётов по нормам. Проведён анализ этих сопоставлений. Полученные результаты по определению расстояний между трещинами можно использовать в практических расчетах по определению ширины раскрытия трещин и прогибов в железобетонных изгибаемых элементах.

Ключевые слова: изгибаемые железобетонные элементы; расстояние между трещинами, линии влияния.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н. Расстояние между трещинами в изгибаемых железобетонных элементах на основе блочной модели // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №1 (2015) <http://naukovedenie.ru/PDF/26TVN115.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/26TVN115

Введение. При проектировании железобетонных конструкций без предварительного напряжения чаще всего количество арматуры назначается из расчета по второй группе предельных состояний. В действующих нормах проектирования (СП 63.13330.2012), и в методе В. И. Мурашёва [1, 2] ширина раскрытия трещин линейно зависит от расстояния l_{crc} между ними. При этом значение l_{crc} определяется с довольно большим произволом в величине отношения площади растянутого бетона к площади растянутой арматуры. Как было показано [3-4], размер растянутой зоны перед образованием трещин сильно зависит от коэффициента упругости растянутого бетона, который заметно различается для разных классов и видов бетонов, что в расчётных формулах непосредственно никак не учитывается.

Во всех достаточно известных расчётных схемах, имеющих определённый физический смысл [2,5-9], основной недостаток состоит в том, не учитывается влияние напряжённого состояния в сечении с трещиной, в частности, в сжатой зоне, на напряжения в середине расстояния между трещинами. В этом отношении физически наиболее соответствует сути задачи определения расстояния между трещинами, блочная модель, сформулированная в [10]. Далее примем эту модель для построения метода определения расстояния между трещинами.

Материалы и методы. На рисунке 1 показана расчётная схема к определению расстояния между нормальными (перпендикулярными) к продольной оси железобетонного элемента трещинами при изгибе.

В этой схеме рассматривается выделенный между двумя смежными нормальными трещинами блок, к которому по торцовым граням (вдоль линий трещин на их продолжении) приложены нормальные напряжения, соответствующие уровню нагрузки, а по растянутой грани приложены касательные напряжения, обусловленные силами сцепления арматуры с бетоном. Арматура отделена от блока, её воздействие на блок представлено касательными напряжениями. Распределение сил сцепления наиболее просто и вместе с тем адекватно моделируется линейной функцией с максимумом у трещины, ибо здесь возникают наибольшие сдвигающие деформации бетона относительно арматуры, постепенно затухающие к середине блока. Размер зоны затухания сил сцепления равен длине анкеровки арматуры. В длинных блоках ($l_{crc} > 2l_{an}$, где l_{crc} – длина блока, или расстояние между первичными трещинами, l_{an} – длина анкеровки арматуры) силы сцепления действуют только на частях длины блока, примыкающих к трещинам. В средней части блока в таком случае деформаций сдвига между арматурой и бетоном нет, и силы сцепления отсутствуют. В коротких блоках, у которых $l_{crc} < 2l_{an}$, в середине блока имеет место разрыв функции распределения сил сцепления.

Рисунок 1. Расчётная схема к определению расстояния между нормальными трещинами в железобетонном элементе при изгибе (составлено авторами)

Длина анкеровки определяется согласно нормам (СП 63.13330.2012).

При рабочей арматуре $d_s=14$ мм и более длина анкеровки должна быть не менее 210 мм. Два конца арматурного стержня дают суммарную длину анкеровки 420 мм. Это значит, что большинство балок промышленного и гражданского строительства с высотой сечения 400÷500 мм уже при шаге трещин, равном высоте сечения, делится на блоки с распределением сил сцепления по всей длине блока. При шаге трещин, равном $0,5h$ и менее эпюра распределения сил сцепления имеет вид, как на рисунке 2, то есть в середине растянутой грани напряжения сцепления не равны нулю.

Рисунок 2. Распределение сил сцепления между арматурой и бетоном при относительно частом шаге трещин (составлено авторами)

Для определения нормальных напряжений в точке О по площадке, перпендикулярной к продольной оси блока, от произвольной нормальной нагрузки на торцовых сечениях $x=\pm l_{crc}/2$ и от тангенциальной нагрузки на растянутой грани, отображающей сцепление арматуры с бетоном, построим соответствующие линии влияния.

С этой целью разобьём прямоугольную пластину размером $l_{crc}*h_0$ на n частей по вертикали и $2m$ частей по горизонтали, так чтобы всегда существовала на грани l_{crc} срединная точка (рисунки 3 и 4).

Рисунок 3. Схема к построению линий влияния $L_{ok}(\sigma, N)$ от единичных нагрузок по торцовым граням (составлено авторами)

Рисунок 4. Схема к построению линий влияния $L_{oi}(\sigma, T)$ от единичных нагрузок по грани контакта с арматурой (составлено авторами)

Линии влияния строятся для пластинок с разным соотношением сторон $l_{crc}/h_0=\gamma$, имея в виду, что расстояния между трещинами могут большими и малыми. Значения γ приняты равными 8, 4, 2, 1 0,5, 0,25. Построение выполнено методом конечного элемента, в котором особенности приложения сосредоточенных сил сглаживаются в самом методе.

Обсуждение проблемы. Линия влияния представляет собой числовую матрицу

$$|L(\sigma_{O,N,\gamma})| = \begin{vmatrix} S_{ON,\gamma=8,1} & S_{ON,\gamma=8,2} & S_{ON,\gamma=8,3} & \dots & S_{ON,\gamma=8,k} & \dots & S_{ON,\gamma=8,n} \\ S_{ON,\gamma=4,1} & S_{ON,\gamma=4,2} & S_{ON,\gamma=4,3} & \dots & S_{ON,\gamma=4,k} & \dots & S_{ON,\gamma=4,n} \\ S_{ON,\gamma=2,1} & S_{ON,\gamma=2,2} & S_{ON,\gamma=2,3} & \dots & S_{ON,\gamma=2,k} & \dots & S_{ON,\gamma=2,n} \\ S_{ON,\gamma=1,1} & S_{ON,\gamma=1,2} & S_{ON,\gamma=1,3} & \dots & S_{ON,\gamma=1,k} & \dots & S_{ON,\gamma=1,n} \\ S_{ON,\gamma=\frac{1}{2},1} & S_{ON,\gamma=\frac{1}{2},2} & S_{ON,\gamma=\frac{1}{2},3} & \dots & S_{ON,\gamma=\frac{1}{2},k} & \dots & S_{ON,\gamma=\frac{1}{2},n} \\ S_{ON,\gamma=\frac{1}{4},1} & S_{ON,\gamma=\frac{1}{4},2} & S_{ON,\gamma=\frac{1}{4},3} & \dots & S_{ON,\gamma=\frac{1}{4},k} & \dots & S_{ON,\gamma=\frac{1}{4},n} \end{vmatrix}; \quad (1)$$

где $L(\sigma_{O,N,\gamma})$ – числовые значения линии влияния для напряжений в точке О прямоугольных пластин с соотношением сторон $\gamma=(8; 4; 2; 1; 0,5; 0,25)$ от единичных сил, нормально приложенных к торцовым граням $x=\pm l_{crc}/2$ последовательно в точках 1, 2, 3, ..., n по схеме рисунка 3;

$$|L(\sigma_{O,T,\gamma})| = \begin{vmatrix} S_{OT,\gamma=8,1} & S_{OT,\gamma=8,2} & S_{OT,\gamma=8,3} & \dots & S_{OT,\gamma=8,k} & \dots & S_{OT,\gamma=8,m} \\ S_{OT,\gamma=4,1} & S_{OT,\gamma=4,2} & S_{OT,\gamma=4,3} & \dots & S_{OT,\gamma=4,k} & \dots & S_{OT,\gamma=4,m} \\ S_{OT,\gamma=2,1} & S_{OT,\gamma=2,2} & S_{OT,\gamma=2,3} & \dots & S_{OT,\gamma=2,k} & \dots & S_{OT,\gamma=2,m} \\ S_{OT,\gamma=1,1} & S_{OT,\gamma=1,2} & S_{OT,\gamma=1,3} & \dots & S_{OT,\gamma=1,k} & \dots & S_{OT,\gamma=1,m} \\ S_{OT,\gamma=\frac{1}{2},1} & S_{OT,\gamma=\frac{1}{2},2} & S_{OT,\gamma=\frac{1}{2},3} & \dots & S_{OT,\gamma=\frac{1}{2},k} & \dots & S_{OT,\gamma=\frac{1}{2},m} \\ S_{OT,\gamma=\frac{1}{4},1} & S_{OT,\gamma=\frac{1}{4},2} & S_{OT,\gamma=\frac{1}{4},3} & \dots & S_{OT,\gamma=\frac{1}{4},k} & \dots & S_{OT,\gamma=\frac{1}{4},m} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

$L(\sigma_{O,T,\gamma})$ – числовые значения линии влияния от единичных сил, тангенциально приложенных к нижней грани $y=h_0$ последовательно в точках $1, 2, 3, \dots, m$ по схеме рисунка 4.

Таким образом, первые строки матриц $|L(\sigma_{O,\gamma})|$ и $|L(\sigma_{O,T,\gamma})|$ определяют значения напряжений в точке О от заданной нагрузки на торцах $x=\pm l_{cr}/2$ и заданной нагрузки на грани $y=h_0$ в случае, когда шаг трещин равен восьми рабочим высотам ($\gamma=8$). Вторая строка, когда шаг трещин равен четырём рабочим высотам ($\gamma=4$) и т. д. ($\gamma=2, \gamma=1, \gamma=0,5, \gamma=0,25$).

При известных (полученных тем или иным способом) напряжениях на торцах блока и напряжениях сцепления между арматурой и бетоном производится пересчёт их к сосредоточенным усилиям N_k ($k=1, 2, \dots, n$) и T_k ($k=1, 2, \dots, m$) в узлах и далее вычисляется искомое напряжение в точке О:

$$\sigma_{O,\gamma} = \sum_{k=1}^n s_{ON,\gamma,k} N_k + \sum_{k=1}^m s_{OT,\gamma,k} T_k \quad (3)$$

Пусть на продолжении трещины распределение нормальных напряжений, определённое по методу, описанному в [10], имеет вид, как на рисунке 5 (вертикальное сечение развёрнуто на 90°).

Рисунок 5. Приведение напряжений на продолжении трещины к узловым нагрузкам (составлено авторами)

Для определения усилий в узлах сетки разбиения блока на элементы представим эпюру напряжений в условиях плоской задачи совокупностью треугольников. Первый треугольник со стороны сжатой грани и последний (перед вершиной трещины) всегда имеют основание, равное рабочей высоте сечения, делённой на число участков разбиения (h_0/n). Основания всех промежуточных треугольников вдвое больше. Соответственно формулы для узловых усилий получают вид:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 0,5 R_{b,ser} b h_0 / n, \\ N_2 &= N_3 = \dots = N_5 = R_{b,ser} b h_0 / n, \\ N_6 &= 0,5 (R_{b,ser} + R_{bt,ser}) b h_0 / n, \\ N_7 &= 0,5 R_{bt,ser} b h_0 / n, \\ N_8 &= N_9 = N_{10} = N_{11} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где значения напряжений $R_{b,ser}$, $R_{bt,ser}$ берутся со своими знаками (т.е. в третьей формуле (4) слагаемые в круглых скобках разнозначные).

Сосредоточенные тангенциальные узловые усилия на растянутой грани, отображающие усилия взаимодействия бетона и арматуры, вычисляются в зависимости от соотношения расстояния между трещинами и длины анкеровки арматуры (рисунок 6 а, б).

Рисунок 6. Приведение напряжений сцепления арматуры с бетоном между нормальными трещинами к тангенциальным узловым нагрузкам
(а – при $l_{an} \leq l_{crc}/2$; б – при $l_{an} > l_{crc}/2$) (составлено авторами)

В случае, когда длина анкеровки не превышает половины расстояния между трещинами (схема 6 а) ординаты эпюры напряжений сцепления в узловых точках будут равны:

$$\tau_1 = \tau_{max}, \tau_2 = 2/3 \tau_{max}, \tau_3 = 1/3 \tau_{max},$$

где максимальное значение $\tau_{max} = 2R_{bond}$.

R_{bond} , согласно (СП 63.13330.2012), является средним (или равномерно распределённым) значением сопротивления сцепления арматуры с бетоном по длине анкеровки. В принятой схеме распределения сил сцепления в виде треугольника максимальная ордината вдвое превышает среднюю. Поэтому она удвоена по сравнению с $R_{bond} = (2 \div 2,5) R_{bt}$. В дальнейшем принято $\tau_{max} = 2R_{bond} = 4,5R_{bt}$.

Схема 6б характерна для конструкций с относительно часто расположенными трещинами, половина расстояния между которыми меньше длины анкеровки арматуры. В таком случае зоны анкеровки арматуры в середине блока накладываются одна на другую, и ординаты эпюры сцепления вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_{max} = 2R_{bond} = 4,5R_{bt}, \\ \tau_3 &= \tau_{min} = (\tau_{max}/l_{an})(l_{an} - l_{crc}/2) = \tau_{max}(1 - 0,5l_{crc}/l_{an}), \\ \tau_2 &= \tau_{cp} = (\tau_1 + \tau_3)/2. \end{aligned}$$

Соответствующие тангенциальные узловые усилия:

для схемы 6а

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 0,5\tau_1 b l_{crc}/m, \\ T_2 &= 0,5\tau_2 b (2l_{crc}/m) = \tau_2 b l_{crc}/m, \\ T_3 &= 0,5\tau_3 b (2l_{crc}/m) = \tau_3 b l_{crc}/m; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

для схемы 6б

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 0,5\tau_1 b l_{crc}/m, \\ T_2 &= 0,5\tau_2 b (2l_{crc}/m) = \tau_2 b l_{crc}/m, \\ T_3 &= 0,5\tau_3 b l_{crc}/m. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Результаты. Выбрав характерную группу напряжённых состояний от момента образования трещин до стадии, близкой к разрушению, по формуле (3) построим графики зависимости напряжений в точке «О» от длины блока (или относительного расстояния между трещинами $\gamma = l_{crc}/h_0$). Вид графиков $\sigma_0(\gamma = l_{crc}/h_0)$ показан на рисунке 7.

Горизонтальная линия на рисунке 7 отвечает уровню предельного сопротивления бетона растяжению $R_{bt,ser}$. Верхняя линия соответствует более глубоким, чем нижерасположенные линии, трещинам, которые образуются в случае относительно мало армированных элементов или при слабом сцеплении арматуры с бетоном. Этой линии отвечает значение $\gamma = 1,2$, т.е. шаг трещин $l_{crc} = 1,2h_0$, нижним линиям – шаг трещин $l_{crc} = 0,45h_0$. Таким образом можно построить номограммы, позволяющие в зависимости от уровня загрузки конструкции и глубины развития трещин определять расстояние между ними.

Рисунок 7. Вид графиков зависимости $\sigma_0(\gamma = l_{crc}/h_0)$ при разных глубинах трещин, соответствующих разным уровням напряжённого состояния (горизонтальная линия отражает значение $R_{bt,ser}$) (составлено авторами)

Рисунок 8. Графики распределения напряжений в середине блока на растянутой грани в зависимости от положения единичной нормальной сжимающей нагрузки на торцовых гранях блока и длины блока (отношения h_0 к l_{crc} $h_0=1$, $l_{crc}=8; 4; 2; 1; 0,5; 0,25$) (составлено авторами)

На рисунке 8 приведены графики линий влияния для нормальных напряжений в середине растянутой грани блока от единичных сил на торцовых гранях блока. Из графиков наглядно видно, что линии влияния для длинных пластин ($\gamma=l_{crc}/h_0=8; 4; 2$) практически одинаковы. Различия имеются в пластинах с $\gamma \leq 2$.

На рисунке 9 даны некоторые линии влияния для напряжений в середине блока на растянутой грани от единичных растягивающих нагрузок, тангенциально приложенных к растянутой грани блока по линии контакта арматуры и бетона. Участок загрузки растянутой грани составляет лишь часть всей грани, равную длине анкеровки арматуры и примыкающую к торцовым поверхностям, где находятся трещины. Именно здесь происходят подвижки бетона относительно арматуры и проявляются силы сцепления.

Рисунок 9. Графики напряжений в середине блока между трещинами на растянутой грани в зависимости от положения единичной растягивающей тангенциальной нагрузки $T=1$ кН на растянутой грани и длины блока
($h_0=1$ м, $l_{crc}=8;4;2;1;0,5;0,25$ м; толщина блока $b=1$ м) (составлено авторами)

Длина анкеровки с построенной на ней эпюрой сцепления делится на расчётное число частей, каждая из которых интегрально выражается вектором сосредоточенной узловой нагрузки T_j ($j=1, 2, \dots, m$). Поэтому матрица влияния для нормальных напряжений в середине растянутой грани от усилий сцепления имеет m строк (число столбцов равно числу γ расчётных платин). В зависимости от соотношения длины анкеровки арматуры l_{an} и полудлины расстояния между трещинами $l_{crc}/2$ средняя часть блока может быть свободна от сил сцепления, а эпюра сцепления будет, как на рисунке 6а, если $2l_{an}/l_{crc} < 1$; или эпюра сцепления, имеющая максимумы у торцов блока, в среднем сечении будет иметь зону «нахлёстки», как на рисунке 6б, если $2l_{an}/l_{crc} > 1$.

Линии влияния для нормальных напряжений в середине блока на растянутой грани, как от нормальных единичных сил на торцовых гранях, так и от тангенциальных единичных сил на растянутой грани в «длинных» блоках (с соотношением длины блока к высоте сечения ($\gamma=l_{crc}/h_0$), равном 8 и 4) практически совпадают между собой и очень близки по значениям ординат к линиям влияния блока с соотношением сторон 2. Это видно из рисунков 8 и 9. Существенное различие в линиях влияния этого вида наблюдается для коротких блоков с соотношением сторон $\gamma=2; 1; 0,5; 0,25$. Поэтому в качестве матрицы функции влияния для нормальных напряжений в середине растянутой грани от нормальных единичных сил на торцовых гранях в дальнейшем воспользуемся только значениями, соответствующими $\gamma=(2; 1; 0,5; 0,25)$:

$$|L(\sigma_{0N,\gamma})| = \begin{vmatrix} 1,660 & 0,556 & -0,012 & 0,000 \\ 1,120 & 0,424 & 0,000 & 0,000 \\ 0,598 & 0,338 & 0,017 & 0,000 \\ 0,008 & 0,276 & 0,057 & -0,000 \\ -0,432 & 0,170 & 0,136 & -0,002 \\ -0,961 & -0,076 & 0,278 & 0,005 \\ -1,510 & -0,585 & 0,397 & 0,028 \\ -2,070 & -1,460 & 0,032 & 0,280 \\ -2,630 & -2,680 & -1,650 & 0,794 \\ -3,180 & -4,040 & -4,950 & -3,290 \\ -3,710 & -5,280 & -8,630 & -17,300 \end{vmatrix}; \quad (7)$$

Аналогично и в качестве матрицы функции влияния для нормальных напряжений в середине растянутой грани от тангенциальных единичных сил на растянутой грани в дальнейшем воспользуемся значениями, соответствующими $\gamma=(2; 1; 0,5; 0,25)$:

$$|L(\sigma_{0T,\gamma})| = \begin{vmatrix} 3,710 & 5,280 & 8,630 & 17,300 \\ 3,710 & 5,330 & 9,030 & 18,100 \\ 3,810 & 5,650 & 10,700 & 21,300 \\ 4,000 & 6,000 & 12,800 & 25,600 \\ 6,000 & 9,000 & 17,200 & 33,400 \end{vmatrix} \quad (8)$$

Выполним расчёт железобетонной балки из бетона класса В20 прямоугольного поперечного сечения $b \cdot h_0 = 0,25 \cdot 0,5 \text{ м}^2$, армированной в растянутой зоне тремя стержнями арматурной стали диаметром 28 мм класса А400 общей площадью поперечного сечения $18,47 \text{ см}^2$.

Методом, изложенным в (СП 63.13330.2012) и [3, 4], найдём распределение нормальных напряжений в сечении с трещиной. Для разных уровней j напряжённо-деформированного состояния конструкции эти распределения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Распределение напряжений в нормальном сечении балки с трещинами при разных уровнях нагружения (составлено авторами)

Номера узлов, i	Нормальные напряжения в узлах $\sigma_{bi,j}$ кПа, при уровнях состояний j					
	1	2	3	4	5	6
1	6400	8000	9000	12000	15000	15000
2	5539	6961	7706	10093	12660	15000
3	4678	5922	6413	8186	10330	15000
4	3817	4883	5119	6279	7990	15000
5	2956	3844	3825	4371	5660	-1350
6	2094	2806	2531	2464	3320	0
7	1233	1767	1238	557	390	0
8	372	728	-56	-1350	-1350	0
9	-489	-311	-1350	0	0	0
10	-1350	-1350	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0

В таблице 2 сведены вычисленные по формулам (4), значения узловых сосредоточенных сил от нормальных напряжений на торцовых гранях блоков между двумя соседними нормальными трещинами.

Таблица 2

Распределение узловых нормальных усилий в сечении балки с трещинами при разных уровнях нагружения (составлено авторами)

Номера узлов, i	Нормальные усилия $N_{i,j}$ в узлах i , кПа, при уровнях состояний j					
	1	2	3	4	5	6
1	40	50	56,25	75	93,75	93,75
2	69,24	87,01	96,33	126,2	158,30	187,5
3	58,47	74,03	80,16	102,3	129,11	187,5
4	47,71	61,04	63,98	78,49	99,91	187,5
5	36,94	48,06	47,81	54,64	70,71	-8,438
6	26,18	35,07	31,64	30,8	41,52	0
7	15,42	22,08	15,47	6,962	12,32	0
8	4,653	9,097	-0,703	-8,438	-8,438	0
9	-6,111	-3,889	-8,438	0	0	0
10	-16,875	-8,438	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
Усилие в арматуре, кН	275,625	374,062	382,5	465,9	597,2	647,8
Изгибающий момент, кНм	110,531	142,453	149,391	185,758	236,158	267,781

Для определения узловых сосредоточенных тангенциальных сил на растянутой грани от действия напряжений сцепления между арматурой и бетоном примем линейное распределение

касательных напряжений с максимумом у берегов трещин и нулевым значением в середине блока. Поскольку линии влияния для нормальных напряжений на растянутой грани в середине блока от напряжений сцепления между арматурой и бетоном получены при разбиении блока по длине на десять частей ($m=10$), когда образуются пять пар взаимно уравновешенных единичных тангенциальных сил, то величины узловых тангенциальных сил найдём из следующих соотношений, аналогичных (5):

$$T_1 = 0,5 \tau_1 b l_{cr} / m = 0,5 \tau_{max} b \gamma h_0 / 10 = 0,5 * 4,5 R_{bt} b \gamma h_0 / 10 = 0,225 \gamma R_{bt} b h_0, \\ T_1 / (R_{bt} b h_0) = 0,225 \gamma, \quad (9)$$

$$T_i = \tau_i b l_{cr} / m = \tau_{max} (m+2-2i) / m * b l_{cr} / m = 4,5 (m+2-2i) \gamma R_{bt} b h_0 / m^2, \\ T_i / (R_{bt} b h_0) = 4,5 (m+2-2i) \gamma / m^2, \quad i=2, 3 \dots m/2. \quad (10)$$

Значения T_i при $R_{bt} = 1350$ кПа, $b=0,25$ м, $h=0,5$ м, $m=10$ для блоков $\gamma=2; 1; 0,5; 0,25$ представлены в таблице 3.

Нормальные напряжения в середине растянутой грани блока от нормальных напряжений на торцовых гранях при разных γ для разных уровней напряжённого состояния j получим, суммируя парные произведения элементов столбцов матрицы (7) и таблицы 2:

$$\sigma_{ON, \gamma, j} = \quad j=1, 2 \dots, 6, \quad n=11 \quad (11)$$

Значения напряжений $\sigma_{ON, \gamma, j}$ приведены в таблице 4.

Таблица 3

Распределение узловых тангенциальных усилий на растянутой грани блока в балке от напряжений сцепления арматуры с бетоном при $R_{bt}=1350$ кПа, $b=0,25$ м, $h=0,5$ м (составлено авторами)

i	$T_{i, \gamma}$, кПа при разных $\gamma = l_{cr} / h_0$			
	2	1	0,5	0,25
1	75,9375	37,9688	18,9844	9,49219
2	121,5	60,75	30,375	15,1875
3	91,125	45,5625	22,7813	11,3906
4	60,75	30,375	15,1875	7,59375
5	30,375	15,1875	7,59375	3,79688

Таблица 4

Напряжения $\sigma_{ON, \gamma, j}$ в блоках γ при различных уровнях нагружения j (составлено авторами)

Размер блока γ	Номера уровней нагружения i					
	1	2	3	4	5	6
0.25	52,44	27,89	-6,422	-2,146	-1,982	-0,027
0.5	115,41	77,65	39,66	23,79	32,53	11,56
1	157,55	130,36	137,17	166,62	204,42	245,32
2	175,02	155,66	198,96	281,40	339,38	482,96

От тангенциальных узловых усилий T_i , обусловленных напряжениями сцепления арматуры с бетоном, нормальные напряжения $\sigma_{OT,\gamma}$ в середине растянутой грани для блоков разной длины γ найдём, суммируя парные произведения элементов столбцов матрицы (8) и таблицы 3:

$$\sigma_{OT,\gamma} = \sum_{i=1}^m (\sigma_{OT_i,\gamma} * T_{i,\gamma}) \quad m=5 \quad (14)$$

Величины напряжений $\sigma_{OT,\gamma}$ приведены в таблице 5.

Таблица 5

Напряжения $\sigma_{OT,\gamma}$ в блоках γ при различных уровнях нагружения j

Размер блока γ	Номера уровней нагружения i (составлено авторами)					
	1	2	3	4	5	6
0,25	1002,95	1002,95	1002,95	1002,95	1002,95	1002,95
0,5	1006,89	1006,89	1006,89	1006,89	1006,89	1006,89
1	1100,64	1100,64	1100,64	1100,64	1100,64	1100,64
2	1504,93	1504,93	1504,93	1504,93	1504,93	1504,93

Значения напряжений в столбцах таблицы 6 одинаковы, поскольку при всех уровнях нагружения распределение касательных напряжений принято линейным по всей длине полублока с $\tau_{max}=4,5R_{bt}$ у торцовых сечений, совпадающих с плоскостями трещин, и $\tau=0$ в середине блока. Полные значения напряжений $\sigma_{O,\gamma}$ являются суммой значений столбцов таблиц 4 и 5, соответствующих одинаковым номерам уровней нагружения:

$$\sigma_{O,\gamma} = \sigma_{ON,\gamma,j} + \sigma_{OT,\gamma} = \sum_{i=1}^n (\sigma_{ON_i,\gamma} * N_{i,j}) + \sum_{i=1}^m (\sigma_{OT_i,\gamma} * T_{i,\gamma}). \quad (15)$$

Эти значения приведены в таблице 6.

Таблица 6

Напряжения $\sigma_{O,\gamma}$ в блоках γ при различных уровнях нагружения j (составлено авторами)

Размер блока γ	Номера уровней нагружения i					
	1	2	3	4	5	6
0,25	1055,39	1030,84	996,52	1002,95	1000,96	1002,92
0,5	1122,3	1084,54	1046,55	1030,68	1039,42	1018,46
1	1258,19	1231,01	1237,81	1267,26	1305,06	1345,95
2	1679,95	1660,59	1703,89	1786,33	1844,31	1987,89

Сопоставляя данные таблиц 5 и 6, видим, что основной вклад в суммарные значения напряжений $\sigma_{O,\gamma}$ вносят усилия сцепления между арматурой и бетоном. Их доля примерно на порядок превышает значения, вызванные нормальными усилиями на торцовых гранях блока. Это обуславливает особую важность правильного определения величин сил сцепления и характера их распределения по длине железобетонного элемента.

Зависимость нормальных напряжений на растянутой грани в середине блока между сформировавшимися к рассматриваемой стадии трещинами ($\sigma_{O,\gamma}$) от уровня напряжений на продолжении граничных трещин представлена на рисунке 10.

Рисунок 10. К определению расстояния между трещинами (по оси абсцисс отложены – в порядке возрастания - номера уровней напряжённого состояния блоков с разным соотношением сторон $\gamma=l_{cr}/h_0=0,25; 0,5; 1; 2$; пунктирная горизонтальная линия - $R_{bt,ser}$, МПа) (составлено авторами)

Предельное сопротивление бетона растяжению при расчётах по второй группе предельных состояний $R_{bt,ser}$ в рассматриваемом примере равно 1,35 МПа. Соответствующая горизонтальная линия $\sigma_{O,\gamma}=R_{bt,ser}$ пересекает только линию напряжений $\sigma_{O,\gamma}$, относящуюся к блоку с отношением $\gamma=l_{cr}/h_0=1$. Следовательно, шаг трещин, соответствующий 6 уровню напряжённого состояния конструкции, равен высоте сечения балки.

Если уровень напряжений сцепления уменьшить на 30%, приняв τ_{max} равным не $4,5R_{bt,ser}$, а $3,3R_{bt,ser}$, то напряжения $\sigma_{OT,\gamma}$ на растянутой грани в середине блока и суммарное их значение $\sigma_{O,\gamma}$ снизятся, вследствие чего линия $\sigma_O=R_{bt,ser}$ пересечёт кривую распределения напряжений $\sigma_{O,\gamma}$, соответствующую относительному расстоянию между трещинами $\gamma=l_{cr}/h_0=2$ между третьим и четвертым уровнями напряжённого состояния (рисунок 11). Таким образом, при уровне напряжений сцепления, меньшем предельного, образуются нормальные трещины с относительным шагом $\gamma=l_{cr}/h_0$, равным 2, а затем происходит половинное дробление блоков, и $\gamma=l_{cr}/h_0$ становится равным 1.

Рисунок 11. К определению расстояния между трещинами (τ_{max} в отличие от рисунка 10 приняты равными $3,3R_{bt,ser}$, а не $4,5R_{bt,ser}$) (составлено авторами)

Заключение

1. На базе блочной модели, в которой объектом исследования является блок, выделенный из железобетонного элемента по соседним трещинам, рассмотрены способы определения расстояния между трещинами. Задача об определении напряжений в сечении с трещиной решается в нелинейной постановке методом, изложенным в [3-4].

2. Основой для получения расчётных уравнений задачи по определению расстояния между трещинами служат линии влияния для нормальных напряжений на растянутой грани блока от единичных усилий, нормально приложенных к торцовым граням блока ($L_{\sigma N}$), и тангенциально приложенных на растянутой грани ($L_{\sigma T}$).

3. Выполненный пример расчета конкретной балки показывает, что предлагаемая методика расчета расстояния между трещинами не только методологически логична, но и даёт вполне приемлемые количественные результаты.

4. Предлагаемая методика расчета расстояния между нормальными трещинами в железобетонных изгибаемых элементах может быть использована для расчета нормируемых параметров ширины раскрытия трещин и прогибов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурашев В. И. Расчет железобетонных элементов по стадии разрушения. - М.: ГОССТРОЙИЗДАТ, 1938. - 184 с.
2. Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона. - М.: Машстройиздат, 1950
3. Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н. Трещиностойкость железобетонных конструкций как функция предельной растяжимости бетона // Инженерный вестник Дона: электронный журнал (<https://www.ivdon.ru>), № 3(2014)/2788.
4. Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н., Пересыпкин С.Е. Напряженно-деформированное состояние стержневых железобетонных внецентренно нагруженных элементов в стадии трещинообразования // Инновации. Менеджмент. Маркетинг. Туризм: Материалы 2-й Международной науч.-практ. конф./Под науч. ред. А.М. Ветитнева, Н.С. Матющенко. - Сочи: РИЦ ФГБОУ ВПО «СГУ», 2014. С. 162-165.
5. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996.- 416 с.
6. Карпенко Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами. - М.: Стройиздат, 1976. - 208 с.
7. Холмянский М.М. Бетон и железобетон: Деформативность и прочность.- М.: Стройиздат, 1997.- 576 с.
8. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона: Монография.- М.: Изд. АСВ, 2004.- 472 с.
9. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. -М.: Госстройиздат, 1962.- 98 с.
10. Пересыпкин Е.Н. Расчёт стержневых железобетонных элементов. - М.: Стройиздат, 1988. – 168 с.

Рецензент: Макаров Константин Николаевич, заведующий кафедрой «Строительство», доктор технических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Сочинский государственный университет" (ФГБОУ ВПО «СГУ»).

Ivanenko Aleksey Nikolaevich

Sochi state university
Russia, Sochi
aleksey.ivanenko@list.ru

Ivanenko Nicolay Alekseevich

Sochi state university
Russia, Sochi
inform-sochi11@yandex.ru

Peresyepkin Eugenie Nikolaevich

Sochi state university
Russia, Sochi
pen40@rambler.ru

The distance between the cracks in bending of reinforced concrete elements based on the block model

Abstract: When designing concrete structures without pre-stressing quite often, the number of valves is assigned based on the second group of limit States, i.e. across the width of the cracks and deflections. Currently, the calculation of crack width and deflection spend on empirical and semi-empirical dependencies in isolation from the physical meaning of the work of the concrete element with cracks. However, it is established that crack width depends linearly on the distance between the formed cracks in the stage of operation. In the article, based on the block model by constructing influence lines of normal and tangential stresses solved the problem of determining the distance between the cracks in bending of reinforced concrete elements. This distance is such that the normal stresses on the tension face in the middle of a block does not exceed the resistance of the concrete tensile strength. Moreover, the magnitude of these stresses is influenced not only by voltage coupling reinforcement with concrete, but the tension in the compression area. Obtained in the quantitative results were compared with the results of calculations according to the norms. The analysis of these comparisons. The results obtained in the determination of distances between cracks can be used in practical calculations to determine the crack width and deflection in reinforced concrete bending elements.

Keywords: flexible reinforced concrete elements; the distance between the cracks; lines of influence.

REFERENCES

1. Murashev B. I. Raschet zhelezobetonnykh elementov po stadii razrusheniya. - M.: GOSSTROYIZDAT, 1938. - 184 s.
2. Murashev V.I. Treshchinostoykost', zhestkost' i prochnost' zhelezobetona. - M.: Mashstroyizdat, 1950
3. Ivanenko A.N., Ivanenko N.A., Peresypkin E.N. Treshchinostoykost' zhelezobetonnykh konstruktsiy kak funktsiya predel'noy rastyazhimosti betona // Inzhenernyy vestnik Dona: elektronnyy zhurnal (<https://www.ivdon.ru>), № 3(2014)/2788.
4. Ivanenko A.N., Ivanenko N.A., Peresypkin E.N., Peresypkin S.E. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie sterzhnevyykh zhelezobetonnykh vnetsentrenno nagruzhennykh elementov v stadii treshchinoobrazovaniya // Innovatsii. Menedzhment. Marketing. Turizm: Materialy 2-y Mezhdunarodnoy nauch.-prakt. konf./Pod nauch. red. A.M. Vetitneva, N.S. Matyushchenko. - Sochi: RITs FGBOU VPO «SGU», 2014. S. 162-165.
5. Karpenko N.I. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona. – M.: Stroyizdat, 1996.- 416 s.
6. Karpenko N. I. Teoriya deformirovaniya zhelezobetona s treshchinami. - M.: Stroyizdat, 1976. - 208 s.
7. Kholmyanskiy M.M. Beton i zhelezobeton: Deformativnost' i prochnost'. - M.: Stroyizdat, 1997.- 576 s.
8. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Raschetnye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona: Monografiya.- M.: Izd. ASV, 2004.- 472 s.
9. Berg O. Ya. Fizicheskie osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetona. -M.: Gosstroyizdat, 1962.- 98 s.
10. Peresypkin E.N. Raschet sterzhnevyykh zhelezobetonnykh elementov. - M.: Stroyizdat, 1988. – 168 s.