**ВЕСТНИК ПНИПУ.
СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
Т. 8, № 3, 2017
PNRPU BULLETIN.
CONSTRUCTION AND ARCHITECTURE**
<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>

DOI: 10.15593/2224-9826/2017.3.06

УДК 624.014.27

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ ГРУНТА НА ПОДПОРНЫЕ СТЕНКИ

Д.М. Шапиро

Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 06 июня 2017

Принята: 22 июля 2017

Опубликована: 29 сентября 2017

Ключевые слова:

подпорная стенка, активное давление, уравнение Мора–Кулона, метод изображений

АННОТАЦИЯ

В современном проектировании подпорных и ограждающих сооружений наиболее широко представлен метод расчета горизонтального активного давления по теории предельного равновесия (по закону Кулона) в предположении плоской поверхности скольжения. При неравномерных распределениях нагрузок и негоризонтальных поверхностях засыпок использование метода Кулона ведет к получению результатов, не обеспечивающих выполнение условия предельного напряженного состояния грунта за задними гранями подпорных стенок.

В статье содержится описание инженерного метода расчета активного давления на вертикальные подпорные стенки, основанного на использовании уравнения Мора–Кулона, с учетом внутреннего трения и сцепления грунта. Горизонтальное активное давление определяется как главное напряжение в зависимости от вертикального давления за задней гранью подпорной стенки. Предполагается, что распределение вертикальных давлений зависит от формы расчетной области и действующих нагрузок и не меняется при переходе грунта из допредельного в предельное состояние. Это позволяет применить для определения вертикальных давлений решения теории упругости, метод конечных элементов (МКЭ) или эмпирически проверенные приближенные приемы, примеры которых приводятся в статье. В рассматриваемых примерах используется «метод изображений», в соответствии с которым засыпка за подпорной стенкой заменяется симметричной расчетной областью, на контактной грани вертикальные давления от односторонней системы сил удваиваются, а касательные напряжения равны нулю.

Предлагаемый способ расчета не связан с использованием справочных данных, пригодных для ограниченного числа задач с негоризонтальными формами поверхностей засыпок. Полученные решения, оставаясь приближенными, основаны на строгих уравнениях теории механики грунтов.

© ПНИПУ

Шапиро Давид Моисеевич – доктор технических наук, профессор, e-mail: davshap@mail.ru.

David M. Shapiro – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: davshap@mail.ru.

ENGINEERING METHOD OF CALCULATING SOIL PRESSURE ON RETAINING WALLS

D.M. Shapiro

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 06 June 2017
Accepted: 22 July 2017
Published: 29 September 2017

Keywords:

retaining wall, active pressure,
Moor–Coulomb equation, method
of images

ABSTRACT

Currently the method of calculating the horizontal active soil pressure according to the limit balance theory (Coulomb's wedge theory) in the assumption of the flat sliding plane is widely used in engineering design. In case of irregular loading distribution and non-horizontal embankment surfaces, the use of the Coulomb's method leads to the results that can't ensure the limit soil stress state behind the back facets of the retaining walls.

The article describes the engineering method of calculating the active soil pressure on vertical retaining walls which is based on Moor-Coulomb equation considering internal friction and cohesion of soil. The horizontal active pressure is obtained as a primary tension depending on the vertical pressure behind the back facets of the retaining wall. It is assumed that the vertical pressure distribution depends on the shape of the computational domain and acting loads; and it does not change when the soil shifts from the pre-limited to the limited state. Thus, in order to determine the vertical pressures, it becomes possible to use the solutions of the theory of elasticity, FEM and empirically verified approximated techniques, which examples of are given in the article. On the contact facet the vertical pressures of the one-sided force system are doubled and the tangent pressures are equal to zero in accordance with the "method of images" which consists in substituting the embankment behind the retaining wall by the symmetrical computational domain.

The suggested calculation method is not related to using reference data which are suitable for a limited number of problems with non-horizontal forms of embankment surfaces. The obtained solutions (which remain approximated) are based on strict equations of soil mechanics theory.

© PNRPU

1. Классические решения

В научной, учебной, нормативно-справочной литературе, проектной практике описаны и применяются два способа решения плоской (плоская деформация) задачи о горизонтальном активном давлении грунта на подпорные стенки.

Первый способ расчета, используемый наиболее широко, основан на следующих положениях:

1. В качестве физического уравнения расчета принята запись закона Кулона, выражающая предельное равновесие на поверхности скольжения, в следующем виде

$$T = P \operatorname{tg} \varphi + c l t, \quad (1)$$

где T , P – касательная и нормальная составляющие сил, действующих на поверхности скольжения (или ее участке) длиной l шириной t (в условиях плоской деформации $t = 1$ м); φ , c – прочностные характеристики грунта: угол внутреннего трения и удельное сцепление.

2. Для реализации активного давления необходимо, чтобы подпорная стенка имела возможность небольшого смещения (горизонтального или поворота) в сторону своей передней грани.

3. Разрешающие уравнения получены по условию равновесия призмы обрушения из несвязного грунта ($c = 0$) с плоской поверхностью скольжения на границе с неподвижной частью грунтового массива (рис. 1, а, б) при отсутствии трения грунта на задней грани подпорной стенки.

4. Угол наклона ω поверхности скольжения к вертикали определяется по условию максимального значения равнодействующей активного давления E_a в уравнении равновесия сил в соответствии со схемой на рис. 1, а, б. В версии рассматриваемой задачи, когда

засыпка ограничена горизонтальной гранью без нагрузки на поверхности, при помощи соотношения $\frac{dE_a}{d\omega} = 0$ получено $\omega = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}$.

Рис. 1. Схема к определению равнодействующей E_a , распределения активного давления p_a (а) и графическая форма равновесия сил $G = \frac{1}{2}\gamma h^2 \tan \omega$, P , $F = P \tan \varphi$, E_a (б)
Fig. 1. Scheme determining summary force E_a , active pressure distribution p_a (a) and forces equilibrium graphic form $G = \frac{1}{2}\gamma h^2 \tan \omega$, P , $F = P \tan \varphi$, E_a (b)

На основании изложенного выше получены следующие известные выражения:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h (h + 2h_{\text{экв}}) \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (2)$$

$$p_a = \gamma (z + h_{\text{экв}}) \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right), \quad (3)$$

где p_a – активное давление, распределенное по линейному закону в зависимости от координаты z на задней грани подпорной стенки; $h_{\text{экв}}$ – условный слой грунта, заменяющий как эквивалентный по весу нагрузку q , равномерно распределенную на поверхности засыпки, $h_{\text{экв}} = q/\gamma$.

5. Для связных грунтов влияние удельного сцепления на активное давление грунта учтено путем условной замены всесторонним внешним давлением (давлением связности)

$p_c = \frac{c}{\tan \varphi}$ в соответствии со схемой на рис. 2 [1, с. 402–403]. Давление p_c на верхней грани

складывается с весом грунта засыпки, на задней грани алгебраически складывается с активным давлением p_a по формуле (3) при $h_{\text{экв}} = 0$:

$$p_a = \left(\gamma z + \frac{c}{\tan \varphi} \right) \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{c}{\tan \varphi} = \gamma z \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - \frac{c}{\tan \varphi} \left[1 - \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right].$$

Последнее выражение после тригонометрических преобразований приводится к канонической записи:

$$p_a = \gamma z \cdot \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \cdot \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (4)$$

Рис. 2. Схемы к определению давления связных грунтов на подпорную стенку: *a* – расчетная схема с заменой удельного сцепления всесторонним «давлением связности»; *б* – распределение активного давления грунта на подпорные стенки: 1 – при $\varphi \neq 0, c = 0$; 2 – при $\varphi \neq 0, c \neq 0$

Fig. 2. Schemes determining the pressure of cohesive soils on the retaining wall: *a* is the calculation scheme with the substitution of the specific cohesion by “cohesion pressure”; *b* is the distribution of active soil pressure on retaining walls: 1 shows the case if $\varphi \neq 0, c = 0$; 2 shows the case if $\varphi \neq 0, c \neq 0$

Равнодействующая активного давления при $c \neq 0, q = 0$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma (h - h_c)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (5)$$

где h_c – часть высоты стенки, свободная от активного давления, удерживаемая за счет сцепления,

$$h_c = \frac{2c}{\gamma \cdot \operatorname{tg} \left(45^\circ - \varphi / 2 \right)}.$$

Второй способ расчета предполагает отказ от допущения о призме обрушения с плоскостью скольжения внутри грунтового массива. Давления p_a и равнодействующая E_a определяются без поиска максимума как единственные и одновременно тождественные значения по формулам (2)–(5). При отсутствии касательных напряжений в точке M (рис. 3) давление p_a является одним из главных напряжений ($-\sigma_1$), другое главное напряжение ($-\sigma_2$) – вертикальное давление p_v за контактной поверхностью: при свободной горизонтальной верхней грани засыпки $p_v = \gamma z$, при равномерно распределенной нагрузке на верхней грани засыпки $p_v = \gamma z + q = \gamma(z + h_{\text{ЭКВ}})$.

Рис. 3. Предельное напряженное состояние грунта в точке M на задней грани подпорной стенки

Fig. 3. The limit state of soil tension at point M at the back facet of the retaining wall

Вместо использования закона Кулона предполагается, что грунт засыпки за задней гранью подпорной стенки находится в предельном напряженном состоянии в соответствии с уравнением Мора–Кулона в следующей записи:

$$\frac{p_v - p_a}{2} - \frac{p_v + p_a}{2} \sin \varphi - c \cdot \cos \varphi = 0. \quad (6)$$

Решая уравнение (6) относительно p_a , получаем выражение, тождественное (4), с p_v вместо $\gamma z + q = \gamma(z + h_{\text{экв}})$:

$$p_a = p_v \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - 2c \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} = p_v \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \cdot \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (7)$$

Оба способа расчета горизонтального давления на подпорные стенки являются тождественными по результатам только при горизонтальной поверхности засыпки, отсутствии или равномерном распределении нагрузки q . Положение о тождественности результатов расчетов не относится к другим (рассматриваемым ниже) формам засыпок и распределениям нагрузок на их поверхностях, при которых давление за задней гранью подпорной стенки $p_v \neq \gamma z + q$.

При постановках задач о подпорных стенках, отличающихся от схем на рис. 1, а и 3, рассмотренные выше расчетные модели ведут к разным результатам. В большинстве учебных изданий, справочных данных и рекомендательных документов по определению активного давления ([2–11] и др.) сделан выбор в пользу расчетной модели теории предельного равновесия с допущением о плоской поверхности скольжения. При этом не проверяется и не является обязательным выполнение условия (6) в грунте за задней гранью подпорной стенки. Если это условие не обеспечено, то левая часть уравнения (6) может быть больше или меньше нуля, что означает в первом случае физически невозможное, во втором случае – допредельное напряженное состояние грунта, при котором линия скольжения отсутствует.

Экспериментальные исследования. В книге Г.К. Клейна [12, с. 186–197] содержится обзор экспериментальных исследований горизонтального активного давления грунта на подпорные стенки, проведенных отечественными учеными в период с 1933 по 1972 гг. Большинство испытаний проводилось с несвязными грунтами ($c = 0$). Во всех случаях верхние грани засыпок были горизонтальными. Опыты показали существенную зависимость бокового давления грунта от перемещений стенок. Во всех опытах горизонтальное давление зафиксировано близким или превышающим активное давление по расчету методом Кулона. Линии скольжения не фиксировались.

Экспериментальные исследования, несмотря на неоднозначность результатов измерений, не дают оснований для пересмотра сложившихся в теории и на практике расчетных схем. Результаты исследований применимы к вертикальным подпорным стенкам с засыпками из несвязных грунтов с горизонтальными верхними гранями.

2. Инженерный метод расчета

Ниже в настоящей статье рассматривается вариант распространения расчета горизонтального давления на основе уравнения Мора–Кулона (6) на подпорные стенки по схемам, отличающимся от условий на рис. 1. В этом случае выполняется граничное условие о предельном состоянии и образовании линий скольжения в грунте на контакте с гранью подпорной стенки.

В механике грунтов теоретически строгим считается решение В.В. Соколовского [13], предполагающее в пределах призмы обрушения (и следовательно, на контактной грани) предельное напряженное состояние по уравнению Мора–Кулона. Расчет активного давления на основе уравнения (6) соответствует принципам теории В.В. Соколовского с той разницей, что предельное напряженное состояние грунта рассматривается только на контактной грани и не рассматривается на остальной части засыпки как не имеющее практического значения.

Для практической реализации предлагаемого метода необходимо иметь распределение вертикального давления p_v в грунте за контактной (задней) гранью подпорной стенки, определяемого с учетом следующих положений:

1. Распределение вертикальных давлений p_v зависит от формы расчетной области и действующих нагрузок и не меняется при переходе грунта из допредельного в предельное состояние, что позволяет считать пригодными для его описания решения теории упругости, МКЭ или эмпирически проверенные приближенные методы.

2. Горизонтальное смещение подпорной стенки, требуемое для реализации бокового давления в размере активного, считается незначительным, не влияющим на распределение вертикальных давлений. Предполагается, что при определении p_v вертикальная задняя грань подпорной стенки сохраняет свое положение.

В рассматриваемых ниже способах расчета вертикальных давлений применяется «метод изображений» [1, с. 400], согласно которому расчетная область засыпки условно расширяется до размеров полупространства, контактная грань заменяется плоскостью симметрии в соответствии со схемами на рис. 4. В условно образованной симметричной системе для получения p_v вертикальное давление от односторонней системы сил удваивается, а касательные напряжения на плоскости симметрии равны нулю независимо от способности задней грани воспринимать трение.

Приведем примеры определения p_v перед задней гранью подпорной стенки без помощи МКЭ.

При нахождении линейной P или ленточной полосовой нагрузки q на верхней грани засыпки распределение вертикальных давлений p_v может быть определено с использованием удвоенных решений (в соответствии с «методом изображений») задач Фламана и Митчелла теории упругости:

$$p_v = \gamma z + p_{vP} = \gamma z + \frac{4P}{\pi z} \cos^4 \beta, \quad (8)$$

$$p_v = \gamma z + p_{vq} = \gamma z + \frac{2q}{\pi} (\beta_1 - \beta_2 + \sin \beta_1 \cos \beta_1 - \sin \beta_2 \cos \beta_2), \quad (9)$$

где вторые слагаемые правых частей p_{vP} и p_{vq} выражают составляющие вертикальных давлений от локальных нагрузок P и q с размерностями Н/м и Н/м²; z – вертикальная координата; β , β_1 , β_2 – углы на схемах рис. 4, а, б.

Вместо формулы (9) возможно использование известного в литературе [14] и проектной практике упрощенного, удовлетворительного по точности «метода трапеций и треугольников». Из точек A и B под углом 45° к вертикали проводятся лучи AC , AD , BD , BE (см. рис. 4, в). Распределение вертикальных давлений p_{vq} в засыпке от нагрузки q по схеме с размерами a и b на горизонтальных сечениях принимается по эпюрам, равновеликим по площади нагрузке qb : до точки D – трапецидальной формы, ниже точки D – треугольной формы.

В соответствии с этими положениями, а также с условиями «метода изображений» получаем:

– при $z \leq a$ $p_{vq} = 0$;

– при $a < z < b/2$ $p_{vq} = \frac{q(z-a)}{z}$, $p_v = \gamma z + \frac{q(z-a)}{z}$; (10)

– при $z \geq b/2$ $p_{vq} = \frac{2qb(z-a)}{\left(\frac{b}{2} + z\right)^2}$, $p_v = \gamma z + \frac{2qb(z-a)}{\left(\frac{b}{2} + z\right)^2}$. (11)

На рис. 4, з приводится сравнение эпюр давлений p_{vq} перед вертикальной задней гранью подпорной стенки высотой $h = 10$ м от нагрузки $q = 40$ кПа с размерами $b = 5$ м, $a = 2$ м, полученных двумя способами: по решению теории упругости по формуле (9) («числитель») и по «методу трапеций и треугольников» по формулам (10), (11) («знаменатель»). Поскольку оба способа расчета p_{vq} (как и любые другие) являются приближенными, о предпочтительности одного из них речь не идет, а их сходство является удовлетворительным.

Рис. 4. Схемы к определению вертикальных давлений от локальных нагрузок P , q и «методу изображений» (а, б); схема к «методу трапеций и треугольников» (в); сравнение давлений p_{vq} (кПа) по расчетам по формулам (9) и (10), (11) (г)

Fig. 4. Schemes to determining vertical pressures depending on local loads P , q and “method of images” (a, b); c is the scheme to the “trapeziums and triangles method”; d is the comparison of pressures p_{vq} (kPa) using formulas (9) and (10), (11)

В статье [15] приводится описание способа расчета давлений p_v за задней гранью подпорной стенки, удерживающей откос на части высоты, при форме насыпки, изображенной на рис. 5. Такие условия распространены на практике в дорожном, гидротехническом строительстве, застройках пересеченных местностей, но справочные данные о боковом давлении при полигональной форме насыпки отсутствуют.

Рис. 5. Схема к определению вертикальных напряжений $p_{отк}$ за задней гранью подпорной стенки от веса откосной части земляного полотна: 1 – задняя грань подпорной стенки; 2 – эпюры распределения $q_{отк} z / (md + 2z)$; 3 – эпюра распределения $p_{отк}$

Fig. 5. Schemes to determining vertical tensions $p_{отк}$ behind the back facet of retaining wall depending on the weight of the ground embankment slope: 1 is the back facet of the retaining wall; 2 are the curves of distribution $q_{отк} z / (md + 2z)$; 3 is the curve of distribution $p_{отк}$

Вертикальное давление определяется по формуле

$$p_v = \gamma z + p_{отк}, \quad (12)$$

где $p_{отк}$ – вертикальное давление за задней гранью подпорной стенки от веса откосной части насыпи высотой d .

Для определения $p_{отк}$ предлагается способ расчета, подобный известному в строительной механике методу граничных элементов (МГЭ) [16]. Суть МГЭ состоит в условном расширении расчетной области до размеров и формы, для которых имеются готовые проверенные решения, и приложении на новых границах такой системы сил, чтобы распределение напряжений на фактической поверхности расчетной области совпало с действующей нагрузкой.

Расчетная область и действующая нагрузка заменяются эквивалентной системой, в которой уровень горизонтальной грани AB смещается вверх на высоту $1/2 md$ (см. рис. 5) в положение $A'B'$. Действующая нагрузка трапециевидального очертания заменяется полосой с интенсивностью $q_{отк}$ и располагается в положении в соответствии со схемой, представленной на рис. 5. При этом общий вес откосной части насыпи и заменяющей ее эквивалентной нагрузки будет равным.

Для продолжения расчета применим рассмотренный выше «метод трапеций и треугольников». Проведем из точки E два луча под углом 45° . Один из них пройдет через точку B , другой – через точку F . Примем, что на уровне AB левее точки F интенсивность нагрузки равна $q_{\text{отк}} = \gamma d$, а правее этой точки меняется по линейному закону до нуля в точке B . Тогда форма распределения нагрузки совпадет с фактическим очертанием откосной части насыпи.

Будем считать, что воздействие полосовой нагрузки в системе, ограниченной горизонтальной плоскостью $A'B'$, является таким же, как и воздействие фактической нагрузки на нижележащую часть расчетной области. Продолжая оба луча, получим на линии BMN на задней грани подпорной стенки вертикальные напряжения $\frac{q_{\text{отк}} z}{md + 2z}$, соответствующие свободному распределению напряжений в грунте без подпорной стенки. Для получения $p_{\text{отк}}$ в соответствии с «методом изображений» последнее выражение следует удвоить:

$$p_{\text{отк}} = \frac{2q_{\text{отк}} z}{md + 2z}; \quad p_v = \gamma z + \frac{2q_{\text{отк}} z}{md + 2z} = \gamma z \left(1 + \frac{2d}{md + 2z}\right). \quad (13)$$

Выводы

Решения настоящей статьи расширяют область применения расчетов горизонтального давления грунта на основе модели Мора–Кулона на подпорные стенки с различными формами поверхностей засыпок из несвязных и связных грунтов, в том числе слоистого строения.

Предлагаемый способ расчета не связан с использованием справочных данных, пригодных для ограниченного числа задач с негоризонтальными формами поверхностей засыпок. Полученные решения, оставаясь приближенными, основаны на тех же идеях, что и метод В.В. Соколовского, который считается теоретически строгим.

Библиографический список

1. Цытович Н.А. Механика грунтов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1963. – 636 с.
2. ВСН 167-70. Технические указания по проектированию подпорных стен для транспортного строительства / Минтрансстрой. – М.: Оргтрансстрой, 1970. – 37 с.
3. Крей Г. Теория давления земли и сопротивление грунтов нагрузке. – М.; Л.: НТИ стройиндустрии и судостроения, 1932. – 294 с.
4. Лучковский И.Я. Определение нагрузок на подпорные стенки. – Харьков: Коллегиум, 2011. – 284 с.
5. Механика грунтов, основания и фундаменты: учебник / С.Б. Ухов [и др.]. – М.: Изд-во АСВ, 1994. – 524 с.
6. Проектирование подпорных стен и стен подвалов: справ. пособие к СНиП. – М.: Стройиздат, 1990. – 101 с.
7. Синельников В.В. Развитие метода Кулона при определении давления сыпучего тела // Строительная механика: тр. МИИТ. – 1946. – Вып. 69. – С. 241–265.
8. Снитко Н.К. Статическое и динамическое давление грунтов и расчет подпорных стенок. – Л.: Стройиздат, 1970. – 207 с.

9. Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения / под общ. ред. В.А. Ильичева и Р.А. Мангушева. – М.: Изд-во АСВ, 2014. – 728 с.
10. Шапиро Д.М. Теория и расчетные модели оснований и объектов геотехники. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 176 с.
11. Яковлев П.И., Готман А.Л., Курмаев Р.Г. Взаимодействие сооружений с грунтом и свайные основания. – Одесса: Астропринт, 2004. – 509 с.
12. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1977. – 256 с.
13. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. – М.: Изд-во АН СССР, 1942.
14. Маслов Н.Н. Основы инженерной геологии и механики грунтов: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1968. – 511 с.
15. Шапиро Д.М., Тютин А.П., Родионов В.А. Теория и расчетные схемы дорожных инженерных сооружений из трубопункта // Науч. вестник Воронеж. гос. строит. ун-та. Строительство и архитектура. – 2016. – № 4/44. – С. 107–119.
16. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с.

References

1. Tsytoovich N.A. Mekhanika gruntov [Soil mechanics]. 4th ed. Moscow, Stroyizdat, 1963, 636 p.
2. VSN 167-70 Tekhnicheskie ukazaniia po proektirovaniu podpornykh sten dlia transportnogo stroitelstva [Technical rules to projecting of retaining walls for transport constraction], Mintransstroy. Moscow, Orgtransstroy, 1970, 37 p.
3. Krey G. Teoriia davleniia zemly i soprotivleniye gruntov nagruzke [Theory of ground pressure and load resistance of soils]. Moscow; Leningrad, NTI stroyindustrii i sudostrojenija, 1932, 294 p.
4. Luchkovskiy I.Ja. Opredelenie nagruzok na podpornye stenki [Load definition on retaining walls]. Kharcov, Kollegium, 2011, 284 p.
5. Ukhov S.B. et all. Mekhanika gruntov, osnovaniia i fundamenti [Soil mechanics, bases and foundations]. Moscow, ASV, 1994, 524 p.
6. Proektirovanie podpornykh sten i sten podvalov [Projecting of retaining walls and basement walls]. Moscow, Stroyizdat, 1990, 101 p.
7. Sinelnikov V.V. Razvitije metoda Kulona pri opredelenii davleniia sypuchego tela [Developing of Coulomb method on determine of powder midst pressure]. *Trudy Moskovskogo instituta inzhenerov transporta. Stroitelnaia mehanika*. Moscow, 1946, iss. 69, pp. 241-265.
8. Snitko N.K. Statcheskoe i dinamicheskoe davleniye gruntov i raschet podpornykh stenok [Static and dynamic soils pressure and retaining walls calculation]. Leningrad, Stroyizdat, 1970, 207 p.
9. Spravochnik geotekhnika. Osnovaniia, fundamenti i podzemnye sooruzheniia [Directory geotechnics. Bases, foundations and underground structures]. Moscow, ASV, 2014, 728 p.
10. Shapiro D. M. Teoriia i raschjotnyje modeli osnovanii i objectov geotekhiki [Theory and calculation models of bases and geotechnic objects]. Moscow, ASV, 2016, 176 p.
11. Jakovlev P. I., Gotman A. L., Kurmajev R. G. Vzaimodeystvie sooruzhenii s gruntom i svainyie osnovaniia [Interaction of structures with soil and pile bases]. Odessa, Astroprint, 2004, 509 p.

12. Klein G.K. *Stroitelnaia mekhanika sypuchih tel* [Structural mechanics of powder bodies]. 2nd ed. Moscow, Stroyizdat, 1977, 256 p.
13. Sokolovskiy V.V. *Statika sypuchei sredy* [Static of powder midst]. Mockery of USSR Academy of Sciences, 1942, 242 p.
14. Maslov N.N. *Osnovy inzhenernoi geologii i mekhaniki gruntov* [Bases of engineer geology and soil mechanics]. Moscow, Vysshaja shkola, 1968, 511 p.
15. Shapiro D.M., Tjutin A.P., Rodionov V.A. *Teoriia i raschjotnyje skhemy dorognyh inzhenernyh soorugenii iz truboshpunta* [Theory and calculation schemes sheet-pipe-wall highway engineer structures]. *Nauchnyi vestnik Voronezh state architectural and structural university. Stroitelstvo i arhitektura*, 2016, no. 4/44, pp. 107 – 119.
16. Krauch S., Starfield A. *Metody granichyh elementov vmehanike tvjordogo tela* [Boundary elements method in solid mechanics]. Moscow, Mir, 1987, 328 p.