DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2015.1.07
УДК 531/534:[57+61]

**Российский
Журнал
Биомеханики**
www.biomech.ru

ОБЛАСТЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЗУБА: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

А.Л. Дубинин

Кафедра теоретической механики и биомеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: aspalexey@rambler.ru

Аннотация. Для изучения начального перемещения зуба было введено понятие центра сопротивления. Для данной точки определены следующие свойства: если приложенная система сил сводится к равнодействующей с линией действия, проходящей через центр сопротивления, то зуб начнет поступательное перемещение; если приложенная система сил сводится к паре сил с моментом, равным главному моменту, то зуб повернется вокруг данного центра. В дальнейшем было показано, что центр сопротивления существует при выполнении исключительных условий (наличие оси симметрии у корня зуба). Поэтому для случаев, когда данный центр не существует, было предложено новое понятие – «область сопротивления зуба». Такой областью называется область минимального диаметра, имеющая следующие свойства: всякая прямая поступательного воздействия проходит через эту область и через всякую точку этой области проходит прямая поступательного воздействия. Показано, что она может быть эллипсом, двумя точками и одной точкой. В настоящей работе создана методика нахождения области сопротивления для частного случая двумя способами: 1) по совокупности всех прямых поступательного воздействия; 2) аналитически. Экспериментально установлена и показана связь между видом области сопротивления и формой корня зуба, а также рассмотрен переход от одного вида области к другому при варьировании геометрических параметров тела. Исследованы некоторые свойства отдельных видов области. Приведен случай существования центра сопротивления, не рассмотренный ранее.

Ключевые слова: центр сопротивления зуба, область сопротивления зуба, зубочелюстная система, ортодонтическое перемещение зубов, экспериментальное исследование.

ВВЕДЕНИЕ

Куда и как нужно приложить силу, чтобы переместить зуб в нужное положение? Данный вопрос является определяющим при ортодонтическом лечении и довольно непросто дать на него ответ ввиду необходимости учета большого количества факторов, влияющих на данный процесс: реакция тканей, окружающих зуб, их индивидуальные механические свойства, сложные физиологические процессы, характеристики аппарата, оказывающего силовое воздействие, особенности его установки и прочее [1, 5, 11].

В настоящей статье изучается вопрос о начальном перемещении зуба. Принимается модель (характерная для большинства работ, в которых также изучается данная проблема [2–4, 6, 7, 9, 10, 12, 13]): зуб, окруженный периодонтальной связкой,

рассматривается как абсолютно твердое тело, погруженное в линейно-упругую среду и находящееся в состоянии устойчивого равновесия. При приложении системы сил тело испытывает малые перемещения в пределах костной лунки. Для изучения начального перемещения зуба часто пользуются понятием центра сопротивления, введенным в 1917 г. [8]. Данный центр является точкой, такой, что через нее проходят все прямые поступательного воздействия, и любая прямая, проходящая через данную точку, является прямой поступательного воздействия [2]. На его положение не влияют ни величина, ни направление приложенной к зубу силы, однако оно зависит от формы корня и упругих свойств окружающей среды. Известно также, что на условия существования центра сопротивления наложены довольно сильные ограничения, такие как наличие у корня зуба оси симметрии [1]. То есть данным понятием можно пользоваться, если рассматривать зуб в виде идеализированного тела вращения. Однако для более глубокого изучения вопроса необходима новая идея.

В работе [2] введено соответствующее понятие – «область сопротивления зуба», которое является обобщающим для центра сопротивления. Такой областью называется область минимального диаметра, имеющая следующие свойства: всякая прямая поступательного воздействия проходит через эту область и через всякую точку этой области проходит прямая поступательного воздействия. Она существует всегда и сохраняет основные свойства центра сопротивления. Показано, что она может быть набором точек, образующих эллипс, двумя точками или одной точкой (рис. 1).

Известно, что вид области сопротивления, представленный на рис. 1, *а*, характерен для общего случая задания формы корня зуба. Каждая из возможных прямых поступательного воздействия обязательно проходит через какую-либо точку области сопротивления (эллипс минимального диаметра). Случаи, представленные на рис. 1, *б*, *в*, соответствуют наличию элементов симметрии у тела. Видно, что на рис. 1, *в* область сопротивления состоит из одной точки, через которую проходят все прямые поступательного воздействия, что соответствует центру сопротивления.

Стоит отметить, что область сопротивления – не единственное понятие, появившееся в научной литературе за период 2013–2014 гг., предложенное для изучения начальной подвижности зуба в общем случае при отсутствии центра сопротивления [5, 6, 8].

Рис. 1. Виды областей сопротивления: *а* – эллипс; *б* – две точки; *в* – одна точка; черная линия – прямая поступательного воздействия, серая точка – точка области сопротивления

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЛАСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Настоящая работа является прямым продолжением идей, развитых в статьях [10] и [4], где теория центра и области сопротивления строится на следующей модели. Зуб, окруженный периодонтальной связкой, рассматривается как абсолютно твердое тело, погруженное в линейно-упругую среду, и находится в состоянии устойчивого равновесия. При приложении системы сил тело испытывает малые перемещения в пределах костной лунки. Пусть $\vec{p}$ – вектор-столбец компонент перемещения полюса; $\vec{\phi}$ – вектор-столбец компонент малого поворота зуба вокруг полюса; $\vec{R}$ – главный вектор системы сил; $\vec{M}$ – главный момент системы сил относительно полюса. Тогда вследствие линейной упругости среды

$$\begin{pmatrix} \vec{p} \\ \vec{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha} & \hat{\gamma} \\ \hat{\gamma}^T & \hat{\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{R} \\ \vec{M} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ – матрицы, которые определяются формой корня зуба, упругими свойствами периодонта и положением полюса. Матрица системы (1) является симметричной и положительно определенной, следовательно, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ также симметричные и положительно определенные, $\hat{\gamma}$ – несимметрична в общем случае.

Пусть $\hat{\delta}$ – симметричная часть матрицы $\hat{\gamma}\hat{\beta}^{-1}$; $\hat{\varepsilon}$ – антисимметричная часть матрицы $\hat{\gamma}\hat{\beta}^{-1}$; $\vec{e}$ – вектор, соответствующий матрице $\hat{\varepsilon}$. Можно показать, что центр сопротивления существует, если и только если $\hat{\delta} = 0$, тогда компоненты вектора $\vec{e}$ являются его координатами. Если же $\hat{\delta} \neq 0$, то центр сопротивления не существует, но прямые поступательного воздействия могут существовать, и их множество будет определять область сопротивления. Также данную область можно найти аналитически. В этом случае компоненты вектора $\vec{e}$ являются координатами центра области сопротивления (для случая на рис. 1, *a* – центр эллипса; рис. 1, *б* – середина между двумя точками; рис. 1, *в* – центр сопротивления). Направив оси системы координат по главным осям матрицы $\hat{\delta}$, найдем положение области сопротивления, а ее размеры определяются через собственные значения матрицы $\hat{\delta}$.

Рис. 2. Схема задачи: *a* – пространственная модель зуба, окруженного пружинами; *б* – положение *i*-й пружины в пространстве

Однако для определения положения области сопротивления аналитическим методом необходимо знать коэффициенты матрицы системы (1). Для их вычисления представим упругую среду (периодонтальную связку) в виде набора пружин с заданной жесткостью c_i , ориентация в пространстве каждой из которых задается координатами точки крепления к зубу (x_i, y_i, z_i) и углами η_i, ξ_i, θ_i с осями системы координат (рис. 2). Далее применим принцип возможных перемещений. Сумма виртуальных работ внешних сил равна сумме виртуальных работ напряжений

$$\sum_j \delta A_j^e = \sum_i \delta A_{i\sigma}.$$

Сообщим точкам виртуальные перемещения и запишем виртуальную работу внешних сил $\sum_i \vec{P}_i \delta \vec{r}_i$ и виртуальную работу напряжений $\sum_i c_i \Delta \vec{l}_i \delta \vec{r}_i$

$$\sum_i \vec{P}_i \delta \vec{r}_i = \sum_i c_i \Delta \vec{l}_i \delta \vec{r}_i, \quad (2)$$

где $\delta \vec{r}_i$ – виртуальное перемещение точки прикрепления к зубу i -й пружины, $\Delta \vec{l}_i$ – вектор удлинения i -й пружины.

Виртуальное перемещение точки складывается из поступательного виртуального перемещения вместе с полюсом (началом системы координат) $\delta \vec{r}_0$ и поворота на бесконечно малый угол вокруг полюса $\delta \vec{\varphi}$

$$\delta \vec{r}_i = \delta \vec{r}_0 + \delta \vec{\varphi} \times \vec{r}_i.$$

Аналогично для действительного малого перемещения $\Delta \vec{r}_i$

$$\Delta \vec{r}_i = \Delta \vec{r}_0 + \Delta \vec{\varphi} \times \vec{r}_i,$$

где $\Delta \vec{\varphi}$ – вектор малого угла поворота вокруг полюса под действием приложенных сил.

Представим $\delta \vec{r}_i$ в виде $\delta \vec{r}_i = \delta r_{ix} \vec{i} + \delta r_{iy} \vec{j} + \delta r_{iz} \vec{k}$, а удлинение i -й пружины $\Delta \vec{l}_i$ как скалярное произведение вектора действительного перемещения $\Delta \vec{r}_i$ и единичного вектора $\vec{n}_i$ вдоль оси пружины $\Delta \vec{l}_i = (\Delta \vec{r}_i \cdot \vec{n}_i) \cdot \vec{n}_i = (\Delta r_{ix} \cos \eta_i + \Delta r_{iy} \cos \xi_i + \Delta r_{iz} \cos \theta_i) \cdot \vec{n}_i$. Таким образом, подставляем данные величины в правую часть выражения (2), расписывая проекции виртуальных и действительных перемещений, получаем

$$\begin{aligned} \sum_i c_i \Delta \vec{l}_i \delta \vec{r}_i &= \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) \\ & \quad (a \delta x_0 + b \delta y_0 + d \delta z_0 + e \delta \varphi_x + f \delta \varphi_y + g \delta \varphi_z), \end{aligned} \quad (3)$$

где $a = \cos \eta_i$, $b = \cos \xi_i$, $d = \cos \theta_i$, $e = (z_i \cos \xi_i - y_i \cos \theta_i)$, $f = (x_i \cos \theta_i - z_i \cos \eta_i)$, $g = (x_i \cos \xi_i - y_i \cos \eta_i)$.

Сумму виртуальных работ внешних сил запишем через обобщенные силы

$$\sum_i \vec{P}_i \delta \vec{r}_i = Q_x \delta x_0 + Q_y \delta y_0 + Q_z \delta z_0 + M_x \delta \varphi_x + M_y \delta \varphi_y + M_z \delta \varphi_z. \quad (4)$$

Тогда, сравнивая выражения (3) и (4), обобщенные силы находим как коэффициенты при одинаковых вариациях обобщенных координат. Объединив их в систему уравнений, получим

$$\begin{cases} Q_x = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) a, \\ Q_y = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) b, \\ Q_z = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) d, \\ M_x = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) e, \\ M_y = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) f, \\ M_z = \sum_i c_i (\Delta x_0 a + \Delta y_0 b + \Delta z_0 d + \Delta \varphi_x e + \Delta \varphi_y f + \Delta \varphi_z g) g. \end{cases}$$

Запишем данную систему уравнений в матричном виде

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_i a^2 & c_i ab & c_i ad & c_i ae & c_i af & c_i ag \\ c_i ba & c_i b^2 & c_i bd & c_i be & c_i bf & c_i bg \\ c_i da & c_i db & c_i d^2 & c_i de & c_i df & c_i dg \\ c_i ea & c_i eb & c_i ed & c_i e^2 & c_i ef & c_i eg \\ c_i fa & c_i fb & c_i fd & c_i fe & c_i f^2 & c_i fg \\ c_i ga & c_i gb & c_i gd & c_i ge & c_i gf & c_i g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \varphi_x \\ \Delta \varphi_y \\ \Delta \varphi_z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрица (5) является симметричной, положительно определенной, имеет размер 6×6 , включает 21 независимую компоненту, которые зависят от формы корня зуба, упругих свойств периодонта, положения полюса. Видно, что искомая матрица системы (1) может быть получена как обратная от найденной матрицы (5).

Данный алгоритм запрограммирован в пакете *Matlab* и позволяет определять положение центра/области сопротивления в частных случаях.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ВИДОМ ОБЛАСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ И ФОРМОЙ КОРНЯ ЗУБА

Для исследования вида области сопротивления направим оси системы координат по главным осям матрицы $\hat{\delta}$, а полюс O^* поместим в точку, координаты которой суть компоненты вектора $\vec{e}$. Для поиска прямых поступательного воздействия в работе [4] получено уравнение поверхности второго порядка

$$\delta_1 x^2 + \delta_2 y^2 + \delta_3 z^2 + \delta_1 \delta_2 \delta_3 = 0, \quad (6)$$

где δ_i – собственные значения матрицы $\hat{\delta}$; x, y, z – компоненты вектора $\vec{r}$. Проводя через каждую точку поверхности (6) прямую вдоль собственного вектора матрицы $\hat{\gamma} \hat{\beta}^{-1}$, отвечающего нулевому собственному значению этой матрицы, получаем множество прямых поступательного воздействия. Комбинация из знаков чисел δ_i определяет вид данного множества, а следовательно, и области сопротивления. Значения δ_i определяют размеры области.

Общий случай

Корень зуба задается близким к физиологической форме верхнего резца (не имеющей никаких элементов симметрии) (рис. 3, а). Пользуясь программой, в данном случае можно определить числа δ_i : $\delta_1 = -0,0653$; $\delta_2 = -0,007$; $\delta_3 = 0,0344$.

Рис. 3. Иллюстрация к общему случаю: *а* – положение гиперboloида относительно корня зуба (синие линии – границы корня, фиолетовые линии – пружины); *б* – связь гиперboloида и прямых поступательного движения (красные линии); *в* – положение эллипса в трех плоскостях (зеленая линия – *y*-полуось, красная линия – *x*-полуось)

Уравнение поверхности (6) принимает вид канонического уравнения однополостного гиперboloида

$$\frac{x^2}{0,015} + \frac{y^2}{0,047} - \frac{z^2}{0,021} = 1.$$

Все возможные прямые поступательного воздействия расположены таким образом, что являются одним из семейств прямолинейных образующих данного однополостного гиперboloида (рис. 3, *б*). Область сопротивления – эллипс минимального диаметра (рис. 3, *в*).

Случай наличия элементов симметрии

а) Корень зуба задается формой, имеющей одну плоскость симметрии (рис. 4). Собственные значения равны $\delta_1 = -0,41$; $\delta_2 = 0$; $\delta_3 = 0,41$. Уравнение поверхности (6) принимает вид канонического уравнения пары пересекающихся плоскостей.

$$0,41z^2 - 0,41x^2 = 0.$$

Рис. 4. Иллюстрация к случаю с одной плоскостью симметрии. Синяя точка – центр сопротивления в плоскости, красные линии – прямые поступательного воздействия

Все возможные прямые поступательного воздействия проходят через одну точку и лежат лишь в плоскости yz , однако эта точка не является центром сопротивления в полном смысле. Подобный случай наличия у тела одной плоскости симметрии был рассмотрен ранее в работе [1] и соответствует понятию «центр сопротивления в плоскости».

б) Корень зуба задается формой прямоугольного параллелепипеда, имеющего две плоскости симметрии (рис. 5). Собственные значения равны $\delta_1 = -0,33$; $\delta_2 = 0$; $\delta_3 = 0,33$. Уравнение поверхности (6) также принимает вид канонического уравнения пары пересекающихся плоскостей. Стоит отметить, что эти плоскости взаимно перпендикулярны (так как $|\delta_3| = |\delta_1|$).

$$0,33z^2 - 0,33x^2 = 0.$$

Область сопротивления – две точки, лежащие на прямой пересечения двух плоскостей.

Рис. 5. Иллюстрация к случаю с двумя плоскостями симметрии. Синяя, зеленая точки – точки области сопротивления, красные линии – прямые поступательного воздействия

Рис. 6. Иллюстрация к случаю с осью симметрии: *a* – ось симметрии 4-го порядка; *б* – ось симметрии 6-го порядка; красные линии – прямые поступательного воздействия

в) Корень зуба задается формой тела, имеющей ось симметрии n -порядка ($n > 2$) (рис. 6). Собственные значения получились равны $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 0$; $\delta_3 = 0$. Следовательно, область сопротивления совпадает с центром сопротивления и все прямые поступательного воздействия пересекаются в одной точке.

Остальные виды областей сопротивления, приведенные в работе [4], здесь не рассматриваются, так как, вероятно, не существует зубов такой формы, для которой бы δ_i приняли соответствующие комбинации знаков. Данное утверждение экспериментально подтверждено в ходе многочисленного варьирования форм тела, погруженного в упругую среду.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ВИДАМИ ОБЛАСТЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Данный раздел демонстрирует небольшой эксперимент, целью которого было наблюдение общей природы различных видов области сопротивления. Он наглядно отражает переход от одного вида области к другому путем изменения геометрических параметров системы «зуб–периодонт».

Сначала бралось тело произвольной формы (рис. 7, *а*), и постепенно его форму делали такой же, как у тела, имеющего ось симметрии n -порядка ($n > 2$) (рис. 7, *б*). В процессе перехода фиксировались значения δ_i на каждом этапе деформирования, и затем они были объединены на графике (рис. 8) для отражения зависимости от изменяемых параметров. Участок *AB* характеризует переход от произвольной формы *A* к появлению двух плоскостей симметрии *B* (см. рис. 7, 8). Со стремлением δ_2 к нулю область сопротивления в виде эллипса претерпевает следующие изменения в размерах и ориентации: 1) значения полуосей эллипса уменьшаются, причем x -полуось равна 0 в момент *B* (см. рис. 7, *а*); 2) происходит совмещение ненулевого собственного вектора матрицы $\hat{\delta}$ с прямой пересечения двух плоскостей. При достижении формы *B* эллипс превращается в прямую. Переход *BC* характеризуется пропорциональным уменьшением значений ненулевых δ_i . При достижении формы *C* тело приобретает ось симметрии n -порядка (в данном случае $n = 4$), все δ_i и полуоси равны нулю, означая вырождение области сопротивления в единственную точку – центр сопротивления.

Рис. 7. Иллюстрация к эксперименту: *а* – экспериментальная начальная модель; *б* – процесс деформирования формы корня зуба

Рис. 8. Зависимости изменения чисел δ_i (а) и полуосей эллипса (б) от изменения формы корня зуба по оси z : а) синяя линия – δ_1 ; зеленая линия – δ_2 ; красная линия – δ_3 ; б) синяя линия – x -полуось; зеленая линия – y -полуось

Рис. 9. Зависимости изменения чисел δ_i (а) и полуосей эллипса (б) от нефизиологических изменений формы корня зуба по оси z . Обозначения такие же, как на рис. 8

Рис. 10. Изображение стадии деформации тела при $z = 11$ (т.е. $\delta_2 = 0$)

Также представляют интерес выход за рамки физиологичности формы корня зуба и наблюдение более широкой картины изменения значений δ_i . Для этого выбрано тело в форме прямоугольного параллелепипеда. Деформируется оно таким образом, чтобы нарушились все элементы симметрии тела, при этом вытягивается одна из вертикальных граней. Анализируя график зависимости чисел δ_i от изменяемых параметров (см. рис. 9), можно увидеть, что δ_2 принимает нулевые значения в трех точках $z_1 = -2,4$; $z_2 = 4$; $z_3 = 11$. В данных точках вид области сопротивления соответствует $\delta_1 < 0$; $\delta_2 = 0$; $\delta_3 > 0$. В точке z_2 данный результат ожидаем, однако в точках z_1, z_3 тело не имеет какой-либо наблюдаемой внешней симметрии, но данный вид области ему все равно присущ (рис. 10). Уравнение поверхности (6) в данных точках принимает вид пары пересекающихся плоскостей, но они не будут взаимно перпендикулярны, так как угловой коэффициент $k = \pm\sqrt{\delta_3/\delta_1} \neq 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа является продолжением идей и теории, развитой в статьях [4, 10], в которых показано, что центр сопротивления зуба существует не всегда, и для тех случаев, когда его нет, введено новое понятие области сопротивления. Результатами данной работы являются создание методики для определения положения области сопротивления аналитически или нахождением всего множества прямых поступательного воздействия, установление связи между видом области сопротивления и геометрическими параметрами системы «зуб–периодонт», рассмотрен процесс перехода из одного вида области в другой. Также экспериментально показано, что центр сопротивления может существовать у тел с осью симметрии n -порядка ($n > 2$).

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность Ю.И. Няшину, М.А. Осипенко, В.С. Туктамышеву за помощь, ценные замечания и постоянный интерес к работе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №15-01-04932

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубинин А.Л., Няшин Ю.И., Осипенко М.А. Анализ развития понятия «центр сопротивления зуба» // Российский журнал биомеханики. – 2014. – Т. 18, № 4. – С. 452–470.
2. Дубинин А.Л., Няшин Ю.И., Осипенко М.А., Туктамышев В.С. Ортодонтическое перемещение зубов. Понятие центра сопротивления и области сопротивления зуба // Тезисы докладов XI Всероссийской конференции с международным участием и школы-семинара для молодых ученых «Биомеханика-2014», 1–4 декабря 2014. – Пермь, 2014. – С. 53–54.
3. Дубинин А.Л., Осипенко М.А., Няшин Ю.И., Туктамышев В.С. Понятие центра сопротивления и области сопротивления зуба // Математическое моделирование в естественных средах. – Пермь, 2014. – С. 91–92.
4. Осипенко М.А., Няшин Ю.И., Няшин М.Ю., Дубинин А.Л. Область сопротивления зуба: определения и свойства // Российский журнал биомеханики. – 2013. – Т. 17, № 2. – С. 31–38.
5. Профит У.Р. Современная ортодонтия. – М.: МЕДпресс-информ, 2008. – 560 с.
6. Burstone C.J. Biomechanics of Tooth Movement. – Philadelphia: Lea & Febiger, 1962. – 213 p.
7. Dathe H., Nägerl H., Kubein-Meesenburg D. A caveat concerning center of resistance // Journal of Dental Biomechanics. – 2013. – Vol. 4. – P. 1–7.
8. Fish G.D. Some engineering principles of possible interest to orthodontists // Dental Cosmetics. – 1917. – Vol. 59. – P. 881–889.

9. Geiger M.E., Schmidt F., Lapatki B.G. Centre of resistance of constructed tooth models of various morphologies // 18th Symposium on Computational Biomechanics in Ulm, 13–14 May 2013. – Ulm, 2013.
10. Osipenko M.A., Nyashin M.Y., Nyashin Y.I. Center of resistance and center of rotation of a tooth: the definitions, conditions of existence, properties // Russian Journal of Biomechanics. – 1999. – Vol. 3, № 1. – P. 1–11.
11. Ravinda N. Biomechanics and Esthetic Strategies in Clinical Orthodontics. – St. Louis: Elsevier, 2009. – 396 p.
12. Vicielli R.F., Budiman A., Burstone C.J. Axes of resistance for tooth movement: does the center of resistance exist in 3-dimensional space? American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopaedics. – 2013. – Vol. 143, № 2. – P. 163–172.
13. Vollmer D., Bourauel C., Maier K., Jäger A. Determination of the centre of resistance in an upper human canine and idealized tooth model // European Journal of Orthodontics. – 1999. – Vol. 21, № 6. – P. 633–648.

REGION OF RESISTANCE OF TOOTH: EXPERIMENTAL DETERMINATION

A.L. Dubinin (Perm, Russia)

In order to study the initial tooth movement, the concept of the center of resistance was introduced. Properties of this point are: if the applied force system is reduced to the single force with the line of action passing through the center of resistance, then the tooth will start to move translationally; if the applied force system is reduced to the force couple, then the tooth will rotate around this center. Later, it was shown that the center of resistance exists at the exceptional conditions (existing of the axis of symmetry for the root of the tooth). Therefore, in cases where there is no center of resistance, in work a new concept “region of resistance of the tooth” was introduced. The region is called the region of resistance of a tooth with the minimal diameter while possessing the following properties: any line of translational action passes through this region and through any point of this region passes some line of translational action. It has been shown that region of resistance can be an ellipse, two points, and one point. In presented study, the method of finding the region of resistance for the particular case was developed by two approaches: 1) finding the set of all lines of translational action; 2) analytically. The relation between the region of resistance and tooth root shape was established experimentally. Also, the transition from one type of region of resistance to other was shown by varying geometrical parameters of the body. Some properties of certain types of region investigated. Another case of the existence of the center of resistance was shown, which has not been considered earlier.

Key words: center of resistance of tooth, region of resistance of tooth, dentition, orthodontic tooth movement, experimental determination.

Получено 20 февраля 2014