УДК 517.97

В.П. Первадчук, Д.Б. Владимирова, И.В. Гордеева

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия

КОНТРОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧЕ ВЫТЯЖКИ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

Рассмотрены задачи управления вытяжкой оптических волокон, модель вытяжки описывается системами дифференциальных уравнений в частных производных, а также задачи оптимизации геометрической формы вытягиваемого волокна, в роли параметра управления выступает скорость готового волокна. Проведен сравнительный анализ двух моделей вытяжки – с наличием конвективных слагаемых в уравнении движения и без них.

Ключевые слова: вытяжка, оптические волокна, оптимальное управление, радиус волокна, распределенные системы.

V.P. Pervadchuk, D.B. Vladimirova, I.V. Gordeeva

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

CONTROL OF GEOMETRICAL CHARACTERISTICS IN THE PROBLEM OF OPTICAL FIBERS DRAWING

The paper deals with the task of controlling the drawing of optical fibers, the model of drawing is described by systems of differential equations in partial derivatives. The optimization problems of the geometrical shape of the stretched fiber are considered, the speed of the finished fiber acts as the control parameter. A comparative analysis of two models of drawing is carried out - with the presence of convectional terms in the equation of motion and without them.

Keywords: drawing, optical fibers, optimal control, fiber radius, distributed systems.

Оптические волокна – краткая история развития, характеристика, особенности производства. Оптическое волокно представляет собой стеклянную или пластиковую нить, которая предназначена для распространения света вдоль его длины при условии ограничения потерь света внутри волновода. В 1840-х гг. был предложен световодный принцип, а в 1950-х гг. оптические волокна получили значительное развитие для медицинских применений. В 1966 г. сотрудники британской компании Standard Telephones and Cables Kao и Хокхем [1] впервые предположили, что оптическое волокно может быть с успехом

использовано для телефонной связи. В 1970 г. впервые было изготовлено волокно с низким уровнем потерь (менее 20 дБ/км) из преформы, полученной по технологии Outside Vapor Phase Oxidation (OVPO) исследователями Капрон и др. в Corning Glass Works (сейчас Corning Inc) [2]. Сегодня оптические волокна имеют широкий диапазон приложений в медицине, промышленности, военной отрасли. Примеры применения оптических волокон – это телекоммуникации, датчики, лазеры, тепловидение и т.д.

Для разработки оптических волокон используются различные материалы. С точки зрения состава оптические волокна принципиально можно разделить на три категории: стеклянные, кристаллические и пластиковые волокна. В начале эпохи развития волоконной оптики волокна изготавливали из кварцевого стекла. С середины 1970-х гг. для изготовления оптических волокон стали использовать фтороцирконатные, фторалюминатные и другие виды стекол. Оптические волокна, изготовленные из этих видов стекла (так называемые инфракрасные волокна), были предназначены для передачи излучения с длиной волны более 2 мкм [3]. Температура размягчения и плавления этих стекол намного ниже, чем для диоксида кремния. Если для последнего она составляет в среднем около 1900 К, то, к примеру, температура плавления фторидного стекла составляет всего 538 К [4]. Кристаллическое сырье также используется для изготовления инфракрасных оптических волокон. Существуют два типа кристаллических волокон: монокристалл (SC) и поликристаллическое (PC) волокно [5]. Большинство волокон из кристаллических материалов могут передавать более длинноволновое излучение, чем ИК-волокна. Поэтому эти волокна в основном используются в оборонной промышленности. Пластиковое сырье также может быть использовано для изготовления оптических волокон. Этот вид оптического волокна называется Plastic Optical Fiber (POF). Достаточно часто для изготовления POF используется полиметилметакрилат (PMMA) [6]. POF обычно имеют гораздо более высокое затухание по сравнению со стекловолокном, поэтому основной областью их применения является передача данных на короткие расстояния. Однако важным преимуществом POF-волокон является их относительно невысокая цена.

Наиболее распространенной структурой оптических волокон является структура волокна с легированной сердцевиной. В этом случае световодная центральная часть (называемая «сердцевиной») окружена

диэлектрическим слоем (называемым «оболочкой»), который имеет несколько меньший показатель преломления, чем показатель ядра. Такие оптические волокна могут быть разделены на две общие категории – одномодовые и многомодовые волокна. Различия между одномодовыми и многомодовыми волокнами заключаются в том, что в одномодовом волокне свет распространяется по одной моде, в то время как многомодовое волокно позволяет сотням световых мод распространяться одновременно. Мномодовые волокна имеют более крупные диаметры сердечников (обычно более 10 мкм). В многомодовом волокне компоненты передаваемого света в разных режимах проявляют разные групповые скорости. Это приводит к появлению многомодовой дисперсии.

С точки зрения рассмотрения характерных структур есть еще одна структура, называемая полым или пустотелым волокном (капилляром). Полое волокно имеет много преимуществ по сравнению с обычными твердосплавными волокнами. Они включают высокие пороги мощности лазера, низкие вносимые потери, прочность и малую расходимость лучей. Применение полых волноводов – это медицинские приложения, сенсорные технологии, лазеры.

Новый класс оптических волокон, называемых фотонно-кристаллическими волокнами (PCF), или микроструктурированными оптическими волокнами (MOF), представляет значительный интерес в последние годы [7, 8]. MOF-волокна могут быть разделены на твердотельные MOF и полые сердечники. По сравнению с обычными оптическими волокнами, MOF имеют множество преимуществ. Например, твердотельные MOF могут быть спроектированы таким образом, чтобы получить гораздо более высокую разность показателей преломления между ядром и оболочкой. Применение MOF находят преимущественно в волоконно-оптической связи, волоконных лазерах, нелинейных устройствах, высокомошной передаче, высокочувствительных датчиках газа и других областях.

Обзор методов математического моделирования процесса вытяжки оптических волокон. Вытяжка оптических волокон, являясь одним из этапов их производства, представляет собой сложный процесс, учитывающий взаимосвязь как геометрических, так и ряда физических показателей. Геометрия вытянутого волокна играет важную роль в оптических характеристиках и, как следствие, в производительности волокна. На конечную форму волокна оказывают сильное влияние условия вы-

тяжки волокна, такие как скорость подачи заготовки, скорость вытягивания (намотки), температурное распределение печи, натяжение нити и др.

Преформа (обычно несколько сантиметров в диаметре) подается в вытяжную печь с помощью механизма подачи. Затем заготовку нагревают до температуры размягчения, которая составляет около 1900 К (для стекла). При этом важно учитывать все виды теплообмена – это и излучение тепла от поверхности печи по закону Стефана–Больцмана, а также теплообмен с окружающей средой. Создав натяжение размягченного материала, заготовка вытягивается с выбранной скоростью до получения волокна (обычно 125 мкм в диаметре). Обычно используют графитовую или циркониевую печи [9], они являются наиболее часто используемыми при работе с заготовками диоксида кремния. В области вытяжной печи наблюдается резкое сужение профиля заготовки. Форма «шейки» размягченной заготовки играет ключевую роль для получения качественного материала на выходе. Данная область весьма чувствительна к внешним воздействиям, именно здесь оказывают свой комбинированный эффект все условия вытяжки, такие как скорость подачи заготовки, скорость вытягивания (выхода волокна), температурное распределение на стенке печи и т.д. Геометрия конечного волокна, как показывает практика, во многом зависит от формы переходной области размягченного кварца.

Математическое моделирование процесса вытяжки оптического волокна и возможность управлять этим процессом, в том числе оптимально, представляют значительный интерес на современном этапе. Паек и Ранк [10] впервые представили физическую модель профиля шейки расплава и температурных распределений на основе одномерного предположения и баланса поверхностных сил. Майерс [11] разработал одномерную модель для нестационарного потока стекла. Чэнь и Джалурия [12, 13] разработали модель для изучения влияния структуры сердцевины в процессе вытяжки. Сарбо, Милинкович и др. [14] предложили одномерную математическую модель процесса вытягивания стеклянных капиллярных трубок путем изучения трех основных зон – зоны нагрева, зоны деформации и зоны охлаждения по отдельности. Монро, Фитт, Фурусавы и др. [15, 16] предложили теоретическую основу для моделирования изготовления мелкомасштабных полых стеклянных капилляров и подтвердили результаты моделирования собственными экспериментами. Полученная в работе модель Фитта дает

возможность прогнозировать профили шейки в зависимости от изменения параметров модели – натяжения, скоростей подачи и намотки, а также и их отношения – величины кратности вытяжки. В более поздних работах Костецкого, Монро и др. [17] для исследований микро-структурированных оптических волокон (MOFs) предложены варианты построения предиктора, способного предсказать параметры, необходимые для получения желаемой модельной геометрии. Результаты показали, что модели механики жидкости и газа (модель Навье–Стокса в одномерной постановке) для описания процесса вытяжки одиночного осесимметричного капиллярного световода можно обобщить на случай множественных отверстий, в том числе симметричных и асимметричных. Показано, что аналитические решения интегрального уравнения, определенного моделью Фитта, могут быть использованы для прогнозирования формы и структуры сборки капилляров, которая способствует эффективности процесса вытяжки в соответствии с прогнозируемыми технологическими условиями.

Постановка задачи управления распределенной системой, описывающей процесс вытяжки кварцевых оптических волокон. В рамках данной работы предлагается реализация нового подхода к управлению процессом вытяжки [18]. Проводится сравнительный анализ результатов моделирования и решения задач управления для вытяжки цельного кварцевого волокна в условиях изотермичности. Рассматриваются две модели в виде распределенных систем относительно функций радиуса волокна и скорости кварцевого расплава (1), (2) и (1), (3). В обоих случаях рассмотрены одномерные постановки. Принципиальным отличием двух представленных систем является учет (полная система (1), (3)) или пренебрежение (система (1), (2)) конвективными членами вида $V(t, z) \cdot \frac{\partial V(t, z)}{\partial z}$ в уравнении движения, имеющими смысл ускорения движения частиц. Правомерность пренебрежения этими слагаемыми в уравнении движения обусловлена относительной медленностью движения вязкой среды.

$$-\frac{\partial R(t, z)}{\partial t} = V(t, z) \frac{\partial R(t, z)}{\partial z} + \frac{R(t, z)}{2} \cdot \frac{\partial V(t, z)}{\partial z}, \quad (1)$$

$$R^2(t, z) \frac{\partial V(t, z)}{\partial t} = \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(R^2(t, z) \frac{\partial V(t, z)}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$R^2(t, z) \rho \left(\frac{\partial V(t, z)}{\partial t} + V(t, z) \frac{\partial V(t, z)}{\partial z} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(3\mu R^2(t, z) \frac{\partial V(t, z)}{\partial z} \right) + R^2(t, z) \rho g + \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{\partial R(t, z)}{\partial z}. \quad (3)$$

Уравнения неразрывности и движения рассматриваются с начальными и граничными условиями вида:

$$R|_{t=0} = R_s(z), \quad R|_{z=0} = R_0(t), \quad V|_{t=0} = V_s(z), \quad V|_{z=0} = V_0(t), \quad V|_{z=L} = V_L(t), \quad (4)$$

где t – время; z – продольная координата; $R(t, z)$ и $V(t, z)$ – скорость и радиус струи расплава кварца соответственно; ρ, μ – принятые постоянными величинами плотность и вязкость расплава кварца; L – длина

изучаемого отрезка вытяжки; $R_0(t)$ – радиус кварцевой заготовки; $R_s(z)$ и $V_s(z)$ – функции, соответствующие начальному состоянию системы; $V_0(t)$ и $V_L(t)$ – скорости подачи заготовки и вытяжки волокна соответственно. Предположим, что время $t \in [0; \tau]$, пространственная координата $z \in [0; L]$.

Общая схема вытяжки и некоторые характерные значения состояний системы представлены на рис. 1.

Естественно предположить, что реальный процесс вытяжки сопряжен с условиями, при которых на постоянство геометрии готового волокна могут оказать влияние не только минимальные изменения скоростей подачи преформы и вытяжки, но и различные дефекты самой заготовки. В связи с этим задачу оптимального

управления процессом вытяжки будем формулировать, исходя из соображений о необходимости удержания системы около состояния, в котором минимальны отклонения геометрических характеристик вытягиваемой кварцевой нити (радиуса волокна) от некоторых стандартных значений, в роли которых естественно рассмотреть значения радиуса в стационарном режиме вытяжки. При этом будем считать, что управлением $u(t, z)$ является описанная выше в (4) функция времени

Рис. 1. Общая схема вытяжки целого волокна

$VL(t)$, выступающая в роли граничного условия в точке $z = L$ (вследствие чего управление, по сути, является функцией, зависящей только от времени), а наблюдением – радиус готового волокна $R(t, L)$.

Заметим, что обе модельные задачи являются в общем случае нелинейными, в связи с чем возникают определенные трудности применения необходимых методов теории оптимального управления распределенными системами. Поэтому проведем линеаризацию уравнений неразрывности и движения в окрестности характерного для системы стационарного состояния, полагая при этом, что

$$\begin{aligned} R(t, z) &= R_{st}(z)(1 + \tilde{R}(t, z)), \\ V(t, z) &= V_{st}(z)(1 + \tilde{V}(t, z)), \\ u(t, L) &= u_{st}(L)(1 + \tilde{u}(t, L)), \end{aligned} \quad (5)$$

здесь $R(t, z)$, $V(t, z)$, $u(t, L)$ – реальные значения радиуса струи, скорости материала и функции управления; $R_{st}(z)$, $V_{st}(z)$, $u_{st}(L)$ – стационарные состояния системы; $\tilde{R}(t, z)$, $\tilde{V}(t, z)$, $\tilde{u}(t)$ – доли отклонения радиуса, скорости, управления соответственно от стабильного стационарного состояния. Подстановка соотношений (5) в задачи (1), (2), (4) и (1), (3), (4) и сохранение лишь слагаемых в степенях не выше первой приводят к линеаризованным моделям в следующих формах:

$$\begin{cases} -\frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} = V_{st} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \frac{V_{st}}{2} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} = \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} + \beta(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + 2\beta(z) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z}, \\ \tilde{R}|_{t=0} = \tilde{R}_s(z), \tilde{R}|_{z=0} = 0, \\ \tilde{V}|_{t=0} = 0, \tilde{V}|_{z=0} = 0, \tilde{V}|_{z=L} = \tilde{u}(t), \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} -\frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} = V_{st} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \frac{V_{st}}{2} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} = \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} + \beta_1(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + \beta_2(z) \tilde{V} + \alpha_1(z) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \alpha_2(z) \tilde{R}, \\ \tilde{R}|_{t=0} = \tilde{R}_s(z), \tilde{R}|_{z=0} = \tilde{R}_0(t), \\ \tilde{V}|_{t=0} = \tilde{V}_s(z), \tilde{V}|_{z=0} = \tilde{V}_0(t), \tilde{V}|_{z=L} = \tilde{u}(t). \end{cases} \quad (7)$$

Здесь коэффициенты $\alpha_1(z)$, $\alpha_2(z)$, $\beta_1(z)$, $\beta_2(z)$ для каждой из полученных систем имеют свою уникальную форму, зависящую от продольной координаты z и стационарных состояний системы $R_{st}(z)$, $V_{st}(z)$.

Рассмотрим целевой функционал, определенный равенством (8) и имеющий смысл малости доли отклонения наблюдаемой в т. $z = L$ геометрии волокна от стационарного состояния радиуса в этой же точке при условии, что величина функции управления – корректировка скорости готового волокна, также мала.

$$\begin{aligned} F(\tilde{u}(t)) &= \|\tilde{R}^2(t, L)\|_{L_2}^2 + \alpha \|\tilde{u}(t)\|_{L_2}^2 = \\ &= \int_0^\tau \tilde{R}^2(t, L) dt + \alpha \int_0^\tau \tilde{u}^2(t, L) dt \rightarrow \inf. \end{aligned} \quad (8)$$

Основываясь на одном из вариантов метода Лагранжа решения экстремальных задач с ограничениями [18], для каждой из постановок (6), (7) получим системы оптимальности (9), (10) в форме краевых задач для исходных функций и так называемых сопряженных состояний.

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} &= V_{st} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \frac{V_{st}}{2} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}, \\ \tilde{R}|_{t=0} &= \tilde{R}_s(z), \quad \tilde{R}|_{z=0} = 0, \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} &= \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} + \beta(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + 2\beta(z) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z}, \\ \tilde{V}|_{t=0} &= 0, \quad \tilde{V}|_{z=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{z=L} = \frac{1}{2\alpha} \tilde{R} - \frac{3\mu}{\alpha\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(V_{st}q)}{\partial z} + 2\frac{\partial(\beta(z)p)}{\partial z} &= 0, \\ q|_{t=\tau} &= 0, \quad q|_{z=L} = \frac{\tilde{R}}{V_{st}}, \\ -\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial\left(\frac{V_{st}}{2}q\right)}{\partial z} - \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial(\beta(z)p)}{\partial z} &= 0, \\ p|_{t=\tau} &= 0, \quad p|_{z=0} = 0, \quad p|_{z=L} = 0. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 -\frac{\partial \tilde{R}}{\partial t} = V_{st} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \frac{V_{st}}{2} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z}, \\
 \tilde{R}|_{t=0} = R_s(z), \tilde{R}|_{z=0} = R_0(t), \\
 \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} = \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{V}}{\partial z^2} + \beta_1(z) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} + \beta_2(z) \tilde{V} + \alpha_1(z) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial z} + \alpha_2(z) \tilde{R}, \\
 \tilde{V}|_{t=0} = V_s(z), \tilde{V}|_{z=0} = V_0(t), \tilde{V}|_{z=L} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{V_{st}}{2} \tilde{R} - \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right), \\
 \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial (V_{st} q)}{\partial z} + \frac{\partial (\alpha_1(z) p)}{\partial z} - \alpha_2(z) p = 0, \\
 q|_{t=\tau} = 0, q|_{z=L} = \tilde{R}, \\
 -\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{V_{st}}{2} q \right)}{\partial z} - \frac{3\mu}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial (\beta_1(z) p)}{\partial z} - \beta_2(z) p = 0, \\
 p|_{t=\tau} = 0, p|_{z=0} = 0, p|_{z=L} = 0.
 \end{array} \right. \quad (10)$$

Результаты и их обсуждение. Численные расчеты полученных систем (9), (10) и оценка их решений проводились с использованием программной среды моделирования Comsol Multiphysics. Для расчета систем уравнений в частных производных были разработаны программные модули, позволяющие в пользовательском режиме получать численные решения, наблюдать за параметром управления и оценивать при этом величину целевой функции. Определенной сложностью разработки программных модулей явилось то, что для части уравнений в оптимизационных системах задается начальное состояние (состояние в начальный момент времени), а для других уравнений – финальное состояние (состояние в финальный момент времени). В связи с этим полученные численные решения многократно уточнялись, регулятором сходимости в данном случае выступал параметр «цены» управления α .

Задачи были решены для следующих значений входящих параметров: $t = 5$ с, $\rho = 2200$ кг/м³, $\mu = 10000$ Па·с, $L = 0,3$ м. Малость длины L наблюдаемого отрезка вытяжки позволила рассмотреть задачи в своих изотермических постановках. Возмущения радиуса волокна в долях от его стационарного состояния (функции $V_s(z)$) задавались выпуклой вверх (вниз) функцией, виды которых изображены на рис. 2. Максимальное отклонение радиуса волокна от его стационарного (про-

граммного) состояния составило 10 %. Выбранная для анализа форма дефекта, по сути, означает присутствие некоторого утолщения либо, наоборот, утонения исходной заготовки, поскольку данное возмущение присутствует в роли начального условия. Численное исследование прямых задач в постановках (6) и (7) позволяет судить о возможности самостоятельно справиться с такого рода неоднородностью геометрической формы заготовки. Так, для упрощенной системы (6) время выхода на стационарный режим вытяжки, т.е. полная компенсация внесённого возмущения, выраженная в величине временных затрат, составляет в 5 раз меньше, чем для системы (7), учитывающей конвективные слагаемые и, как следствие, ускорение переноса частиц.

Рис. 2. Возмущения радиуса вытяжки (в долях от стационарного решения)

На рис. 3, 4 представлены полученные функция управления $\tilde{V}(t, L)$ для полной и упрощенной системы оптимальности (10) и (9) соответственно. Отметим, что значения корректировки скорости намотки (в долях от постоянного скоростного режима на границе $V_L(t)$) в обоих случаях варьируются в пределах от $-0,03$ до $0,03$, что соответствует возможностям реального производства.

На рис. 5 показаны отклонения радиусов готового волокна (функция $\tilde{R}(t, z)$) для двух разных режимов вытяжки для полной (слева) и упрощенной системы (справа). Пунктиром (слева) и синим цветом (справа) показаны расчетные решения реализации оптимального режима управления, синим цветом (слева) и зеленым (справа) – произвольный режим вытяжки с постоянной скоростью намотки.

Рис. 3. Функции оптимального управления (корректировка скорости намотки) для полной системы и двух видов начального возмущения

Рис. 4. Функции оптимального управления (корректировка скорости намотки) для упрощенной системы и двух видов начального возмущения

а

б

Рис. 5. Сравнение функций отклонения радиусов готового волокна для двух разных режимов вытяжки: а – расчеты для системы (10), б – для системы (9)

Как можно видеть, в режиме вытяжки с реализацией оптимального управления уже со 2-й секунды для упрощенной системы и с 4-й секунды для полной системы процесс имеет тенденцию к стабилизации, отклонения радиуса значительно уменьшаются. Так, реализация оптимального управления для упрощенной системы сократила отклонения геометрических характеристик в среднем вдвое. Данные расчеты были выполнены при расчетном значении времени $\tau = 5$. Однако процесс достижения системой стационарного состояния является гораздо более длительным. Исследования, проводимые ранее [18], показали, что время стабилизации прямых систем (6) и (7) гораздо дольше и составляет приблизительно 150 и 350 с соответственно. В рамках данного исследования выбор временного интервала расчета систем $\tau = 5$ обусловлен соображениями о возможной дискретной корректировке скорости $V_L(t)$ непосредственно в ходе реализации технологического процесса. Таким образом, предполагается, что каждые 5 с в режиме онлайн программ-

ный расчетный модуль будет заново генерировать решение, а скорость намотки волокна будет корректироваться.

Краткие выводы. В данной статье рассмотрены две задачи оптимального управления вытяжкой кварцевых оптических волокон, модель вытяжки волокна описывается системами дифференциальных уравнений в частных производных. Рассмотрены несколько задач оптимального управления скоростью вытягиваемого волокна, цель управления – постоянство геометрической формы вытягиваемого волокна. Проведен сравнительный анализ двух моделей вытяжки – с наличием конвективных слагаемых в уравнении движения и без них.

Список литературы

1. Kao C.K., Hockham G.A. Dielectric-fiber surface wave-guide for optical frequencies // Proc. IEE (Lond.). – 1966. – Vol. 133. – P. 1151–1158 (Errata: Opt. Lett. – 1997. – Vol. 22. – P. 484–485).
2. Okoshi T. Optical Fibers. – London: Academic Press, 1982.
3. Harrington J.A. Selected Papers on Infrared Fiber Optics // Milestone Series. – 1990. – Vol. MS-9. – SPIE Press, Bellingham, WA, SPIE Press, Bellingham, WA.
4. Poulain M., Chanthanasinh M., Lucas L. New fluoride glasses // J. Mat. Res. Bull. – 1977. – Vol. 12. – P. 151–156.
5. Nubling R., Harrington J.A. Optical properties of single-crystal sapphire fibers // Appl. Opt. – 1997. – Vol. 36. – P. 5934–5940.
6. Hecht J. Understanding fiber optics. – Prentice Hall, 2002.
7. Single mode photonic band gap guidance of light in air / R.F. Cregan, B.J. Mangan, J.C. Knight [et al.] // Science. – 1999. – Vol. 285. – P. 1537–1539.
8. Sensing with microstructured optical fibres / T.M. Monro, W. Belardi, K. Furusawa [et al.] // Meas. Sci. Technol. – 2001. – Vol. 12. – P. 854–858.
9. Murata H. Handbook of optical fibers and cables. – Marcel Dekker Inc., 1988.
10. Paek U.C., Runk R.B. Physical behavior of the neck-down region during furnace drawing of silica fibers // J. Appl. Phys. – 1978. – Vol. 49(8). – P. 4417–4422.
11. Myers M.R. A model for unsteady analysis of perform drawing // AIChE J. – 1989. – Vol. 35. – P. 592–602.
12. Chen C. Transport processes in Drawing of Optical Fibers with Core-cladding Structure: Ph.D. dissertation. – New Brunswick, New Jersey, 2007.

13. Chen C., Jaluria Y. Numerical simulation of transport in optical fiber drawing with core-cladding structure // ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference, 2004, Charlotte, North Carolina, USA.
14. Sarboh S.D., Milinkovic S.A., Debeljkovic D.L.J. Mathematical model of the glass capillary tube drawing process, *Glass Technol.* – 1998. – Vol. 39(2). – P. 53–67.
15. Fitt A.D., Furusawa K., Monro T.M., Please C.P. Modeling the fabrication of hollow fibers: capillary drawing // *J. Lightwave Tech.* – 2001. – Vol. 19(12). – P. 1924–1931.
16. The mathematical modelling of capillary drawing for holey fibre manufacture / A.D. Fitt, K. Furusawa, T.M. Monro, C.P. Please, D.J. Richardson // *J. Eng. Math.* – 2002. – Vol. 43. – P. 201–227.
17. Roman Kostecki, Heike Ebendorff-Heidepriem, Stephen C. Warren-Smith, Tanya M. Monro. Predicting the drawing conditions for Micro-structured Optical Fiber fabrication // *Optical Materials Express.* – 2014. – Vol. 4, iss. 1. – P. 29–40.
18. Pervadchuk V., Vladimirova D., Gordeeva I. Optimal control of distributed systems in problems of quartz optical fiber production // 6th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA 2017); 15–18 August 2017, Budapest, Hungary: [proceedings] / Amer. Inst. of Physics (AIP). – New York: AIP Publishing, 2018 – Art. 0200036. – (AIP Conference Proceedings; vol. 1926). – URL: <https://doi.org/10.1063/1.5020485>.

References

1. Kao C.K., Hockham G.A. Dielectric-fiber surface wave-guide for optical frequencies. *Proc. IEE (Lond.)*, 1966, Vol. 133, 1151-1158 (Errata: *Opt. Lett.*, 1997, Vol. 22, 484-485) IEE PROCEEDINGS, London, Vol. 133, No. 3, 1986, pp. 1151-1158.
2. Okoshi T. Optical fibers. London, Academic Press, 1982.
3. Harrington J.A. Selected papers on infrared fiber optics, milestone series. SPIE Press, Bellingham, 1990, vol. MS-9.
4. Poulain M., Chanthanasinh M., Lucas L. New fluoride glasses. *J. Mat. Res. Bull.*, 1977, vol. 12, pp. 151-156.
5. Nubling R., Harrington J.A. Optical properties of single-crystal sapphire fibers. *Appl. Opt.*, 1997, vol. 36, pp. 5934-5940.
6. Hecht J. Understanding fiber optics. Prentice Hall, 2002.

7. Cregan R.F., Mangan B.J., Knight J.C. et al. Single mode photonic band gap guidance of light in air. *Science*, 1999, vol. 285, pp. 1537-1539.
8. Monro T.M., Belardi W., Furusawa K. et al, Sensing with micro-structured optical fibres. *Meas. Sci. Technol.*, 2001, vol. 12, pp. 854-858.
9. Murata H. Handbook of optical fibers and cables. Marcel Dekker Inc., 1988.
10. Paek U.C., Runk R.B. Physical behavior of the neck-down region during furnace drawing of silica fibers. *J. Appl. Phys.*, 1978, vol. 49(8), pp. 4417-4422.
11. Myers M.R. A model for unsteady analysis of perform drawing. *AIChE J.*, 1989, vol. 35, pp. 592-602.
12. Chen C. Transport processes in drawing of optical fibers with core-cladding structure. Ph. D. dissertation, New Brunswick, New Jersey, 2007.
13. Chen C., Jaluria Y. Numerical simulation of transport in optical fiber drawing with core-cladding structure. *ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*. Charlotte, 2004.
14. Sarboh S.D., Milinkovic S.A., Debeljkovic D.L.J. Mathematical model of the glass capillary tube drawing process. *Glass Technol.*, 1998, vol. 39(2), pp. 53-67.
15. Fitt A.D., Furusawa K., Monro T.M., Please C.P. Modeling the fabrication of hollow fibers: capillary drawing. *J. Lightwave Tech.*, 2001, vol. 19(12), pp. 1924-1931.
16. Fitt A.D., Furusawa K., Monro T.M., Please C.P., Richardson D.J. The mathematical modelling of capillary drawing for holey fibre manufacture. *J. Eng. Math.*, 2002, vol. 43, pp. 201-227.
17. Kostecki R., Ebendorff-Heidepriem H., Warren-Smith S.C., Monro T.M. Predicting the drawing conditions for Microstructured Optical Fiber fabrication. *Optical Materials Express*, 2014, vol. 4, iss. 1, pp. 29-40.
18. Pervadchuk V., Vladimirova D., Gordeeva I. Optimal control of distributed systems in problems of quartz optical fiber production. *6th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA 2017)*. New York: AIP Publishing, 2018, available at: <https://doi.org/10.1063/1.5020485>.

Получено 14.11.2018