DOI: 10.15593/2224-9982/2015.42.07

УДК 621.454.3: 519.63

Р.В. Мормуль^{1, 2}, А.В. Порубов¹, М.Ю. Егоров²

¹ ПАО «Научно-производственное объединение „Искра“», Пермь, Россия

² Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОВИБРАЦИОННОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

Проанализирована и исследована структура осредненного и пульсационного движения продуктов сгорания твердого топлива при реализации термовибрационного конвективного режима течения. Изучены механизмы трансформации структуры течения в зависимости от ориентации векторов напряженности гравитационного, вибрационного поля и значения силы Кориолиса. Исследована динамика конвективных течений в широком интервале частот и параметры задачи, определяющие интенсивность конвекции. Проведен анализ степени влияния параметров управления конвективными процессами неизотермических газообразных продуктов сгорания старших ступеней твердотопливных ракетных двигателей на распределение характеристик тепломассопереноса в переменных по величине и направлению силовых полях в условиях реальной невесомости и микрогравитации. Исследованы параметрические резонансные конвективные течения при высокочастотных модуляциях поля силы тяжести. В рамках численного моделирования решены уравнения тепловой вибрационной конвекции неравномерно нагретого газа для любых взаимных ориентаций силы тяжести и оси вибраций в полости, имеющей форму бесконечного горизонтального цилиндрического слоя для произвольных значений его кривизны при наличии однородного и неоднородного тепловыделения. Показано, что изменение взаимной ориентации указанных векторов в плоскости, перпендикулярной к слою, позволяет контролировать структуру осредненных течений.

Представленные в работе численные результаты имеют фундаментальное значение для понимания общих закономерностей теплопередачи в термогазодинамических системах с объемным энерговыделением, находящихся в модулированном поле внешних сил в условиях орбитального полета. Основная часть численных исследований служит теоретическим базисом при подготовке и проведении экспериментов по гидромеханике невесомости, их лабораторному моделированию в теплообменных устройствах.

Ключевые слова: конвекция, вибрации, твердое топливо, тепловыделение, невесомость, численное моделирование, микрогравитация, тепломассоперенос, метод конечных разностей, теплопроводность.

R.V. Mormul^{1, 2}, A.V. Porubov¹, M.Yu. Egorov²

¹ PJSC Research and Production Association "Iskra", Perm, Russian Federation

² Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

NUMERICAL SIMULATION OF THERMAL VIBRATION CONVECTION OF COMBUSTION PRODUCTS OF SOLID PROPELLANT UNDER MICROGRAVITY

The article analyzes and studies the averaging and pulsating motion of solid propellant combustion products under thermal and vibration conditions of the convective flow. The transformation mechanisms of the flow structure depending on the orientation of the vectors of the gravitational field and the vibration values of the Coriolis force are studied. The dynamics of convective flows in a wide frequency range and parameters of the problem, determining the intensity of convection are investigated. The influence analysis of control parameters of non-isothermal processes of convective combustion gases of upper stages of solid rocket motors on the distribution of heat and mass transfer characteristics in varying magnitude and direction of the force fields in a real weightlessness and microgravity is conducted. Parametric resonance convection flows in the high-frequency modulation of the gravity field are studied. The equations of thermal and vibration convection of non-uniform heated gas are solved by numerical simulation for any mutual orientation of gravity force and vibration axis in a cavity having the form of endless horizontal cylindrical layer for arbitrary values of its curvature in the presence of homogeneous and non-homogeneous heat. It is shown that the change in the mutual orientation of these vectors in a plane perpendicular to the layer allows controlling the average flow structure.

The presented numerical results are of fundamental importance for the understanding the general laws of heat transfer in thermal gas dynamic systems with volumetric energy emission, which are in the modulated field of external forces under conditions of orbital flight. The main part of numerical studies serves the theoretical basis for preparation and carrying out experiments in zero-gravity hydromechanics, their laboratory simulation in heat exchangers.

Keywords: convection, vibration, solid propellant, heat, weightlessness, numerical simulation, microgravity, heat and mass transfer, finite difference method, the thermal conductivity.

На сегодняшний день большой цикл исследований посвящен изучению конвективных движений жидкостей и газов под воздействием разного рода вибраций. Параметрический характер вибрационного воздействия служит причиной того, что осредненное течение отличается от соответствующего течения без вибрации. Это отличие особенно отчетливо проявляется в предельном случае отсутствия статического поля силы тяжести (невесомость), когда одна лишь вибрация вызывает регулярное осредненное течение. Конвекция, состоящая из осредненной и колебательной компонент, может условно рассматриваться как комбинированное течение, в котором колебательная компонента играет роль вынужденного течения. Переносные тепловые и массовые процессы в неоднородно нагретых жидких и газообразных средах могут играть положительную роль во многих технологических

циклах при перемешивании компонентов топлива космических аппаратов. Серия экспериментальных исследований термовибрационной конвекции на борту орбитальной станции «Мир» представлена в работах [1, 2]. Однако вопрос влияния внутренних источников тепла на процессы конвективного теплообмена продуктов сгорания твердого топлива в условиях микрогравитации является малоизученным.

В первом приближении на примере цилиндрического слоя исследована структура тепловой вибрационной конвекции продуктов сгорания твердого топлива при наличии однородного и неоднородного тепловыделения, закономерности теплопередачи в условиях невесомости. Процесс внутреннего тепловыделения обусловлен протеканием в реагирующей среде химических экзотермических реакций нулевого порядка [3].

Рассмотрим полость, имеющую форму бесконечного цилиндрического слоя, изображенного на рис. 1. Полость окружена массивом, температуропроводность которого много больше температуропроводности χ продуктов сгорания твердого топлива. Коэффициент линейного расширения газообразных продуктов течения b и их кинематическую вязкость ν будем считать постоянными.

На рис. 1 введены следующие обозначения: (x, y, z) – декартова система координат; $\vec{n}, \vec{k}$ – единичные векторы нормали и вибраций, составляющие с осью x углы α, β соответственно; $\vec{g}$ – напряженность гравитационного поля; $\vec{\Omega}_0$ – циклическая частота вращения цилиндров. Рассмотрим цилиндрическую систему координат (r, ϑ, z) , связанную с декартовой системой соотношениями $x = r \cos \vartheta, y = r \sin \vartheta, z = z$.

Рис. 1. Геометрия задачи термовибрационной конвекции в цилиндрическом слое

В настоящей статье моделируются продольные высокочастотные гармонические модуляции напряженности гравитационного поля (инерционные силы). Для рассмотрения поведения газообразных про-

дуктов течения используются уравнения вибрационной конвекции [4], хорошо обоснованные как теоретически [5–8], так и экспериментально [9, 10].

Согласно принципу суперпозиции скорость, температура и давление в системе координат, связанной с полостью, представляются в виде сумм двух слагаемых $\vec{v} + \vec{\eta}$, $T + \zeta$ и $p + \delta$, где $\vec{v}$, T и p – осредненные величины, медленно меняющиеся во времени, а $\vec{\eta}$, ζ и δ – пульсационные величины, осциллирующие с частотой ω .

Конвективное движение продуктов сгорания твердого топлива сопровождается тепловыделением, обусловленным протеканием экзотермической реакции согласно закону Аррениуса:

$$Q = kQ_0 e^{\frac{E}{RT}}, \quad (1)$$

где k – константа скорости химической реакции горения твердого топлива; Q_0 – начальная мощность внутренних источников тепла; E – энергия активации химической реакции; R – универсальная газовая постоянная; T – температура газа.

Систему уравнений Зеньковской–Симоненко при математическом моделировании термовибрационной конвекции продуктов сгорания твердого топлива запишем в безразмерной форме следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial t} + \vec{\Phi} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} &= \Delta \vec{\Phi} + G \vec{\nabla} T \times \vec{n} + S(\vec{\nabla} \vec{W} \cdot \vec{k}) \times \vec{\nabla} T + Ta(\vec{\Phi} \times \vec{e}), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T &= \frac{1}{Pr} \Delta T + \frac{Fr}{Pr} \exp\left(\frac{1}{1+BT}\right), \\ \Delta \vec{\Psi} + \vec{\Phi} &= 0, \\ \Delta \vec{F} + \vec{\nabla} T \times \vec{k} &= 0, \\ \vec{V} &= \vec{\nabla} \times \vec{\Psi}, \\ \vec{W} &= \vec{\nabla} \times \vec{F}, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{V} &= 0, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{W} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В системе уравнений (2) введены:

- 1) безразмерные критерии подобия: $G = \frac{gbQ_0D^5}{v^2\chi}$ – число Грасгофа;
 фа; $S = \frac{1}{2} \left(\frac{ab\omega Q_0 D^3}{v\chi} \right)^2$ – вибрационное число Грасгофа;
 $Fr = \frac{kE\chi \exp\left(\frac{-E\chi}{RD^2Q_0}\right)}{R}$ – параметр Франк-Каменецкого; $Pr = \frac{\nu}{\chi}$ – число Прандтля; $Ta = \frac{4\Omega_0^2 D^4}{v^2}$ – число Тейлора;

2) геометрические параметры модели: a – радиус внутреннего цилиндра; $A = a + D$ – радиус внешнего цилиндра; D – величина зазора;

3) соленоидальные вектор-функции: $\vec{V}$ – поле осредненной скорости конвективного течения; $\vec{W}$ – амплитуда скорости пульсационного течения; $\vec{\psi}, \vec{\phi}$ – функция тока и вихря скорости осредненного течения; $\vec{F}$ – функция тока пульсационного движения газообразных продуктов сгорания;

4) дифференциальные операторы цилиндрической системы координат: $\vec{\nabla} = \vec{e}^i \frac{\partial}{\partial q^i}$ – оператор Гамильтона; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Компоненты единичных векторов нормали $\vec{n}$ и вибраций $\vec{k}$ в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\vec{n} = \{\cos(\alpha - \vartheta), \sin(\alpha - \vartheta), 0\}, \quad \vec{k} = \{\cos(\beta - \vartheta), \sin(\beta - \vartheta), 0\}. \quad (3)$$

Из условия прилипания осредненной скорости течения, условия непротекания пульсационной составляющей скорости газа формируются граничные условия для функций тока:

$$\Psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = F \Big|_{r=a, a+D} = 0. \quad (4)$$

Границы полости предполагаются изотермическими:

$$T \Big|_{r=a, a+D} = 0. \quad (5)$$

Численное решение системы уравнений (2), (3) с учетом граничных условий (4), (5) получено методом конечных разностей [11]. На рис. 2 представлены профили распределения равновесной температуры газа.

Рис. 2. Распределение равновесной температуры в газе ($Pr \approx 1$) для различных значений числа Франк-Каменецкого: 1 – $Fr = 0,4$; $B = 0,6$; 2 – $Fr = 0,6$; $B = 0$; 3 – $Fr = 0,7$; $B = 0,2$; 4 – $Fr = 0,8$; $B = 0,2$; 5 – $Fr = 1$; $B \rightarrow \infty$

Максимум равновесной температуры в газе достигается в случае 5, соответствующем однородному внутреннему тепловыделению.

Рассмотрим предельные случаи реализации конвективных режимов течения газа.

1. Естественная (свободная) тепловая конвекция при отсутствии вибраций ($G \neq 0, S = 0$).

Вариации значения радиуса внутреннего цилиндра a приводят к различным модификациям структур вихревых течений. Из условия $\frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_{r=a_{cr}} = 0$ оценено критическое значение внутреннего радиуса $a_{cr} = 0,758$, при котором возникает тот или иной вид вихревого течения газообразных продуктов топлива. При значениях $a \leq a_{cr}$ формируется двухвихревая структура течения, а при значениях $a > a_{cr}$ (рис. 3) течение приобретает двухэтажную структуру по радиусу и в слое образуется четыре вихря. На рис. 3 случаи 1a, 2a, 3a соответствуют распределению ее радиальной части для различных отношений внутреннего радиуса к толщине слоя, а случаи 1b, 2b, 3b – ее полярному распределению относительно радиальной и угловой координат.

Рис. 3. Распределение функции тока при естественном конвективном режиме: 1a – $a = a_{cr} = 0,758$; 2a – $a = 1,2$; 3a – $a = 2,0$; $G = 1000$, $S = Ta = 0$, $D = 0,1$ м

2. Вибрационная тепловая конвекция в цилиндрическом слое при невесомости.

Численное решение исходной задачи (2)–(5) с условиями $G = 0, S \neq 0$ показано на рис. 4. При увеличении интенсивности вибрационного поля структура течения в слое слабо меняется, при этом сохраняется одноэтажная четырехвихревая структура осредненного течения вне зависимости от отношения внутреннего радиуса цилиндра к величине зазора. При этом осуществляется значительная интенсификация осредненного движения, которая приводит к изменению температурного поля в полости и перераспределению теплового потока на поверхности цилиндров. Конвективное движение газа в условиях микрогравитации обеспечивается достаточно малыми значениями $G \approx 0$.

Структура течения газа при термовибрационном конвективном движении продуктов сгорания твердого топлива численно исследована при выполнении условий $G \neq 0, S \neq 0$. Карты распределения функции тока осредненного движения при переходных процессах свободной и вибрационной конвекции представлены на рис. 5. При больших значениях $S \approx 500$ и достаточно малом значении $G \approx 0,1$ (микрогравитация) структура течения принимает вид, как и при вибрационной конвекции, а при малой величине параметра $S \approx 1$ влияние вибрационного поля незначительно и при этом сохраняется структура течения, как и в случае свободной конвекции. Такой механизм трансформации вих-

ревых структур течений объясняется преобладанием скорости осредненного движения вибрационного конвективного режима течения над скоростью осредненного течения естественного режима.

Рис. 4. Распределение функции тока осредненного течения вибрационного конвективного режима при невесомости: $1a - a = a_{cr} = 0,758$; $2a - a = 1,2$; $3a - a = 2,0$; $G = Ta = 0$, $S = 100$, $D = 0,1$ м

Рис. 5. Распределение функции тока осредненного течения при термовибрационном конвективном режиме: $1 - S = 10$; $2 - S = 117$; $3 - S = 182$; $4 - S = 224$, $Ta = 0$, $a = 0,2$ м, $D = 0,1$ м; $a - G = 100$, $\alpha = \beta = 7\pi/6$; $б - G = 80$, $\alpha = 7\pi/6$, $\beta = \pi/3$

Таким образом, при увеличении параметра S происходит относительное уменьшение интенсивности внешних вихрей и увеличение интенсивности внутренних. Данный процесс сопровождается смещением центров вихрей. При совместном воздействии напряженности вибра-

ционного и гравитационного поля осевая симметрия течения газа сохраняется при их коллинеарном или взаимно ортогональном расположении (рис. 5, *а*), в случае произвольной ориентации – осевая симметрия течения в слое нарушается (рис. 5, *б*), при этом формирование ярусных структур в слое невозможно.

В рамках численного эксперимента проводилось исследование структуры тепловой вибрационной конвекции при невесомости с учетом влияния силы Кориолиса. Результаты численного моделирования по распределению изолиний функции тока осредненного течения представлены на рис. 6.

Увеличивая вклад влияния силы Кориолиса $F_{\text{кор}} \sim Ta \sim \Omega_0^2$ на протекание вибрационных конвективных процессов в условиях невесомости, т.е. повышая циклическую частоту вращения цилиндров, четырехвихревая структура вибрационной конвекции трансформируется в восьмивихревую, состоящую из двух ярусов.

Интенсивность внутренних вихрей, обусловленная действием вибрационных конвективных сил, ослабевает по мере увеличения числа Тейлора, вихри разных знаков меняются местами (поворачиваются), при этом осевая симметрия течения в слое не нарушается. Постепенно формируется пограничный слой, в который «сжимается» течение, наблюдаемое при малых частотах вибраций, а его место занимает течение похожей структуры, но другого знака.

Рис. 6. Распределение функции тока осредненного течения при вибрационном конвективном режиме в условиях невесомости под воздействием силы Кориолиса: 1 – $Ta = 1$; 2 – $Ta = 4$; 3 – $Ta = 11$; 4 – $Ta = 18$; 5 – $Ta = 23$; 6 – $Ta = 28$; 7 – $Ta = 33$; 8 – $Ta = 35$; $S = 70$, $\alpha = 0,2$, $D = 0,1$, $G = 0$

Для описания закономерностей теплопередачи на поверхности цилиндров введем в рассмотрение локальные тепловые потоки: $q_1(\vartheta)$ – для поверхности внутреннего цилиндра и $q_2(\vartheta)$ – для поверхности внешнего. Будем определять их на некотором малом расстоянии $\tilde{\delta}$ от стенок слоя, на котором конвективная часть теплового потока пренебрежимо мала по сравнению с теплопроводной:

$$q_1(\vartheta) = \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a+\tilde{\delta}}, \quad q_2(\vartheta) = -\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=A-\tilde{\delta}}.$$

При значении тепловых потоков $q_1(\vartheta) > 0$ или $q_2(\vartheta) < 0$ через окрестность точки на поверхности внутреннего (внешнего) цилиндра с координатой ϑ происходит передача тепла от газа к соответствующему цилиндру, а при значении $q_1(\vartheta) < 0$, $q_2(\vartheta) > 0$ – от цилиндра к газу.

Общие тепловые потоки через поверхность цилиндров определяются как

$$N_1 = (a + \tilde{\delta}) \int_0^{2\pi} q_1(\vartheta) d\vartheta, \quad N_2 = (A - \tilde{\delta}) \int_0^{2\pi} q_2(\vartheta) d\vartheta.$$

На рис. 7 представлена зависимость отношения общих тепловых потоков внутреннего и внешнего цилиндров от кривизны $\Gamma = \frac{A-a}{a+A}$ цилиндрического слоя в случае однородного тепловыделения (см. рис. 2, случай 5).

Рис. 7. Зависимость отношения общих тепловых потоков внутреннего и внешнего цилиндров от кривизны слоя

Пульсационные характеристики среды определяются по осредненным формулам:

$$\xi = -\Omega^{-1} \sqrt{2S} (\vec{W} \cdot \vec{\nabla} T) \sin \Omega t,$$

$$\bar{\eta} = \sqrt{2S} \vec{W} \cos \Omega t,$$

где $\Omega = \frac{\omega D^2}{\nu} = St$ – безразмерная частота колебаний (параметр Стокса).

Карты распределения функции тока пульсационного течения представлены на рис. 8, где:

1 – свободный конвективный режим: $G = 1000$; $S = Ta = 0$; $\Gamma = 0,45$; $Fr = 0,6$; $\alpha = 90^\circ$;

2 – вибрационный конвективный режим: $G = Ta = 0$; $S = 500$; $\Gamma = 0,45$; $Fr = 0,6$; $\beta = 90^\circ$;

3 – термовибрационный конвективный режим: $G = 100$; $S = 1000$; $\Gamma = 0,4$; $Fr = 0,6$; $\alpha = 90^\circ$; $\beta = 180^\circ$;

4 – термовибрационный конвективный режим: $G = 100$; $S = 1500$; $\Gamma = 0,6$; $Fr = 0,6$; $\alpha = 90^\circ$; $\beta = 180^\circ$.

Рис. 8. Карты функции тока пульсационного течения

Достоверность результатов распределения параметров тепломассопереноса при реализации свободной и вибрационной тепловой конвекции в частном случае однородного тепловыделения подтверждается

данными численного расчета, представленного в теоретических работах [12, 13], и данными орбитальных опытов [2], позволяющих расширить представление о термовибрационных эффектах в условиях реальной невесомости.

Использование методики численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (2) с помощью конечно-разностных аппроксимаций позволяет воспроизвести термовибрационные конвективные режимы течения, подобные обнаруженным в ходе космических экспериментов.

Библиографический список

1. Полежаев В.И., Соболева Е.Б. Тепловая гравитационная и вибрационная конвекция околокритического газа в условиях микрогравитации // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2000. – № 3. – С. 70–80.

2. Исследование околокритической жидкости в условиях микрогравитации: эксперименты на станции «Мир» и численное моделирование / А.В. Зюзгин, А.И. Иванов, В.И. Полежаев, Г.Ф. Путин, Е.Б. Соболева // Космонавтика и ракетостроение. – 2000. – № 19. – С. 56–63.

3. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука, 1987. – 502 с.

4. Зеньковская С.М. Исследование конвекции в слое жидкости при наличии вибрационных сил // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1968. – № 1. – С. 55–58.

5. Повицкий А.С., Любин Л.Я. Основы динамики и тепломассообмена жидкостей и газов в невесомости. – М.: Машиностроение, 1972. – 252 с.

6. Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис Л.Д. Гидродинамика невесомости. – М.: Наука, 1976. – 504 с.

7. Бурдэ Г.И. Численное исследование конвекции, возникающей в модулированном поле внешних сил // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1970. – № 2. – С. 196–201.

8. Гершуни Г.З., Любимов Д.В. Термовибрационная конвекция, 1998. – 358 с.

9. Иванова А.А., Козлов В.Г. Экспериментальное исследование тепломассопереноса в условиях вибрационной конвекции // 3-й Всесоюз. семинар по гидромеханике и тепломассопереносу в невесомости. – Черноголовка, 1984.

10. Острах С. Роль конвекции в технологических процессах, проводимых в условиях микрогравитации // Космическая технология / под ред. Л. Стега. – М.: Мир, 1980. – С. 9–27.

11. Ладыженская О.А. Метод конечных разностей в теории уравнений с частными производными // Успехи математических наук. – 1957. – Т. 12, № 5(77) – С. 123–148.

12. Roschina N.A., Uvarov A.V., Osipov A.I. Natural convection in an annulus between coaxial horizontal cylinders with internal heat generation // International Journal of Heat Mass Transfer. – 2005. – Vol. 48. – P. 4518–4525.

13. Шарифулин А.Н. Численное исследование конечно-амплитудной вибрационной конвекции в цилиндрическом слое // Конвективные течения / Перм. пед. ин-т. – Пермь, 1983. – С. 102–107.

References

1. Polezhaev V.I., Soboleva E.B. Teplovaya gravitatsionnaya i vibratsionnaya konvektsiya okolokriticheskogo gaza v usloviyakh mikrogravitatsii [Thermal gravitational convection and vibration of near-critical gas in microgravity]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2000, no. 3, pp. 70-80.

2. Zyuzgin A.V., Ivanov A.I., Polezhaev V.I., Putin G.F., Soboleva E.B. Issledovanie okolokriticheskoy zhidkosti v usloviyakh mikrogravitatsii: eksperimenty na stantsii “Mir” i chislennoe modelirovanie [Investigation of near-critical fluids in microgravity: experiments at the station “Mir” and numerical simulation]. *Kosmonavtika i raketostroyeniye*, 2000, no. 19, pp. 56-63.

3. Frank-Kamenetskiy D.A. Diffuziya i teploperedacha v khimicheskoy kinetike [Diffusion and heat transfer in chemical kinetics]. Moscow: Nauka, 1987. 502 p.

4. Zenkovskaya S.M. Issledovanie konvektsii v sloe zhidkosti pri nalichii vibratsionnykh sil [Study of convection in a liquid layer with vibrating forces]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1968, no. 1, pp. 55-58.

5. Povitskiy A.S., Lyubin L.Ya. Osnovy dinamiki i teplomassoobmena zhidkostey i gazov v nevesomosti [Fundamentals of dynamics and heat and mass transfer fluids in weightlessness]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1972. 252 p.

6. Babskiy V.G., Kopachevskiy N.D., Myshkis L.D. *Gidrodinamika nevesomosti* [Hydrodynamics of weightlessness]. Moscow: Nauka, 1976. 504 p.

7. Burde G.I. Chislennoe issledovanie konveksii, vznikayushchey v modulirovannom pole vneshnikh sil [Numerical study of convection occurring in the modulated field of external forces]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1970, no. 2, pp. 196-201.

8. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. *Termovibratsionnaya konveksiya* [Thermal and vibration convection]. 1998. 358 p.

9. Ivanova A.A., Kozlov V.G. Eksperimentalnoe issledovanie teplomassoperenosa v usloviyakh vibratsionnoy konveksii [Experimental study of heat and mass transfer in a vibration convection]. *III Vsesoyuznyy seminar po gidromekhanike i teplomassoperenosu v nevesomosti*. Chernogolovka, 1984.

10. Ostrakh S. Rol konveksii v tekhnologicheskikh protsessakh, provodimykh v usloviyakh mikrogravitatsii. [The role of convection processes conducted in microgravity]. *Kosmicheskaya tekhnologiya*. Ed. L. Steg. Moscow: Mir, 1980, pp. 9-27.

11. Ladyzhenskaya O.A. Metod konechnykh raznostey v teorii uravneniy s chastnymi proizvodnymi [Finite difference method in the theory of partial derivative equations]. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, 1957, vol. 12, no. 5(77), pp. 123-148.

12. Roschina N.A., Uvarov A.V., Osipov A.I. Natural convection in an annulus between coaxial horizontal cylinders with internal heat generation. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 2005, vol. 48, pp. 4518-4525.

13. Sharifulin A.N. Chislennoe issledovanie konechno-amplitudnoy vibratsionnoy konveksii v tsilindricheskom sloe [Numerical investigation of the vibration amplitude convection in a cylindrical layer]. *Konvektivnye techeniya*. Permskiy pedagogicheskiy institut, 1983, pp. 102-107.

Об авторах

Мормуль Роман Викторович (Пермь, Россия) – инженер-конструктор 2-й категории, ПАО «Научно-производственное объединение „Искра“» (614038, г. Пермь, ул. Академика Веденеева, д. 28), аспирант кафедры «Высшая математика» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: rmormul@yandex.ru).

Порубов Андрей Венальевич (Пермь, Россия) – инженер-конструктор 3-й категории, ПАО «Научно-производственное объединение „Искра“» (614038, г. Пермь, ул. Академика Веденеева, д. 28, e-mail: leo2701@bk.ru).

Егоров Михаил Юрьевич (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Высшая математика» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).

About the authors

Roman V. Mormul (Perm, Russian Federation) – Design engineer, PJSC Research and Production Association “Iskra” (28, Academica Vedeneeva st., Perm, 614038, Russian Federation), Doctoral Student, Department of Higher Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: rmormul@yandex.ru).

Andrey V. Porubov (Perm, Russian Federation) – Design engineer, PJSC Research and Production Association “Iskra” (28, Academica Vedeneeva st., Perm, 614038, Russian Federation, e-mail: leo2701@bk.ru).

Mikhail Yu. Egorov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Higher Mathematics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: egorov-m-j@yandex.ru).

Получено 15.05.2015