DOI: 10.15593/2224-9982/2021.64.05

УДК 532.517.4

С.Ф. Тимушев, С.Ю. Федосеев

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИСТОЧНИКА ВИХРЕВОГО ЗВУКА

Работа состоит из пяти подразделов. В первом подразделе даны ответы на вопросы об актуальности, прикладном значении исследования, а также о необходимости разработки новых подходов, позволяющих в инженерной практике осуществлять моделирование вихревых структур. Во втором подразделе рассмотрены некоторые математические модели и подходы, применяемые при решении задач динамики вихрей. Третий подраздел посвящен решению задачи определения основных параметров потока в ядре вихревого кольца при заданных его геометрических размерах. Показано, что турбулентное вихревое кольцо получается как результат взаимодействия двух вихревых колонн. Четвертый подраздел посвящен способам, позволяющим охарактеризовать концентрированный вихрь как источник акустических колебаний.

В качестве объекта исследований рассмотрено течение в ядре турбулентного вихревого кольца. Принято, что ядро вихревого кольца имеет форму тора. Предложен подход, позволяющий установить строгое соответствие между основными параметрами потока и формой вихревого кольца.

Целью работы является получение параметров потока в ядре вихревого кольца с последующей подстановкой их в акустико-вихревое уравнение для анализа источника акустических колебаний. Также необходимо показать наличие структуры в вихревом кольце, соответствующей некоторой точечной симметрии, и, таким образом, отказаться от представления о круговой симметрии ядра вихревого кольца. Предлагаемый подход основан на утверждении, что вихревое кольцо можно представить как множество, сформированное по «правилу», определяющему пространственную геометрическую форму. В результате предложен подход для анализа вихревого кольца как источника акустических колебаний, а также сформулировано и теоретически обосновано, что ядро турбулентного вихревого кольца, имеющего форму тора, может рассматриваться как результат взаимодействия двух вихревых колонн.

Ключевые слова: вихрь, вихревое кольцо, вихревой звук, тор, ядро вихря, вихревая скорость, декомпозиция вектора скорости, акустический источник, уравнение Эйлера, уравнение Навье – Стокса, частные производные.

C.F. Timushev, S.Yu. Fedoseev

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russian Federation

ON ONE APPROACH TO DETERMINING THE VORTEX SOUND SOURCE

The work consists of five sections and a bibliographic list. The first section provides answers to questions about the relevance, the applied value of the study, as well as the need to develop new approaches that allow modeling vortex structures in engineering practice. In the second section, some mathematical models and approaches used to solve problems of vortex dynamics are considered. The third section is devoted to solving the problem of determining the main parameters of the flow in the core of a vortex ring for given geometric dimensions. It is shown that a turbulent vortex ring is obtained as a result of the interaction of two vortex columns. The fourth section is devoted to methods for characterizing a concentrated vortex as a source of acoustic vibrations.

As an object of research, the flow in the core of a turbulent vortex ring is considered. It is assumed that the core of the vortex ring has the shape of a torus. An approach is proposed that makes it possible to establish a strict link between the main flow parameters and the shape of the vortex ring.

The aim of this work is to obtain the flow parameters in the core of a vortex ring with their subsequent substitution into the acoustic-vortex equation to analyze the source of acoustic oscillations. It is also necessary to show the presence of a structure in the vortex ring corresponding to some point symmetry and, thus, to abandon the concept of the circular symmetry of the core of the vortex ring. The proposed approach is based on the assertion that a vortex ring can be represented as a set formed according to a "rule" that determines a spatial geometric shape. As a result, an approach was proposed for analyzing the vortex ring as a source of acoustic oscillations, and it was also formulated and theoretically substantiated that the core of a turbulent vortex ring having the shape of a torus can be considered as a result of the interaction of two vortex columns.

Keywords: vortex, vortex ring, vortex sound, torus, vortex core, vortex velocity, velocity vector decomposition, acoustic source, the Euler equation, the Navier-Stokes equation.

Введение

Развитие методов вычислительной гидродинамики и акустики и их повсеместное внедрение в инженерную практику привело к тому, что у рядовых конструкторов появился надежный инструмент, позволяющий еще на этапе проектирования оценивать работоспособность проектируемого изделия и его акустические характеристики. Эффекты, связанные с динамикой вихрей, необходимо учитывать в акустических задачах при проектировании лопаточных машин и в задачах, когда необходимо выполнить анализ потока с крупными, сопоставимыми по размеру с проточной частью вихрями.

Проблема вихревого звука глубоко анализируется в работах В.Ф. Копьева с соавторами [1, 2], где показана связь источника звука с неустойчивостью концентрированных вихрей. Анализ источника вихревого звука проведен в работе [3], которая развивает теоретические положения, выдвинутые в работах [4–6]. Авторы показывают, что источник вихревого звука связан с деформацией ядра концентрированных вихрей и динамикой их центроида.

Получены интересные результаты численного моделирования нестационарного течения, в которых показано, что существует зависимость структуры течения рабочей жидкости от «предыстории» работы насоса [7]. Авторы работы объясняют этот эффект возникновением вихревых структур во время переходных процессов. Очевидным является тот факт, что вихревые явления оказывают значительное

влияние на работу лопаточных машин, что обуславливает необходимость использования математического аппарата вихревой гидродинамики для адекватного описания процессов в лопаточных машинах. Задачи моделирования вихревых структур актуальны и в метеорологии. Хотя моделирование циклонов является отдельной задачей, но существует общая проблема моделирования вторичных течений в крупных вихрях [8].

Одной из классических задач, на которой отрабатываются основные подходы к моделированию вихрей, является определение параметров потока в вихревом кольце (рис. 1), которое теоретически обладает круговой симметрией. Так, например, экспериментальные исследования структуры вихревого кольца приведены в работе В.Ф. Копьева и С.А. Чернышева [2].

Анализ структуры потока в вихревом кольце показывает, что вихревые кольца могут быть источниками псевдозвуковых и акустических колебаний.

Можно приводить много примеров задач, требующих адекватного моделирования вихрей, однако в настоящее время нет однозначного теоретико-методологического подхода к этой проблеме. Ясно, что необходимо выполнять детальный анализ структуры потока в вихрях, включая численный анализ с применением прямого численного моделирования для уточнения тонких свойств вихрей, когда методы инженерной вычислительной гидродинамики не обеспечивают достаточную точность решения уравнений гидродинамики.

Рис. 1. Вихревое кольцо [2]

Рис. 2. Вихревые кольца на срезе сопла генератора вихрей [2]

Рис. 3. Вихревое кольцо (а) и неустойчивость круглой струи (б) [9]

Можно предположить, что свойства вихрей связаны с их формой и размерами (рис. 2). Предполагается, что именно структура течения, характеризующаяся полем давления, скорости и так далее, внутри вихря определяет его форму и размеры. Примечательным является тот факт, что форма некоторых вихрей соответствует трехмерным геометрическим фигурам или отдельным поверхностям этих фигур. Так, например, можно выделить: усеченный конус, тор, цилиндр и т.д. Значительная часть фигур, соответствующих формам вихрей, также может быть получена путем деформирования (гомеоморфных преобразований) указанных выше фигур.

На рис. 3 для примера представлено несколько фотографий таких вихрей из книги «Альбомы течений жидкости и газа» [9].

Основные подходы к моделированию динамики вихревых структур

Как уже указано выше, расхождения между результатами численного моделирования инженерными методами и реальной физической картиной связаны с методом решения.

Используемые в коммерческих программных комплексах математические модели предполагают решение осредненных по Рейнольдсу уравнений гидродинамики. В систему уравнений обычно входят: уравнение Навье – Стокса, уравнение непрерывности потока массы и уравнения модели турбулентности. При численном моделировании обычно используется метод конечных элементов (конечных объемов). Дискретизация уравнений позволяет осуществить поиск элементов множества (скалярных или векторных), характеризующих параметры потока жидкости или газа в рассматриваемой области. Такой метод позволяет получить осредненные характеристики потока при заданных формах и размерах конечных объемов. Получаемые как результат применения такого подхода величины не являются элементами искомого множества, хотя это множество и пересекается с множеством, характеризующим реальный физический процесс, может быть хотя бы в части граничных условий. Однако если в процессе разбиения расчетной области на конечные элементы течение приобретает (или теряет) новые свойства (обусловленные взаим-

ным расположением элементов или связями между элементами), в том числе и структурные, то картина течения может искажаться.

Подобная проблема может возникнуть при рассмотрении вихрей в жидкости или газе. Искажение полей давления, скорости может оказать существенное влияние на динамику отдельных вихрей, их структуру, а также на картину течения в целом. Исходя из этого, для настройки модели в инженерных пакетах приходится применять экспериментальные данные для настройки моделей турбулентности, проверки сеточной сходимости и т.д.

Поскольку в большинстве случаев всякое моделирование течения жидкостей и газов предполагает определение множества, содержащего скалярные или векторные величины, характеризующие параметры потока, или определение параметров, характеризующих движение какого-либо объема жидкости (в подходе Эйлера или Лагранжа соответственно), более надежным представляется переход к прямому численному моделированию. Прямое численное моделирование предполагает отключение моделей турбулентности и решение задачи при очень маленьких (относительно условных объектов) размерах конечных объемов. Получаемые таким образом результаты являются следствием решения системы уравнений Эйлера с уравнением непрерывности потока массы:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + F; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho v = 0,$$

где v – скорость жидкости, t – время, ρ – плотность жидкости, p – давление, F – внешняя сила.

В случае учета вязкости записывается уравнение Навье – Стокса вместо уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta v + F, \quad (2)$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости.

При решении задач, связанных с моделированием динамики вихревых структур, используют также специальные уравнения, по-

лученные путем преобразования уравнений (1) и (2). Так, если записать уравнение Эйлера в форме уравнения Громеки – Лэмба, а затем умножить его на оператор Гамильтона, используя при этом правило векторного произведения, то можно получить уравнение вихря в идеальной несжимаемой жидкости в форме

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \nabla) \omega - (\omega \nabla) u = 0.$$

Такое уравнение затруднительно применять к решению задач, в которых необходимо моделировать динамику вихревых структур в потоке жидкости, так как отсутствие вязкости при решении задачи всегда приводит к возникновению сингулярности на границах вихря, а в некоторых случаях – и внутри него.

Для того чтобы избежать связанных с сингулярностью проблем при решении уравнений, описывающих динамику вихрей, вводят вязкость в уравнения. В общем случае возможно преобразовать уравнение Навье – Стокса, умножив его на оператор Гамильтона, используя при этом правило векторного произведения, и, таким образом, получить уравнение Фридмана эволюции поля завихренности:

$$\text{helm } \omega = \frac{1}{\rho^2} [\nabla \rho \nabla p] + \left[\nabla \left(\frac{f}{\rho} \right) \right],$$

где $\text{helm } \omega$ – оператор Гельмгольца,

$$\text{helm } \omega = \frac{\partial \omega}{\partial t} + (v \nabla) \omega - (\omega \nabla) v + \omega (\nabla v).$$

В качестве альтернативы используются специальные подходы, полученные как результат развития теории динамики вихрей. Так, например, может использоваться подход, основанный на введении понятия «изозавихренность». Понятие изозавихренности, применяемое в работе [2], используется для вычисления возмущений завихренности и энергии возмущений. Фактически речь идет об условии вида

$$\delta a = \nabla (\varepsilon a_0), \quad \delta^2 a = \frac{1}{2} \nabla (\varepsilon \nabla (\varepsilon a_0)).$$

Если под полем a понимать завихренность, то в этом случае условие, сформулированное выше, называется условием изозавихренности.

При решении акустических задач также применяются специальные подходы. Например, в работе [10] приведено численное решение уравнения Эйлера методом «кабаре» для поля завихренности в неограниченном покоящемся газе. При этом граница поля завихренности задана в полярных координатах (r, φ) и имеет вид

$$f(\varphi) = r_0(1 + \varepsilon \cos(s\varphi) + O(\varepsilon^2)),$$

где r_0 – значение радиуса невозмущенного вихря, ε – коэффициент возмущения, s – целое число.

Число Маха в ядре вихря определяется через его параметры:

$$M_v = \frac{\Omega_0 r_0}{C_\infty},$$

где Ω_0 – завихренность, r_0 – радиус невозмущенного вихря, C_∞ – скорость звука.

Получено одно из аналитических решений для собственной частоты колебаний вихря (при малых возмущениях):

$$\omega_s = \Omega_0(S - 1)/2,$$

где Ω_0 – завихренность, S – частота кельвинского возмущения.

Широкое распространение получил метод дискретных вихрей. В работе [11] задача эволюции поля завихренности решается методом дискретных вихрей в терминах «завихренность – функция тока». Функция тока имеет вид

$$\begin{aligned} X(x_0, y_0) \Psi(x_0, y_0) = \\ = \oint P(x, y, x_0, y_0) \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds - \oint \Psi \frac{\partial P}{\partial n}(x, y, x_0, y_0) ds + \\ + \iint_D \omega(x, y) P(x, y) P(x, y, x_0, y_0), \end{aligned}$$

а завихренность представлена в виде

$$\omega = \sum_{j=1}^M \omega_j \delta(x - x_j, y - y_j).$$

Для комбинированного представления дискретных вихрей и диполей, которыми заменены парные вихри, представление должно иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \omega = \sum_{j=1}^M \omega_j \delta(x - x_j, y - y_j) + \\ + \sum_{k=1}^K d_k \frac{\partial \delta(x - x_k, y - y_k)}{\partial a_k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где a_k – ось соответствующего диполя, d_k – его интенсивность.

Если уравнение (3) использовать для анализа затруднительно, то используется функция тока вида

$$\begin{aligned} \Psi(x_0, y_0) = \sum_{i=1}^M \omega_i P(x_i, y_i, x_0, y_0) + \\ + \sum_{k=1}^K d_k \frac{\partial P(x_k, y_k, x_0, y_0)}{\partial a_k}. \end{aligned}$$

С использованием функции тока и анализа поля скоростей показано, что вихревое кольцо является наиболее устойчивым из рассмотренных вихрей.

Решение обратной задачи для вихревого кольца

Как было отмечено ранее, вихревое кольцо является одним из наиболее устойчивых типов вихрей, а при определенных условиях ядро вихря (под ядром вихря будем понимать всю область, занятую вихрем, кроме его атмосферы) имеет форму тора. Согласно работе [12], вихревое кольцо обладает структурой, существенно зависящей от скорости поступательного движения. На рис. 4 приведены две фотографии вихревых колец, каждое из которых движется со своей скоростью.

Как отмечается в работе [12], турбулентные вихревые кольца при определенных условиях могут характеризоваться значительными скоростями потока на периферии ядра. Отмечается, что величина линейной скорости на поверхности ядра может превышать скорость поступательного движения вихря в 3–5 раз.

Воспользовавшись указанными выше утверждениями, можно определить примерную структуру ядра вихревого кольца, т.е. охарактеризовать распределение параметров потока внутри него.

Предположим, что вихревое кольцо имеет форму тора и не меняет формы и размеров с течением времени. Исходя из анализа поведения

Рис. 4. Ламинарное (а) и турбулентное (б) вихревые кольца [9]

вихревых колец, можно сделать допущение, что всякий объем жидкости, содержащийся внутри ядра вихревого кольца, будет оставаться внутри на протяжении всего времени существования вихревого кольца. Это значит, что при движении объема жидкости внутри тора в каждый момент времени координаты объема будут соответствовать некоторым координатам, принадлежащим множеству точек внутри тора или на его поверхности. При такой постановке задачи можно полагать, что координатам точек, принадлежащих множеству, формирующему тор, соответствуют параметры (скорость, давление и др.), характеризующие движение рассматриваемого объема. Для того чтобы задать множество, характеризующее координаты точек, принадлежащих тору, рассмотрим правило:

$$\begin{aligned} x &= (R + r \cos \psi) \cos \varphi; \\ y &= (R + r \cos \psi) \sin \varphi; \\ z &= r \sin \psi, \end{aligned} \quad (4)$$

где R – радиус, на котором расположен центр окружности r , $\varphi \in [0; 2\pi)$, $\psi \in [-\pi; \pi)$. Правило (4) позволяет задать координаты точек, соответствующих поверхности тора. Перейдем от поверхности тора к объему, ог-

раниченному этой поверхностью, что соответствует правилу

$$\begin{aligned} x &= \left(R - r \sin 2\lambda \cos \left(\psi - \frac{\pi}{4} \right) \right) \cos \varphi; \\ y &= \left(R - r \sin 2\lambda \cos \left(\psi - \frac{\pi}{4} \right) \right) \sin \varphi; \\ z &= r \sin 2\lambda \sin \left(\psi - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Полагая, что углы λ , ψ , φ – функции, зависящие от времени и характеризующие движение некоторого объема жидкости, содержащегося внутри вихревого кольца, будем искать зависимость этих функций от координат x , y , z , приняв систему координат (система координат движется с вихревым кольцом) согласно рисунку (рис. 5).

Рис. 5. Расположение вихревого кольца относительно заданной системы координат

Решение уравнения (5) будем искать в виде st, at, Lt , где s, a, L – законы изменения углов.

Получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} x &= \left(R - r \sin 2at \cos \left(st - \frac{\pi}{4} \right) \right) \cos Lt; \\ y &= (R - r \sin 2at \cos \left(st - \frac{\pi}{4} \right)) \sin Lt; \end{aligned} \quad (6)$$

$$z = r \sin 2at \sin \left(st - \frac{\pi}{4} \right).$$

Ввиду громоздкости уравнений будем далее рассматривать только уравнение по оси x , выполняя необходимые подстановки по другим осям только там, где это необходимо. Найдем частную производную по времени, определив проекцию скорости потока на ось x , а точнее, ее скалярную часть:

$$\begin{aligned} V_x &= rs \cos Lt \sin \left(st - \frac{\pi}{4} \right) \sin(2at) - \\ &- 2ar \cos \left(st - \frac{\pi}{4} \right) \cos(2at) - \\ &- L \sin Lt \left(R - r \cos \left(st - \frac{\pi}{4} \right) \sin(2at) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Затем необходимо определить частную производную (7) по x , выразив предварительно тригонометрические функции через координаты и геометрические размеры тора. Подставив полученные уравнения для компонент скорости в уравнение непрерывности потока массы для несжимаемой жидкости, определим S :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0;$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{2ar^4(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} - az^4(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} - Rar^4x^2 - \\ &- Rar^4y^2 + Rax^2z^4 + Ray^2z^4 + 3ar^2z^2(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}{rx^2z^4 - rx^4z^2 + ry^2z^4 - ry^4z^2 + r^3x^2z^2 + r^3y^2z^2 - \\ &- 2rx^2y^2z^2 + Rr^2z^2(x^2 + y^2)^2}. \end{aligned}$$

Затем найдем a, L , выполнив подстановку S в формулы (6), выразив предварительно тригонометрические функции через координаты и геометрические размеры тора. Полученные значения подставляем в уравнение Навье – Стокса, записанное для оси z . Таким образом, определяем время как параметр при заданном давлении на границе ядра вихря. В качестве примера рассмотрено решение для турбулентного вихревого кольца из работы [12]. Радиус вихревого кольца составляет примерно 33 мм. Радиус окружности $r = 8,3$ мм. При таком соотношении размеров вихревого кольца получается хорошая сходимость с экспериментом по характеру распределения скоростей от центра ядра до его периферии.

Следует отметить, что по результатам теоретических исследований вихревое кольцо может быть представлено как две смыкающиеся вихревые колонны (рис. 6). Скорости внутри вихревого кольца возрастают при удалении от зон взаимодействия и превышают скорость поступательного движения вихря в 3–5 раз (скорость поступательного движения примерно 198 м/с).

Рис. 6. Теоретические и экспериментальные [12] результаты исследования распределения скоростей в вихревом кольце

Источник вихревого звука

Ключевой проблемой аэроакустики является адекватное определение источника звуковых колебаний. Это относится и к проблеме снижения шума лопаточных машин, в частности вентиляторов и пропеллеров с дозвуковым движением воздушной среды. Существующие в настоящее время инженерные подходы к моделированию генерации и излучения звука базируются в основном на применении уравнения Лайтхила [13]. В дальнейшем работы Керла [14], Флоукс-Вильямса и Хоукинса [15] сформулировали теоретическую базу для развития методов расчета аэродинамического шума лопаточных машин на основе так называемой аэроакустической аналогии, в том числе с использованием теоремы Киргоффа [16] в сочетании с методами вычислительной гидродинамики, например LES с последующим определением акустического излучения [17–19]. Развиваются и другие методы, например RANS – LEE-SNGR [20], а также DDES [21] совместно с решением уравнения Лайтхила или Рибнера [22].

При таком подходе физическая природа генерации звука маскируется аэроакустической аналогией, поскольку уравнение Лайтхила получено в предположении малых колебаний в турбулентном потоке сжимаемой среды, в то время как в лопаточных машинах пульсации давления и генерация излучаемого звука происходят в широком диапазоне волновых чисел, когда крупномасштабные вихревые возмущения распадаются в каскадном процессе на мелкие вихри [23], генерируя акустические волны. В этой связи перспективным является подход с моделированием вихрей, как показано в работах [2, 3].

В изоэнтропийном дозвуковом течении (для случая высоких скоростей требуется отдельный анализ) можно ввести декомпозицию скорости движения сжимаемой жидкости в виде векторной суммы вихревой моды и малых акустических колебаний, обусловленных сжимаемостью [24, 25].

При указанных допущениях можно записать акустико-вихревое уравнение относительно колебаний энthalпии в декартовой системе координат:

$$a^{-2} \frac{d^2 h}{dt^2} - \nabla^2 h = f'.$$

Возмущающая функция (нестационарная часть f) может быть выражена через поле скоростей вихревой моды:

$$f = \nabla(\nabla(\frac{1}{2}U^2) - \mathbf{U} \times \boldsymbol{\omega}).$$

Это показывает прямую связь завихренности с источником акустических колебаний. Дальнейшие преобразования выражают f через компоненты вектора скорости вихревой моды:

$$f = \nabla \begin{vmatrix} U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} \\ U_x \frac{\partial U_y}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_y}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_y}{\partial z} \\ U_x \frac{\partial U_z}{\partial x} & U_y \frac{\partial U_z}{\partial y} & U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \end{vmatrix}.$$

После преобразования с учетом уравнения непрерывности для вихревой моды окончательно получаем следующее выражение:

$$f = 2 \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \frac{\partial U_y}{\partial z} - \frac{\partial U_x}{\partial x} \frac{\partial U_y}{\partial y} - \frac{\partial U_x}{\partial x} \frac{\partial U_z}{\partial z} - \frac{\partial U_y}{\partial y} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right),$$

в котором элементы f выражены через пространственные производные скорости вихревой моды. Этот результат позволяет связать пространственную структуру и кинематику возмущенного вихря с источниковой функцией f и анализировать поле осциллирующего давления с учетом этой связи. При этом размеры зоны вихревого движения должны быть ограничены в пространстве по сравнению с длиной волны звуковых колебаний.

Заключение

Предложен подход, обеспечивающий определение звукоизлучения от компактного вихря на основе связи его пространственной структуры и параметров кинематики вихревого движения.

Библиографический список

1. Копьев В.Ф., Леонтьев Е.А. Энергетический аспект акустической неустойчивости некоторых стационарных вихрей // Акустический журнал. – 1985. – Т. XXXI, вып. 3. – С. 348–352.
2. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерации звука // Успехи физических наук. Обзоры актуальных проблем. – Июль 2000. – Т. 170, № 7. – С. 713–742.
3. Tang S.K., Ko N.V.M. Basic sound generation mechanisms in inviscid vortex interactions at low Mach number // Journal of Sound and Vibration. – 2003. – Vol. 262. – P. 87–115.
4. Powell A. Vortex sound theory // Journal of the Acoustical Society of America. – 1964. – No. 36. – P. 177–195.
5. Flowcs Williams J.E., Kempton A.J. The noise from large-scale structure of a jet // Journal of Fluid Mechanics. – 1978. – No. 84. – P. 673–694.
6. Möhring W. On vortex sound at low Mach number // Journal of Fluid Mechanics. – 1978. – No. 85. – P. 685–691.
7. Косторной А.С., Мортыхова Н.С. Разработка проточных частей центробежного насоса методом математического моделирования // Вестник СумДУ. Сер. Технические науки. – 2008. – № 1. – С. 22–30.
8. Богатырев Г.П., Смородин Б.Л. Физическая модель вращения тропического циклона // Письма в ЖЭТФ. – 1996. – Т. 63, № 1. – С. 25–28.
9. Ван-Дайк М. Альбомы течений жидкости и газа. – М.: Мир, 1986. – 184 с.
10. Яковлев П.Г. Излучение звука плоским локализованным вихрем // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58, № 4. – С. 563–568.
11. Бразалук Ю.В., Евдокимов Д.В., Поляков Н.В. Исследование устойчивости вихревых структур путем численного эксперимента // Вестник Харьков. нац. ун-та. Сер. Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления. – 2003. – Вып. 1, № 590. – С. 55–60.
12. Ахметов Д.Г. Формирование и основные параметры вихревых колец // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т. 42, № 5. – С. 70–83.
13. Lighthill M.J. On sound generated aerodynamically. Part I. General Theory // Proc. of the Royal Soc. – 1952. – No. A 211. – P. 564–587.
14. Curle N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // Proc. of the Royal Soc. – 1955. – No. A 231. – P. 505–514.
15. Flowcs-Williams J.E., Hawkings D.L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion // Philosophical Transactions of the Royal Society. – 1969. – No. A264. – P. 321–342.
16. Farassat F., Myers M.K. Extension of Kirchhoff's formula to radiation from moving surfaces // Journal of Sound and Vibration. – 1988. – No. 123. – P. 451–461.
17. Caro S., Moreau S. Comparaison d'une technique 2D de type Sears avec un calcul instationnaire direct pour le calcul du bruit de raies d'un ventilateur. Bruit des ventilateurs à basse vitesse // Proceedings of the 3rd Colloque du Bruit de Ventilateurs. – November 2001. – 7 p.
18. Presentation of a CAA formulation based on Lighthill's analogy for fan noise / S. Caro, R. Sandboge, J. Iyer, Y. Nishio // Proceedings of 3rd International symposium on Fan Noise, Lyon, France, 19–21 September. – Lyon, France, 2007. – 10 p.
19. Sandboge R., Washburn K., Peak C. Validation of a CAA formulation based on lighthill's analogy for a cooling fan and mower blade noise // Proceedings of 3rd International Symposium on Fan Noise, Lyon, France, 19–21 September. – Lyon, France, 2007. – 12 p.
20. Zhu Y.J., Ou Y.H., Tian J. Experimental and numerical investigation on noise of rotor blade passing outlet grille // NCEJ. – 2008. – P. 967–977.
21. De Reboul Silouane, Zerbib N., Heather A. Use OpenFOAM coupled with finite and boundary element formulations for computational aero-acoustics for ducted obstacles // INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, InterNoise19, Madrid, Spain. – 2019. – No. 16. – P. 4811–4826.
22. Ribner H.S. The generation of sound by turbulent jets // Advances in Applied Mechanics. – 1964. – Vol. 8. – P. 103–182.
23. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Известия АН СССР. Серия физическая. – 1942. – Вып. 6, № 1–2. – С. 56–58.

24. Crow S.C. Aerodynamic sound emission as a singular perturbation problem // *Studies in Applied Mathematics*. – 1970. – Vol. XLIX, no. 1. – P. 41–46.
25. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость. – М.: Машиностроение, 1982. – 261 с.

Reference

1. Kopyev V.F., Leontyev E.A. Energeticheskiy aspekt akusticheskoy neustoychivosti nekotorykh statsionarnykh vikhrey [Energy aspect of acoustic instability of some stationary vortices]. *AKUSTICHESKIY ZHURNAL*, 1985, vol. XXXI, no. 3, pp. 348-352.
2. Kopyev V.F., Chernyshev S.A. Kolebaniya vikhrevogo koltsa, vzniknoveniye v nem turbulentnosti i generatsii zvuka [Oscillations of a vortex ring, the appearance of turbulence in it and the generation of sound]. *Physics-Uspekhi*, 2000, vol. 170, no. 7, pp. 713-742.
3. Tang S.K., Ko N.V.M. Basic sound generation mechanisms in inviscid vortex interactions at low Mach number. *Journal of Sound and Vibration*, 262 (2003), pp. 87-115.
4. Powell A. Vortex sound theory. *Journal of the Acoustical Society of America*, no. 36 (1964), pp. 177-195.
5. Flowcs Williams J.E., Kempton A.J. The noise from large-scale structure of a jet // *Journal of Fluid Mechanics*, No. 84 (1978), pp. 673-694.
6. Möhring W. On vortex sound at low Mach number. *Journal of Fluid Mechanics*, 1978, no. 85, pp. 685-691.
7. Kostornoy A.S., N.S. Mortynova. Razrabotka protochnykh chastey tsentrobezhnogo nasosa metodom matematicheskogo modelirovaniya [Development of flow parts of a centrifugal pump by mathematical modeling]. *Vestnik SumDU. Tekhnicheskiye nauki*, no. 1, 2008, pp. 22-30.
8. Bogatyrev G.P., Smorodin B.L. Fizicheskaya model vrashcheniya tropicheskogo ciklona [Physical model of the rotation of a tropical cyclone]. *JETP Letters*, vol. 63, no. 1, pp. 25-28.
9. Van-Dajk M. Albomy techenij zhidkosti i gaza [Albums of flows of liquid and gas]. Moscow: Mir, 1986, 184 p.
10. Yakovlev P.G. Izluchenie zvuka ploskim lokalizovannym vihrem [Sound emission by a plane localized vortex]. *Akusticheskij zhurnal*, 2012, vol. 58, no. 4, pp. 563-568.
11. Brazaluk Yu.V., Evdokimov D.V., Polyakov N.V. Issledovanie ustojchivosti vihrevykh struktur putem chislennogo eksperimenta [Investigation of stability of vortex structures by numerical experiment]. *Vestnik Kharkovskogo natsionalnogo universiteta. Matematicheskoye modelirovaniye. Informatsionnyye tekhnologii. Avtomatizirovannyye sistemy upravleniya*, 2003, no. 590, Vol. 1, pp. 55-60.
12. Ahmetov D.G. Formirovaniye i osnovnyye parametry vihrevykh kolec [Formation and main parameters of vortex rings]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, vol. 42, no. 5, pp. 70-83.
13. Lighthill M.J. On sound generated aerodynamically. Part I. General Theory. *Proceedings of the Royal Society, London*, no. A 211, pp. 564-587, 1952.
14. Curle N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proc. Royal Soc*, 1955, no. A 231, pp. 505-514.
15. Flowcs-Williams J.E., Hawkins D.L. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1969, no. A264, pp. 321-342.
16. Farassat F., Myers M.K. Extension of Kirchhoff's formula to radiation from moving surfaces. *Journal of Sound and Vibration*, 1988, no. 123, pp. 451-461.
17. Caro S. Moreau Comparaison d'une technique 2D de type Sears avec un calcul instationnaire direct pour le calcul du bruit de raies d'un ventilateur. Bruit des ventilateurs à basse vitesse. *Proceedings of the 3rd Colloque du Bruit de Ventilateurs*, November 2001, 7 p.
18. Caro S., Sandboge R., Iyer J., Nishio Y. Presentation of a CAA formulation based on Lighthill's analogy for fan noise. *Proceedings of 3rd International symposium on Fan Noise*, 2007, Lyon, France, 19-21 September, 10 p.
19. Sandboge R., Washburn K., Peak C. Validation of a CAA Formulation Based on Lighthill's Analogy for a Cooling Fan and Mower Blade Noise. *Proceedings of 3rd International symposium on Fan Noise*, 2007, Lyon, France, 19-21 September, 12 p.
20. Zhu Y.J., Ou Y.H., Tian J. Experimental and Numerical Investigation on Noise of Rotor Blade Passing Outlet Grille. *NCEJ*, 2008, pp. 967-977.
21. De Reboul Silouane, Zerbib Nicolas, Heather Andrew. Use OpenFOAM coupled with Finite and Boundary Element Formulations for Computational Aero-Acoustics for Ducted Obstacles. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, InterNoise19, Madrid, Spain, 2019, no. 16, pp. 4811-4826.

22. Ribner H.S. The Generation of Sound by Turbulent Jets. *Advances in Applied Mechanics*, 1964, vol. 8, pp. 103-182.
23. Kolmogorov A.N. Uravneniya turbulentnogo dvizheniya neszhimaemoj zhidkosti [Equations of turbulent motion of an incompressible fluid]. *Izv. AN SSSR, ser. fiz.*, vol. 6, no. 1-2, pp. 56-58.
24. Crow S.C. Aerodynamic Sound Emission as a Singular Perturbation Problem. *Studies in Applied Mathematics*, 1970, vol. XLIX, No. 1, pp. 41-46.
25. Artamonov K.I. Termogidroakusticheskaya ustojchivost [Thermal hydroacoustic stability]. Moscow.: Mashinostroenie, 1982, 261 p.

Об авторах

Федосеев Сергей Юрьевич (Москва, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры 202 ФГБОУ ВО МАИ (НИУ) (125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4, e-mail: it202mai@gmail.com).

Тимушев Сергей Федорович (Москва, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры 202 ФГБОУ ВО МАИ (НИУ) (125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4, e-mail: timushevsf@mai.ru).

About the authors

Sergey Yu. Fedoseev (Moscow, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Associate Professor of 202 Department, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamsk highway, Moscow, 125993, Russian Federation; e-mail: timushevsf@mai.ru).

Sergey F. Timushev (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor of 202 Department, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamsk highway, Moscow, 125993, Russian Federation; e-mail: timushevsf@mai.ru).

Получено 01.02.2021