DOI: 10.15593/2224-9982/2015.43.06

УДК 539.3

Н.М. Кочнева, А.В. Гуляев

АО «Научно-исследовательский институт полимерных материалов»,
Пермь, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ДИСПЕРСНО-ВЫСОКОНАПОЛНЕННЫХ ПОЛИМЕРОВ

Рассматривается нелинейная феноменологическая модель термовязкоупругого поведения дисперсно-наполненных полимерных материалов с массовой долей наполнения твердыми частицами более 87 %. Для учета структурных изменений полимера в процессе нагружения, обусловленных отслоениями матрицы от частиц наполнителя, в модель введен структурный параметр, определяемый эволюционным уравнением. Для идентификации параметров модели проведены большие экспериментальные исследования высоконаполненного полимера с массовой долей связующего 10,5 %, наиболее часто используемого в конструкциях, в широком диапазоне температур ($-70 \dots 120$ °C) и относительных скоростей деформирования ($10^{-5} \dots 10^0$ с $^{-1}$), которые достигаются в изделиях в процессе эксплуатации. Также получены экспериментальные зависимости величины объемных изменений, характеризующих изменение структуры материала в процессе его деформирования при температурах ± 50 , 20 °C и скоростях деформирования 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} с $^{-1}$. Получена зависимость коэффициента Пуассона от величины объемных изменений и уровня деформаций. На основании экспериментальных данных определены все константы нелинейной вязкоупругой модели. С использованием метода конечных элементов в рамках малых упругих деформаций рассчитано напряженно-деформированное состояние прочностно-наполненных с корпусом изделий при действии температурной нагрузки. Показано, что с использованием нелинейной модели значения расчетных деформаций на свободной поверхности рассмотренных изделий возросли на 15–18 %, что существенно при назначении требований к механическим характеристикам полимера.

Ключевые слова: дисперсно-наполненные композиты, структурные повреждения, напряжение, деформация, объемные изменения.

N.M. Kochneva, A.V. Gulyaev

JSC "Research Institute of Polymeric Materials", Perm, Russian Federation

APPLICATION OF PHENOMENOLOGICAL NON-LINEAR MODEL FOR DESCRIPTION OF MECHANICAL BEHAVIOR PECULIARITIES OF DISPERSED HIGHLY-FILLED POLYMERS

The paper deals with the non-linear phenomenological model of thermo-viscoelastic behavior of dispersed-filled polymeric materials with solid loading mass fraction of more than 87%. To take into account the polymer structural changes during the loading resulting from the peeling of the matrix from the filler particles, a structural parameter, determined by the evolution equation, was introduced to the

model. For the identification of the model parameters the experimental studies on highly-filled polymer were conducted with the binder mass fraction of 10,5%, more often used in constructions in the wide temperature range (minus 70-120° C) and relative strain rates (10^{-5} - 10^0 c⁻¹), that are achieved in the products during their operation. Additionally the experimental dependences of the volumetric changes quantity, characterizing the material structure change during its straining at the temperatures ± 50 , 20° C and straining rate 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} c⁻¹ were obtained. The dependence of Poisson ratio on the quantity of volumetric changes and the deformation level was obtained. On the basis of experimental results all constants of the non-linear viscoelastic model were determined. With the finite element method in the frames of small elastic strains a stressed-strained state of case-bonded products under thermal loading was calculated. It was shown that with the non-linear model the values of the calculated strain on the free surface of the products studied were increased by 15-18%, that is significantly important while setting the polymer mechanical characteristic requirements.

Keywords: dispersed highly-filled composites, structural damages, stress, strain, volumetric changes.

В настоящее время широкое распространение в ракетной технике получили высоконаполненные полимерные материалы с дисперсным характером наполнения. Массовая доля наполнителя в таких материалах достигает 90 %, в результате чего линейное вязкоупругое поведение материала ограничивается деформированным состоянием (ДС) до 10 %. Современные же конструкции из дисперсно-наполненных полимерных материалов (ДПМ), как правило, эксплуатируются в широком температурном диапазоне ± 50 °С. При этом максимальный уровень деформированного состояния ДПМ, используемого в этих конструкциях, достигает 20 %. Таким образом, эксплуатация полимерного материала в изделиях происходит в нелинейной области деформирования. Эффективный метод решения (метод аппроксимаций) задач нелинейной теории термовязкоупругости предложен в работе [1], но там еще не рассматривалось влияние структурных изменений на напряженно-деформированное состояние материала.

Существует большое количество как структурных, так и феноменологических моделей, позволяющих учесть взаимодействие твердых частиц наполнителя с матрицей при деформировании. Наиболее полно результаты исследования этого взаимодействия представлены в работах [2–4]. Следует отметить также работы [5, 6], где для описания механического поведения наполненных полимерных материалов применена эндохронная нелинейная теория термовязкоупругости. На рис. 1 показаны теоретические зависимости, полученные с использованием уравнений линейной вязкоупругости, и экспериментальные зависимости напряжений от деформаций в случае одноосного растяжения лабораторного образца-лопаточки при относительной скорости деформирования $\sim 10^{-3}$ c⁻¹ и разных температурах.

Рис. 1. Теоретические (пунктирные линии) и экспериментальные (сплошные линии) диаграммы растяжения при относительной скорости деформирования $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ образца-лопаточки

Некоторые результаты уже были изложены в работах [7–9]. Ниже приводится дальнейшее развитие модели.

Для описания термовязкоупругого поведения наполненных полимерных материалов на этапе активного нагружения при малых деформациях за основу взята модель [10, 11]

$$\hat{\sigma}(t) = M(Z) \cdot 2\mu[\dot{\epsilon}, T(t)] \left\{ \left(\epsilon_{ij} - \frac{\theta}{3} \delta_{ij} \right) \right\} + \sigma \delta_{ij},$$

где $M(Z)$ – функция структурного параметра Z ; $\mu[\dot{\epsilon}, T(t)]$ – модуль сдвига, зависящий от температурно-временных условий нагружения; θ – объемные изменения материала без температурной составляющей; δ_{ij} – символ Кронекера; σ – среднее напряжение, определяемое выражением

$$\sigma = B \cdot [\theta - F(\sigma, Z, I_\gamma)],$$

где B – модуль объемного сжатия; $F(\sigma, Z, I_\gamma)$ – нелинейная функция, учитывающая объемные изменения в зависимости от меры сдвиговых деформаций I_γ , структурных изменений и среднего напряжения.

Согласно работе [1] функция $F(\sigma, Z, I_\gamma)$ зависит от меры сдвиговых деформаций и функции среднего напряжения:

$$F(\sigma, Z, I_\gamma) = B_1 \cdot I_\gamma^n \cdot Z \cdot \exp[B_2 \cdot (\sigma - \mu[T, t] \cdot I_\gamma / \sqrt{3})],$$

где B_1, n, B_2 – константы материала, определяемые из эксперимента с регистрацией объемных изменений лабораторного образца при нагружении.

Уравнение для функции $M(Z)$ принималось в виде

$$M(Z) = (1 - k_z Z - k_z Z^2),$$

где k_z – параметр модели, определяющий ее нелинейное поведение. Для структурного параметра Z принято уравнение

$$Z = \max \{ [\chi(T)] I_\gamma \},$$

где $\chi(T)$ – безразмерный параметр, определяемый как отношение предельной деформации при приведенной температуре к предельной деформации при текущей температуре.

В качестве меры интенсивности сдвиговых деформаций взято выражение

$$I_\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + \nu(\theta, \varepsilon))} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2},$$

где ν – коэффициент Пуассона, зависящий от величины объемных изменений; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные напряжения тензора деформации.

Для оператора модуля сдвига $\mu(T, t)$ принят интеграл из классической теории вязкоупругости [12]:

$$\mu(T, t) \cdot \varphi(t) = \int_0^t K(t' - \tau') d\varphi(\tau'),$$

где K – функция ползучести; t', τ' – приведенные значения времени, зависящие от функции температурно-временного смещения $a_T[T]$; $\varphi(t)$ – произвольная функция, зависящая от времени.

В качестве функции для коэффициента температурно-временного смещения $a_T[T]$ использовалась функция

$$a_T[T] = 10^{A \left[\frac{1}{T(t)} - \frac{1}{293} \right]},$$

где A – константа материала, определяемая из опытов на ползучесть или релаксацию.

Функция ползучести $K(t')$ принималась в виде, аналогичном [13]

$$K(t') = E_{\infty} + (10^5 - E_{\infty}) \cdot \exp \left[- \left(\frac{t'}{\vartheta} \right)^{\alpha} \right],$$

где E_{∞} , E_0 , ϑ , α – константы материала, определяемые из опыта на ползучесть.

В данной работе для полного определения материальных констант модели и механических характеристик были проведены и использованы следующие лабораторные эксперименты на растяжение и сжатие:

- испытания на ползучесть в широком температурном диапазоне $-70 \dots 120$ °С;
- испытания на одноосное растяжение образца-лопаточки в широком диапазоне относительных скоростей деформирования $10^{-5} \dots 10^0$ с $^{-1}$ и широком температурном диапазоне;
- испытания на одноосное и всестороннее сжатие образцов-столбиков;
- дилатометрические исследования образца-лопаточки при одноосном растяжении в широком диапазоне температур и относительных скоростей деформирования;
- испытания образца лопаточки на одноосное растяжение при избыточном давлении до 10 МПа.

Результаты лабораторных исследований образцов-лопаточек из материала с массовой долей наполнения твердыми частицами ~89 % представлены на рис. 2–4.

Рис. 2. Диаграммы растяжения и дилатансии при относительной скорости деформирования образца-лопаточки $\sim 10^{-3}$ с $^{-1}$

Рис. 3. Циклическое нагружение образца-лопаточки до деформации 15 % при относительной скорости деформирования $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и температуре 20°C

Рис. 4. Испытания образцов-лопаточек при ступенчатом трехосном режиме нагружения

В результате испытаний на ползучесть в линейной области деформирования получены следующие значения констант функций $K(t')$ и $a_T[T]$: $E_\infty = 0,7 \text{ МПа}$, $\vartheta = 10^{-47,44} \text{ с}$, $\alpha = 0,019$, $A = 6210 \text{ К}$. Из испытаний на одноосное растяжение получены значения констант нелинейной модели, приведенные ниже.

Значения констант нелинейной модели

Коэффициент Пуассона, ν	0,469	0,437	0,405	0,378	0,360	0,346
ϵ , %	10	15	20	25	30	35
Объемные изменения θ , %	0,62	1,90	3,80	6,10	8,60	10,80
σ , кгс/см ²	1,60	1,8	1,87	1,90	1,97	2,03
B_1	0,767					
Π	0,867					
B_2	1,352					
k_z	0,4					

Зависимость функции $\chi(T)$ от температуры

$T, ^\circ\text{C}$	-70	-50	-40	-20	0	20	50	70
$\chi(T)$	1,33	1,10	0,98	0,93	0,93	1,00	1,11	1,20

Вариационное уравнение для решения задачи имеет вид

$$\Phi(\{\varepsilon\}) = \frac{1}{2} \iiint_V (\hat{\sigma} \cdot \delta \hat{\varepsilon} + \left[\theta - \alpha_T \Delta T - \frac{\sigma}{B} \right] \delta \sigma) dV - \iint_{S_\sigma} \vec{P} \cdot \delta u \cdot dS.$$

В связи со сложной геометрией рассматриваемых конструкций решение краевой задачи термосилового нагружения осуществлялось приближенными методами инженерного исследования, поэтому для определения неизвестного распределения температуры и соответствующего напряженно-деформированного состояния использовались вариационные уравнения, решаемые с помощью метода конечных элементов [14].

Вышеприведенная математическая модель была использована для определения напряженно-деформированного состояния двух прочно скрепленных со стальным корпусом изделий (рис. 5) из наполненного полимера при их термостатировании при температуре от +50 до -50 °С. При этом предполагалось, что равновесная температура изделий составляет 50 °С.

Рис. 5. Поперечные сечения прочно скрепленных с корпусом изделий из дисперсно-высоконаполненного полимера

В результате решения задачи термовязкоупругости получены значения максимальных деформаций в изделии № 1 (рис. 6, а): в рамках линейной теории вязкоупругости – 23,3 %, в рамках нелинейной модели – 27,5 %. Для изделия № 2 (рис. 6, б) в рамках линейной теории получено 24,9 %, в рамках нелинейной – 28,7 %.

Рис. 6. Распределение максимальных деформаций
в изделиях при охлаждении от +50 до –50 °С

Более высокие значения деформаций, полученных из нелинейной модели, приводят к необходимости ее использования при оценке прочности разрабатываемых конструкций.

Библиографический список

1. Ильющин А.А., Победра Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
2. Структурные механизмы формирования механических свойств зернистых полимерных композитов / В.В. Мошев, А.Л. Свистков, О.К. Гаришин [и др.]. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 1997. – 508 с.
3. Farris R.J. The influence of vacuole formation on the response and failure of filled elastomers // J. Trans. Soc. Rheol. – 1968. – Vol. 12, № 2. – P. 315–334.
4. Naviere R. An extension of the time-temperature superposition principle to non-linear viscoelastic solids // Int. J. Solids and Structures. – 2006. – № 43. – P. 5295–5306.
5. Апетьян В.Э., Быков Д.Л. Анализ немонотонной зависимости напряжений от деформаций в вязкоупругих средах // Механика твердого тела. – 2004. – № 4. – С. 106–115.
6. Быков Д.Л., Коновалов Д.Н. Использование структурных составляющих удельной работы внутренних сил для оценки прочности вязкоупругих конструкций в зонах локальной концентрации напряжений // Механика твердого тела. – 2007. – № 6. – С. 84–93.
7. Кочнева Н.М., Гуляев А.В. Применение нелинейной модели вязкоупругого поведения при расчете деформированного состояния

конструкций // Тр. XXXIII Всерос. конф. по проблемам науки и технологий. – 2013. – Т. 2. – С. 51–53.

8. Методика расчета и назначение режимов термостатирования изделий, эксплуатирующихся в широком температурном диапазоне, для подтверждения длительных сроков их хранения / Н.М. Кочнева, А.В. Гуляев, Н.Е. Пшеницына, С.В. Ямалитдинова // Материалы XXXIV Всерос. конф., посвященной 90-летию со дня рождения акад. В.П. Макеева. – М.: Изд-во РАН, 2014. – Т. 2. – С. 155–160.

9. Кочнева Н.М., Гуляев А.В. Применение феноменологической, нелинейной модели для описания особенностей механического поведения дисперсно-высоконаполненных полимеров // Сб. тр. XI Всерос. съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – Казань: Изд-во Казан. федер. ун-та, 2015. – С. 2040–2042.

10. Адамов А.А. Неизотермическое деформирование элементов конструкции из нелинейного дисперсно-наполненного эластомера // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1999. – Т. 5, № 2. – С. 101–107.

11. Адамов А.А. К построению модели вязкоупругого поведения наполненных эластомеров с учетом структурных изменений // Исследование по механике материалов и конструкций. – Свердловск: Изд-во УрО АН СССР, 1988. – С. 4–6.

12. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов (применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе). – М.: Наука, 1972. – 328 с.

13. Слонимский Г.Л., Роговина Л.З. Определение механических характеристик полимерного материала по релаксации напряжения при постоянной деформации // Высокомолекулярные соединения. – 1964. – Т. 6, № 4. – С. 620–623.

14. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

References

1. Ilyushin A.A., Pobedrya B.E. Osnovy matematicheskoy teorii termovязko-uprugosti [The foundations of mathematical theory of thermoviscoelasticity]. Moscow: Nauka, 1970. 280 p.

2. Moshev V.V., Svistkov A.L., Garishin O.K. [et al.]. Strukturnye mekhanizmy formirovaniya mekhanicheskikh svoystv zernistyx polimer-

nykh kompozitov [Structural mechanisms of forming mechanical properties of particulate polymeric composites]. Ekaterinburg: Uralskoe otделение Rossiyskoy akademii nauk, 1997. 508 p.

3. Farris R.J. The influence of vacuole formation on the response and failure of filled elastomers. *J. Trans. Soc. Rheol.*, 1968, vol. 12, no. 2, pp. 315-334.

4. Naviere R. An extension of the time-temperature superposition principle to non-linear viscoelastic solids. *Int. J. Solids and Structures*, 2006, no. 43, pp. 5295-5306.

5. Apetyan V.E., Bykov D.L. Analiz nemonotonnoy zavisimosti napryazheniy ot deformatsiy v vyazkouprugikh sredakh [Analysis of non-monotonous dependence of stresses on strains in viscoelastic medium]. *Mekhanika tverdogo tela*, 2004, no. 4, pp. 106-115.

6. Bykov D.L., Konovalov D.N. Ispolzovanie strukturnykh sostavlyayushchikh udelnoy raboty vnutrennikh sil dlya otsenki prochnosti vyazkouprugikh konstruktsiy v zonakh lokalnoy kontsentratsii napryazheniy [The application of structural constituents of the specific work for evaluation of viscoelastic strength in zones of local stress concentration]. *Mekhanika tverdogo tela*, 2007, no. 6, pp. 84-93.

7. Kochneva N.M., Gulyaev A.V. Primenenie nelineynoy modeli vyazkouprugogo povedeniya pri raschete deformirovannogo sostoyaniya konstruktsiy [Application of non-linear model of viscoelastic behavior while calculating the construction strained state]. *Trudy XXXIII Vserossiyskoy konferentsii po problemam nauki i tekhnologii*, 2013, vol. 2, pp. 51-53.

8. Kochneva N.M., Gulyaev A.V., Pshenitsyna N.E., Yamalitdinova S.V. Metodika rascheta i naznachenie rezhimov termostatirovaniya izdeliy, ekspluatiruyushchikhsya v shirokom temperaturnom diapazone dlya podtverzhdeniya dlitelnykh srokov ikh khraneniya [Calculation methods and setting the product thermostating mode, operating in a wide temperature range for the verification of their long-term storage life]. *Materialy XXXIV Vserossiyskoy konferentsii, posvyashchennoy 90-letiyu so dnya rozhdeniya akademika V.P. Makeeva*, 2014, vol. 2, pp. 155-160.

9. Kochneva N.M., Gulyaev A.V. Primenenie fenomenologicheskoy, nelineynoy modeli dlya opisaniya osobennostey mekhanicheskogo povedeniya dispersno vysokonapolnennykh polimerov [Application of phe-

nomenological non-linear model for description of peculiarities of dispersed-filled polymers mechanical behavior]. *Sbornik trudov XI Vserossiyskogo sezda po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki*, 2015, pp. 2040-2042.

10. Adamov A.A. Neizotermicheskoe deformirovanie elementov konstruksii iz nelineynogo dispersno-napolnennogo elastomera [Non-isothermal deformation of construction elements from non-linear dispersed filled elastomer]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy*, 1999, vol. 5, no. 2, pp. 101-107.

11. Adamov A.A. K postroeniyu modeli vyazkouprugogo povedeniya napolnennykh elastomerov s uchetom strukturnykh izmeneniy [To the construction of model of filled elastomers taking into account the structural changes]. *Issledovaniye po mekhanike materialov i konstruksiy*. Sverdlovsk: Uralskoe otdelenie Akademii nauk SSSR, 1988, pp. 4-6.

12. Moskvitin V.V. Soprotivlenie vyazkouprugikh materialov (primenitelno k zaryadam raketnykh dvigateley na tverdom toplive) [Resistance of viscoelastic materials (relative to SRM chargers)]. Moscow: Nauka, 1972. 328 p.

13. Slonimskiy G.L., Rogovina L.Z. Opredelenie mekhanicheskikh kharakteristik polimernogo materiala po relaksatsii napryazheniya pri postoyannoy deformatsii [Determination of polymeric material mechanical properties according to stress relaxation at constant strain]. *Vysokomolekulyarnye soedineniya*, 1964, vol. 6, no. 4, pp. 620-623.

14. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike [Finite element method in engineering]. Moscow: Mir, 1975. 541 p.

Об авторах

Кочнева Наталья Михайловна (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, начальник отдела прочности АО «Научно-исследовательский институт полимерных материалов» (614113, г. Пермь, ул. Чистопольская, д. 16, e-mail: niipm@pi.ccl.ru).

Гуляев Алексей Владимирович (Пермь, Россия) – начальник лаборатории расчетных методов оценки прочности АО «Научно-исследовательский институт полимерных материалов» (614113, г. Пермь, ул. Чистопольская, д. 16, e-mail: GulyaevAV@inbox.ru).

About the authors

Natalya M. Kochneva (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Head of the Strength Department, JSC “Research Institute of Polymeric Materials” (16, Chistopolskaya st., Perm, 614113, Russian Federation, niipm@pi.ccl.ru).

Aleksey V. Gulyaev (Perm, Russian Federation) – Head of the Strength Evaluation Calculation Methods Laboratory, JSC “Research Institute of Polymeric Materials” (16, Chistopolskaya st., Perm, 614113, Russian Federation, GulyaevAV@inbox.ru).

Получено 27.10.2015