DOI: 10.15593/2224-9982/2018.54.06

УДК 533.6.013.1

М.Ю. Егоров¹, Р.В. Мормуль²

² Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

¹ ПАО НПО «Искра», Пермь, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ ЗАРЯДА ТТ ПРИ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВНУТРИКАМЕРНОГО ПРОЦЕССА. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Впервые прямым численным моделированием получен эффект «биения» (интермодуляции) первого рода (нелинейное наложение друг на друга колебаний газа с малой разностью частот) в камере сгорания ракетного двигателя твердого топлива (РДТТ) специального назначения.

Впервые определена оценка влияния акустической неустойчивости внутрикамерного процесса ракетного двигателя специального назначения с учетом пространственно-временной локализации динамической нагрузки на вибродинамическую прочность заряда ТТ при его температурно-временной вязкоупругой зависимости модуля упругости (ядра релаксации Максвелла) и реологии. Разработанный математический аппарат, созданный на его базе комплекс прикладных программ, разработанная методика расчета, проведенные методические исследования дают возможность существенно повысить надежность, улучшить энергомассовые, прочностные, эксплуатационные и другие характеристики РДТТ.

Ключевые слова: ракетный двигатель твердого топлива, акустическая неустойчивость, математическое моделирование, вычислительный эксперимент, вязкоупругое поведение, динамическая прочность, торцевое горение, камера сгорания, метод конечных элементов, определяющие соотношения.

M.Yu. Egorov¹, R.V. Mormul²

¹ Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

² PJSC Research and Production Association "Iskra", Perm, Russian Federation

MATHEMATICAL MODELING OF THE VISCOELASTIC BEHAVIOR OF A CHARGE OF A SOLID PROPELLANT UNDER ACOUSTIC INSTABILITY OF AN INTER CHAMBER PROCESS. COMPUTATIONAL EXPERIMENT

For the first time, a intermodulation effect of the first kind (nonlinear superposition of gas oscillations with a small frequency difference) in the combustion chamber of a SPRM for a special purpose was obtained by direct numerical simulation.

The estimation of the influence of the acoustic instability of the intracameric process of a special-purpose rocket engine, taking into account the spatiotemporal localization of the dynamic load, on the vibrodynamic strength of the charge of the TT for its temperature-time viscoelastic dependence of the elastic modulus (Maxwell's relaxation kernel) and rheology is determined for the first time. The developed mathematical apparatus, the complex of applied programs created on its basis, the developed method of calculation, the conducted methodical investigations make it possible to significantly improve reliability, improve the energy mass, strength, operational and other characteristics of the SPRM.

Keywords: rocket engine of solid fuel, acoustic instability, mathematical modeling, computational experiment, viscoelastic behavior, dynamic strength, end combustion, combustion chamber, finite element method, determining relations.

Введение

Генерация акустических волн вихрями и обратное влияние акустики на образование вихрей приводят к возбуждению автоколебательного процесса в потоке. Энергия для этих колебаний берется из основного установившегося потока и ограничена нелинейными механизмами. Наличие обратной связи «вихри – звук» приводит к тому, что поток становится глобально неустойчивым. Сложная структура гомогенного потока в камере сгорания РДТТ специального

назначения обуславливает появление гидродинамических источников звука. Неустойчивость рабочих процессов в камере сгорания РДТТ объясняется неустойчивостью относительно первых продольных мод колебаний. Сложная геометрия камеры сгорания обуславливает вихревой поток продуктов сгорания. Выявленная крупномасштабность вихрей указывает на низкочастотный характер излучения звука в газодинамическом тракте двигателя. Резонанное взаимодействие акустического и вихревого полей предопределяет развитие акустической неустойчивости. Камера сгорания играет роль резонатора для колебаний звуковой природы и определяет обратную связь между вихревыми и акустическими колебаниями.

Неустойчивость процесса течения продуктов сгорания в РДТТ [1, 2, 4, 5, 7] определяется автоколебательным процессом изменения рабочих параметров, количественные показатели которых могут не соответствовать установленному диапазону изменения. Неустойчивость процесса течения в РДТТ способствует возникновению демаскирующих шумов. Камера сгорания РДТТ, как любой газовый объем, обладает характерными колебательными модами. В совокупности с прогрессивной по давлению плотностью тока продуктов сгорания газодинамическая неустойчивость приводит к установлению в камере сгорания автоколебательного процесса с конечной амплитудой.

Твердому топливу присуща явная физическая нелинейность механического поведения [3]. Исследование механических свойств ТТ показывает, что основной вклад в изменение вязкоупругих свойств материала наполнителя вносят максимальные деформации (напряжения) за время предыстории нагружения.

Для описания вязкоупругого поведения заряда ТТ при акустической неустойчивости внутрикамерного процесса использовано уравнение импульса с учетом конечно-элементной пространственной аппроксимации.

$$\left[\int_b \rho N_\alpha d\Omega \right] \ddot{x}_{\alpha i} = - \int_b \sigma_{ij} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} d\Omega + \int_b \rho f_i N_\alpha d\Omega + \int_{\partial b_i} \tau_i N_\alpha dS. \quad (1)$$

Левая часть системы уравнений (1) представляет собой согласованную матрицу масс, которая не является диагональной. Таким образом, для наилучшего численного разрешения системы (1) относительно импульсных нагрузок приведена диагонализация матрицы масс. Следует отметить еще одно допущение: тензор напряжений является известной величиной при аппроксимации по пространству, однако его можно записать через смещения и тем самым связать уравнение. Данное действие приводит к формированию глобальных матриц жесткости.

Для численного интегрирования системы (1) использовался восьмиузловой шестигранный элемент. Функция формы Φ_j для данного элемента имеет вид

$$\Phi_j = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_j) (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j), \quad (2)$$

где ξ_j , η_j , ζ_j принимают значения в своих узлах ± 1 .

Силовые граничные условия записаны в виде

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{\Gamma_F} = \tau_i(r, \theta, z, t), \quad (3)$$

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j = 0.$$

Интегрирование уравнения импульса по времени

Запишем уравнение количества движения в следующем виде:

$$\boxed{M \ddot{x}^n = Q^n - F^n}, \quad (4)$$

где M – матрица масс; Q^n – внешние нагрузки и объемные силы; F^n – внутренние силы, определенные тензором напряжения. При этом для распределенных сил – это вклад (сумма) сил от ячеек, окружающих соответствующий узел, для сосредоточенных сил – узловая сила.

Аппроксимация системы уравнений (1) выполнена с помощью центральной конечно-разностной схемы «крест» [8]:

$$\ddot{x}_i^n = \frac{Q_i^n - F_i^n}{M_i^n}, \quad \dot{x}_i^{n+\frac{1}{2}} = \dot{x}_i^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t^n \ddot{x}_i^n, \quad x_i^{n+\frac{1}{2}} = x_i^n + \dot{x}_i^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Приведенная схема интегрирования имеет второй порядок точности по времени и обладает условной устойчивостью при выполнении условия Куранта $\tau \leq k \frac{h}{c_{3B}}$.

Определяющие соотношения

Тензор напряжений Эйлера (Коши) для упругопластических материалов по времени интегрируется по времени следующим образом:

$$\sigma_{ij}(t + dt) = \sigma_{ij}(t) + \dot{\sigma}_{ij} dt. \quad (6)$$

Производная по времени может быть записана в следующем виде:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^{\nabla} + \sigma_{ik} \Omega_{ik} + \sigma_{jk} \Omega_{ki}. \quad (7)$$

Здесь Ω_{ik} – тензор вращения, $\Omega_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$; σ_{ij}^{∇} – тензор напряжений, вычисленный по Яуманну, $\sigma_{ij}^{\nabla} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}$; C_{ijkl} – тензор 4-го ранга упругих постоянных, $C_{ijkl} = \sigma_{ij} \cdot \epsilon_{kl}$; $\dot{\epsilon}_{ij}$ – тензор скоростей деформаций, $\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$.

Тензоры скоростей деформации и вращения вычисляются в заданных точках элемента с использованием терминов матрицы деформация – смещение:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_j} v_i^k. \quad (8)$$

Таким образом, для вычисления тензора напряжений использованы следующие разностные формулы для схемы «крест»:

$$\sigma_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^n + r_{ij}^n + \sigma_{ij}^{\nabla(n+\frac{1}{2})}, \quad \sigma_{ij}^{\nabla(n+\frac{1}{2})} \Delta t^{n+\frac{1}{2}} = C_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl}^{n+\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$\Delta \epsilon_{kl}^{n+\frac{1}{2}} = \epsilon_{kl}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+\frac{1}{2}}, \quad r_{ij}^n = \left(\sigma_{ip}^n \omega_{pj}^{n+\frac{1}{2}} + \sigma_{jp}^n \omega_{pi}^{n+\frac{1}{2}} \right) \Delta t^{n+\frac{1}{2}}.$$

В любой момент времени напряжение может быть связано с деформацией интегралом свертки:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\xi) \left(\frac{d\epsilon}{d\xi} \right) d\xi, \quad (10)$$

где σ – напряжение; ϵ – полная деформация (включает температурные деформации); ξ – псевдовремя.

Уравнение состояния применительно к режимам мгновенного и скоростного активного нагружений можно принять

для характеристики процессов релаксации напряжений (действие $\Delta T, P$) в виде

$$S_{ij} = \int_0^t R[\epsilon_u(t), (t' - \tau')] de_{ij}, \quad (11)$$

для процессов ползучести (массовые силы) в виде

$$e_{ij} = \int_0^t \Pi[\sigma_u(t), (t' - \tau')] ds_{ij}, \quad (12)$$

где S_{ij}, e_{ij} – компоненты девиаторов напряжений и деформаций; σ_u, ϵ_u – интенсивность напряжений и деформаций; R, Π – ядро релаксации и ползучести.

Влияние температуры на поведение материала описывается при помощи принципа соответствия времени – температуры. Математическое выражение данного принципа имеет вид

$$G_\alpha(T, t) = G_\alpha(T_0, \gamma t), \quad (13)$$

где γ – функция смещения; γt – сокращенное время.

Уравнение WLF (Williams-Landel-Ferry) используется для приблизительного определения функции

$$\ln \gamma = \left(\frac{C_1 \bar{T}}{C_2 + \bar{T}} \right) \ln 10, \bar{T} = T - T_0, \quad (14)$$

где C_1 и C_2 – материальные постоянные; T_0 – справочная температура, обычно называемая температурой перехода в прозрачное состояние.

Температурно-временная зависимость вязкоупругого модуля ТТ (баллистит) описывается соотношением

$$E(t) = E_\infty + (E_0 - E_\infty) \exp \left(- \left(\frac{t}{\Theta \cdot a_t} \right)^\gamma \right), \quad (15)$$

$$\lg a_t = A \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right).$$

Константы ползучести ТТ определены экспериментально.

Корпус исследуемого РДТТ представляет собой оболочку вращения типа «полукокон». В качестве внутреннего теплозащитного покрытия корпуса использованы асбестовая прорезиненная ткань и смесь резиновая. В местах соединения с выходным блоком и дном передним в корпусе размещены соответственно фланец из титанового сплава и ряд штифтов из стали. Герметичность корпуса конструктивно обеспечивается введением в конструкцию корпуса гермослоя из резины, наносимого на ТЗП перед намоткой. С целью предотвращения растрескивания ТЗП при нагружении корпуса внутренним давлением в зоне вершины пера фланца имеется компенсатор из фторопластовой пленки, обеспечивающий раскрепление ТЗП от органопластика.

Цилиндрическая часть корпуса рассмотрена как многослойная оболочка радиусом R , выполненная из композиционного материала симметричной структуры (т.е. структура слоя определяется парами одинаковых слоев, уложенных под углами $\pm \phi$) [10]. При этом обобщенные жесткости пакета материалов $B_{ij} = 0, i \neq j$, за исключением $B_{12} = B_{21} \neq 0$. Обобщенные жесткости пакета материалов определяются формулами [10]

$$\begin{aligned}
 B_{11} &= \sum_{i=1}^k h_i \left(\cos^4 \varphi_i + 2\hat{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i + \hat{E}_2^i \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right), \\
 B_{12} = B_{21} &= \sum_{i=1}^k h_i \left[\left(\hat{E}_1^i + \hat{E}_2^i \right) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \hat{E}_1^i \mu_{12}^i \left(\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i \right) - G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right], \\
 B_{22} &= \sum_{i=1}^k h_i \left(\hat{E}_1^i \sin^4 \varphi_i + 2\hat{E}_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \varphi_i + \hat{E}_2^i \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right), \\
 B_{33} &= \sum_{i=1}^k h_i \left[\left(\hat{E}_1^i + \hat{E}_2^i - 2\hat{E}_1^i \mu_{12}^i \right) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i \right].
 \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь h_i – суммарная толщина i -го пакета материалов; $\hat{E}_1^i$ – модуль упругости вдоль направления армирования; $\hat{E}_2^i$ – модуль упругости поперек направления армирования; G_{12}^i – модуль сдвига i -го слоя; μ_{12}^i – коэффициент Пуассона i -го слоя; φ_i – угол армирования i -го слоя.

Средние модули упругости пакета материалов определены соотношениями [10].

$$\langle E_x \rangle = \frac{B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}}}{h}, \quad \langle E_y \rangle = \frac{B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}}}{h}, \quad \langle G_{xy} \rangle = \frac{B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}}}{h}; \quad \mu_{xy} = \frac{B_{12}}{B_{11}}; \quad \mu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{22}}. \quad (17)$$

Жесткостные характеристики пакета цилиндрической части корпуса при растяжении, изгибе, сдвиге определяются соотношениями [10] $\langle E_x \rangle F = 2\pi r h_\Sigma \langle E_x \rangle$ – обобщенная жесткость пакета при растяжении/сжатии; $\langle E_x \rangle I = \pi r^3 h_\Sigma \langle E_x \rangle$ – обобщенная жесткость пакета при изгибе; $\langle G_{xy} \rangle F = 2\pi r h_\Sigma \langle G_{xy} \rangle$ – обобщенная жесткость пакета при сдвиге; $\langle G_{xy} \rangle \cdot I_{кр} = 2\pi r^3 h_\Sigma \langle G_{xy} \rangle$ – обобщенная жесткость пакета при кручении.

Описание нестационарного прогрева, воспламенения и последующего нестационарного и турбулентного горения заряда ТТ базируется на модели Мержанова–Дубовицкого с учетом (в рамках подхода Горохова–Липанова–Русяка) влияния газовой фазы на процесс горения в конденсированной фазе (k -фазе). Заряд ТТ моделируется как твердое тело, к которому применимы известные уравнения теплопроводности и химической кинетики.

Для математического описания процесса течения в камере сгорания РДТТ специального назначения использованы подходы механики сплошных сред [9].

Воздух, газообразные продукты сгорания заряда воспламенительного устройства и заряда твердого топлива считаем гомогенной смесью. Наличие незначительного по массе количества твердой фазы в такой смеси учитывается путем корректировки значений ее показателя адиабаты k и удельной теплоемкости при постоянном давлении по известным соотношениям.

Полная (трехмерная и нестационарная) система вихревых дифференциальных уравнений газовой динамики для гомогенного потока в камере сгорания (включая камеру воспламенителя), ракетного двигателя включает: уравнения неразрывности (сохранения массы), закон сохранения импульса по осям координат, закон сохранения полной удельной энергии газа. Система уравнений газовой динамики с учетом дополнительных соотношений интегрируется численно с помощью метода Давыдова (метода крупных частиц) – метода постановки вычислительного эксперимента, детально описанного в работах [1, 2, 5–7, 11]. Область интегрирования покрывается фиксированной в трехмерном пространстве (эйлеровой) равномерной расчетной сеткой, обеспечивающей изотропность и однородность вычислительного пространства.

Шаг интегрирования системы уравнений (1) по времени, определенный критерием Куранта, соответствует шагу интегрирования по времени системы уравнений газовой динамики.

Сеточная топология конечно-элементной модели в задаче напряженно-деформированного состояния системы «корпус–элемент» отличается от кубической регулярной сеточной дискретизации вычислительного пространства при численном интегрировании системы уравнений газовой динамики. В связи с этим проведена пространственная интерполяция динамической нагрузки – волн давления в предсопловом объеме РДТТ.

Результаты численного моделирования по распределению параметров гомогенной смеси газа в пространстве полей течений, сопровождающемуся акустической неустойчивостью рабочего процесса в камере сгорания РДТТ, подробно описаны в работах [1, 2]. Некоторые из них для безразмерного времени представлены на рис. 1–3.

Рис. 1. Изменение во времени давления в камере сгорания (фрагмент, увеличено)

Рис. 2. Изменение во времени давления в 4 точках камеры сгорания (фрагмент, увеличено)

Рис. 3. Распределение удельной теплоемкости гомогенной смеси газа у поверхности горения ТТ для фиксированного момента времени

Результаты численного моделирования вязкоупругого поведения заряда ТТ при пространственно-временной локализации динамической нагрузки, сопоставленные с полученными МКЭ результатами вычислительного эксперимента при его статическом нагружении приведены на рис. 4–6. Максимальный уровень осевых напряжений сжатия реализуется в районе фаски торцевой поверхности контактного взаимодействия заряда ТТ с ТЗП передней крышки, и при динамическом нагружении его величина составляет 4,9 МПа, при статическом – 8,4 МПа. Динамический отклик ТТ относительно максимальных осевых перемещений сжатия при выходе РДТТ на основной режим работы практически полностью соответствует уровню осевых перемещений сжатия при статическом нагружении. Такая картина деформирования ТТ объясняется генерацией высокочастотной, но малоамплитудной газодинамической неустойчивости в камере сгорания РДТТ, а также низкой энергетикой самого баллиститного топлива.

Рис. 4. Карта радиальных перемещений системы «корпус-элемент» (мм) для момента выхода РДТТ на основной режим работы

Рис. 5. Карта распределения параметров НДС в осевом направлении системы «корпус-элемент»:
а – перемещения (мм) – статическое нагружение камерным давлением 60 атм;
б – напряжения (МПа) – статическое нагружение камерным давлением 50 атм

Верификация результатов численного моделирования. Результаты численного моделирования НДС армированного корпуса РДТТ с вкладным зарядом хорошо согласуются с показаниями тензодатчиков регистрации приращения периметра (ПК1 – ПК3), заднего днища (ЗД1 – ЗД6) и удлинения цилиндрической части корпуса (ПП1, ПП2) при проведении ОСИ (рис. 7–8).

Рис. 6. Карта осевых перемещений заряда ТТ (мм): *a* – статическое нагружение ТТ камерным давлением 38 атм; *б* – динамическое нагружение ТТ (выход ДТТ на режим)

Рис. 7. Схема установки тензодатчиков

Рис. 8. Диаграммы перемещений корпуса РДТТ (мм), регистрируемые тензодатчиками в процессе проведения ОСИ: *а* – приращения диаметра; *б* – удлинения цилиндрической части

Заключение

Проведена серия вычислительных экспериментов с использованием многопоточной обработки информации (MPI – технология) для описания вязкоупругого поведения ТТ ракетного двигателя специального назначения. В результате проведенных численных расчетов установлено следующее:

- 1) в камере сгорания РДТТ реализуется высокочастотная, но малоамплитудная акустическая неустойчивость рабочего процесса;
- 2) численно и экспериментально подтверждена работоспособность системы «корпус–элемент» РДТТ специального назначения с позиции прочности при длительном воздействии комплекса термомеханических нагрузок;
- 3) результаты численного моделирования хорошо верифицируются с данными экспериментальной отработки двигателя на различных режимах его эксплуатации.
- 4) рассмотрены варианты повышения энергетики топлива за счет уменьшения времени работы двигателя.

Полученная расчетная информация (уровня постановки вычислительного эксперимента) может быть успешно использована при проектировании и отработке новых образцов ракетной техники и технических устройств на твердом топливе с высокими энергомассовыми, прочностными, шумовыми и другими эксплуатационными характеристиками.

Библиографический список

1. Численное моделирование нестационарных и нелинейных внутрикамерных процессов при срабатывании ракетного двигателя на твердом топливе специального назначения. Ч. 1. Постановка вычислительного эксперимента / М.Ю. Егоров, С.М. Егоров, Д.М. Егоров, Р.В. Мормуль // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2016. – № 47. – С. 53–72.
2. Численное моделирование нестационарных и нелинейных внутрикамерных процессов при срабатывании ракетного двигателя на твердом топливе специального назначения. Ч. 2. Результаты расчета / М.Ю. Егоров, С.М. Егоров, Д.М. Егоров, Р.В. Мормуль // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2017. – № 48. – С. 26–34.
3. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1980. – 533 с.
4. Численный эксперимент в теории РДТТ / А.М. Липанов, В.П. Бобрышев, А.В. Алиев [и др.] / под ред. А.М. Липанова. – Екатеринбург: Наука, 1994. – 301 с.
5. Егоров М.Ю., Егоров Я.В., Егоров С.М. Исследование неустойчивости рабочего процесса в двухкамерном РДТТ // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2007. – № 4. – С. 39–43.
6. Егоров М.Ю. Метод Давыдова – современный метод постановки вычислительного эксперимента в ракетном твердотопливном двигателестроении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2014. – № 37. – С. 6–70.
7. Давыдов Ю.М., Егоров М.Ю. Численное моделирование нестационарных переходных процессов в активных и реактивных двигателях / под ред. Ю.М. Давыдова; НАПН РФ. – М., 1999. – 272 с.
8. Рихтмайер Р.Д., Мортон Х. Разностные методы решения краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 420 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
10. И.Ф. Образцов, В.В. Васильев, В.А. Бунаков. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 146 с.
11. Давыдов Ю.М. Крупных частиц метод // Математика. Большой энциклопедический словарь. – Изд-е 3-е. – М: Российская энциклопедия. – 1998/2000. – С. 303–304.

References

1. Egorov M.Yu, Egorov S.M., Egorov D.M., Mormul R.V. Chislennoye modelirovaniye nestatsionarnykh i nelineynykh vnutrikamernykh protsessov pri sbratyvaniy raketnogo dvigatelya na tvordom toplive spetsialnogo naznacheniya. Chast 1. Postanovka vychislitel'nogo eksperimenta [Numerical simulation of unsteady and nonlinear intrachamber processes when triggering rocket engine on solid fuel for special purpose. Part 1. Statement of computational experiment]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2016, no. 47, pp. 53-72.
2. Egorov M.Yu., Egorov S.M., Egorov D.M., Mormul R.V. Chislennoye modelirovaniye nestatsionarnykh i nelineynykh vnutrikamernykh protsessov pri sbratyvaniy raketnogo dvigatelya na tvordom toplive spetsialnogo naznacheniya. Chast 2. Rezultaty raschota [Numerical simulation of unsteady and nonlinear intrachamber processes when triggering rocket engine on solid fuel for special purpose. Part 2. Results of the calculation]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2017, no. 48, pp. 26-34.
3. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. Teoriya raketnykh dvigateley [The theory of rocket engines]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1980, 533 p.
4. Lipanov A.M., Bobryshev V.P., Aliyev A.V. Chislennyy eksperiment v teorii RDТТ [Numerical experiment in the theory of solid propellant rocket]. Yekaterinburg, UIF «Nauka», 1994, 301 p.
5. Egorov M.Yu., Egorov Ya.V., Egorov S.M. Issledovanie neustoychivosti rabocheho protsessa v dvukhkamernom RDТТ [Study of working process instability in the two chamber solid propellant rocket engine]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Russian Aeronautics*, 2007, no. 4, pp. 39-43.
6. Egorov M.Y. Metod Davydova – sovremennyy metod postanovki vychislitel'nogo eksperimenta v raketnom tvërdotoplivnom dvigatelestroyenii [Davydov method – modern method of statement of computing experiment in solid rocket motors industry]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2014, no. 37, pp. 6-70.
7. Davydov Yu.M., Egorov M.Yu. Chislennoye modelirovaniye nestatsionarnykh perekhodnykh protsessov v aktivnykh i reaktivnykh dvigatelyakh [Numerical simulation of unsteady transition processes in active and jet engines]. Moscow.: NAPS Russia, 1999, 272 p.8. Rikhtmayyer R.D., Morton KH. Raznostnyye metody resheniya krayevykh zadach. M.: Mir, 1972. 420 p.

9. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza. Izd. 5-ye [Mechanics of liquid and gas. 5th ed.]. Moscow, Nauka, 1978, 736 p.

10. Obratsov I.F., Vasilyev V.V., Bunakov V.A. Optimalnoye armirovaniye obolochek vrashcheniya iz kompozitsionnykh materialov [Optimum reinforcement of shells of rotation from composite materials]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1977, 146 p.

11. Davydov Y.M. Krupnykh chastits metod [Large particle method]. In: Mathematics. Large Encyclopedic Dictionary. Publishing is 3rd ed. Moscow: Rossiyskaya entsiklopediya, 1998/2000, pp. 303-304.

Об авторах

Егоров Михаил Юрьевич (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Высшая математика» ФПММ, ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).

Мормуль Роман Викторович (Пермь, Россия) – начальник патентного бюро ПАО «Научно-производственное объединение „Искра“» (614038, г. Пермь, ул. Академика Веденеева, д. 28), аспирант кафедры «Высшая математика» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: rmormul@yandex.ru).

About the authors

Mikhail Yu. Egorov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of "Higher Mathematics", Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).

Roman V. Mormul (Perm, Russian Federation) – Design Engineer, Chief of Patent Office PJSC Research and Production Association "Iskra" (28, Academica Vedeneeva st., Perm, 614038, Russian Federation), PhD Student, Department of Higher Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: rmormul@yandex.ru).

Получено 08.08.2018