Богомолов А.Н., Абрамов Г.А., Богомолова О.А., Пристансков А.А. Распределение напряжений в однородном изотропном откосе, ослабленном горизонтальной круглой выработкой, расположенной на уровне его подошвы // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. – 2017. – Т. 8, № 2. – С. 15–26. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.02

Bogomolov A.N., Abramov G.A., Bogomolova O.A., Pristanskov A.A. Distribution of stresses in a homogeneous isotropic slope weakened by a horizontal round working at a level of its base. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture*. 2017. Vol. 8, no. 2. Pp. 15-26. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.02

**ВЕСТНИК ПНИПУ.
СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА
Т. 8, № 2, 2017
PNRPU BULLETIN.
CONSTRUCTION AND ARCHITECTURE**
<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>

DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.02

УДК 624.131

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОДНОРОДНОМ ИЗОТРОПНОМ ОТКОСЕ, ОСЛАБЛЕННОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ КРУГЛОЙ ВЫРАБОТКОЙ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НА УРОВНЕ ЕГО ПОДОШВЫ

А.Н. Богомолов, Г.А. Абрамов, О.А. Богомолова, А.А. Пристансков

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 10 ноября 2016
Принята: 15 декабря 2016
Опубликована: 30 июня 2017

Ключевые слова:

однородный и изотропный откос, метод конечных элементов, напряженное состояние, горизонтальная выработка, устойчивость, области неупругих деформаций, критерий устойчивости (прочности), пределы прочности скального грунта при растяжении и сжатии

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты численного исследования методом конечных элементов распределения напряжений в окрестностях выработки круглого поперечного сечения, ослабляющей однородный откос на уровне его подошвы. Все вычисления выполнены при помощи компьютерной программы FEA, имеющей государственную регистрацию. Приведены изолинии компонентов напряжения, возникающих во вмещающем массиве в окрестностях выработки, и эпюры нормального тангенциального напряжения, построенные по ее контуру. Предложено использовать в качестве критерия длительной устойчивости тот, качественным признаком которого является отсутствие на контуре выработки областей нарушенной сплошности, а количественным показателем – величину напряжения σ_0 в каждой точке контура выработки. Если величина этого напряжения не превосходит значений пределов прочности вмещающего скального грунта при растяжении и сжатии, то считается, что длительная устойчивость выработки обеспечена. При этом сжимающее и растягивающее напряжения считаются соответственно положительным и отрицательным. Если эти условия не выполняются, то запускается механизм перераспределения напряжений в окрестностях выработки, зоны разрушения будут увеличиваться, ее длительная устойчивость не будет обеспечена. Для использования данного критерия на контуре выработки строится эпюра нормального тангенциального напряжения, действующего в каждой его точке. Затем на контуре строится эпюра расчетного сопротивления грунта при растяжении и сжатии. Если на каких-либо участках контура ординаты этих эпюр окажутся меньше ординат эпюры нормального тангенциального напряжения σ_0 , то на этих участках контура произойдет разрыхление или дробление грунта, т.е. его разрушение.

© ПНИПУ

Богомолов Александр Николаевич – доктор технических наук, профессор, e-mail: banzaritcyn@mail.ru.
Богомолова Оксана Александровна – кандидат технических наук, доцент, профессор, e-mail: boazaritcyn@mail.ru.
Абрамов Генрих Артурович – аспирант, e-mail: z_genrih@mail.ru.
Пристансков Андрей Александрович – аспирант, e-mail: qrafska@mail.ru.

Aleksandr N. Bogomolov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: banzaritcyn@mail.ru.
Oksana A. Bogomolova – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: boazaritcyn@mail.ru.
Genrikh A. Abramov – Postgraduate Student, e-mail: z_genrih@mail.ru.
Andrei A. Pristanskov – Postgraduate Student, e-mail: qrafska@mail.ru.

DISTRIBUTION OF STRESSES IN A HOMOGENEOUS ISOTROPIC SLOPE WEAKENED BY A HORIZONTAL ROUND WORKING AT A LEVEL OF ITS BASE

A.N. Bogomolov, G.A. Abramov, O.A. Bogomolova, A.A. Pristanskov

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 10 November 2016
Accepted: 15 December 2016
Published: 30 June 2017

Keywords:

homogenous and isotropic slope, FEM, stress state, horizontal working, sustainability, regions of inelastic deformation, the criterion of stability (strength), the strength limits of the rock under tensile and compression

ABSTRACT

The paper presents the results of numerical studies gained by the finite element method with regard to stress distribution around a round working which weakens the homogeneous slope at the level of its base. All the calculations have been performed using the FEA computer programs which have the state license. The isolines of stress components appearing in the enclosing massif in the contour of the working and the diagrams of the normal tangential stresses which are plotted along its contour. It is proposed to use a criterion of the long-term stability, the qualitative feature of which is the absence of the disturbed regions on the contour of the working, and the quantitative feature is the stress value σ_θ at each contour point. If the stress value does not exceed the strength limits of the enclosing rock under tension and compression, it is considered that the long-term sustainability of the working is ensured. While the compressive and tensile stress is considered to be a positive and negative one respectively. If these conditions are not met, then occurs the redistribution of stresses around the working, the fracture zones will increase and the long-term stability of the working will not be provided. To use this criterion, at the entry contour we built a diagram of the normal tangential stress acting at each of its points. Then on the contour we built the diagram of the calculated resistance of the soil under tension and compression. If in any parts of the contour, the ordinate of these diagrams will be less than the ordinates of the normal tangential stress σ_θ , then in these parts of the contour there will occur the loosening or crushing of the soil, i.e. its destruction.

© PNRPU

Целью данной работы является изучение закономерностей распределения напряжений в однородном откосе, ослабленном выработкой круглого поперечного сечения, и ее контуре. Решив задачу о распределении напряжений, можно перейти к оценке устойчивости выработки.

Для оценки устойчивости выработки предлагается использовать критерий [1], качественным признаком которого является отсутствие на контуре выработки областей нарушенной сплошности – зон дробления и разрыхления. Количественным показателем служит величина напряжения σ_θ в каждой точке контура. Если величина этого напряжения не превосходит значений пределов прочности вмещающего скального грунта при растяжении $R_{\text{рас}}$ и сжатии $R_{\text{сж}}$, т.е. для каждой точки контура выполняется неравенство

$$R_{\text{рас}} < \sigma_\theta < R_{\text{сж}}, \quad (1)$$

то такие зоны отсутствуют (растягивающие напряжения, как и $R_{\text{рас}}$, принимаются со знаком «минус»). Если неравенство (1) не выполняется, то возникают зоны разрушения грунта на контуре выработки, запустится механизм перераспределения напряжений в ее окрестностях, и зоны разрушения будут постепенно увеличиваться. Таким образом, длительная устойчивость выработки не будет обеспечена.

Для исследования влияния местоположения выработки в приоткосной области на распределение напряжений во вмещающем массиве грунта и контуре выработки используем

компьютерные программы¹, в которых формализован метод конечных элементов. Их особенностью является возможность импортировать в среду расчетную схему, построенную в оболочке AutoCAD, а затем проводить вычисления.

На рис. 1 приведены геометрические размеры механико-математической модели подработанного откоса с углом заложения $\beta = 45^\circ$ (см. рис. 1, а), фрагмент расчетной схемы, на котором показаны приемы дискретизации расчетной области на конечные элементы (см. рис. 1, б) и аппроксимации круглой выработки правильным многоугольником (см. рис. 1, в), а также области пластических деформаций, определенные из тривиального условия пластичности, возникающие на контуре выработки (см. рис. 1, г).

Рис. 1. Геометрические размеры механико-математической модели (а);
фрагмент расчетной схемы МКЭ (б); аппроксимация круглой выработки правильным
многоугольником (в); области неупругих деформаций на контуре выработки (г)

Fig. 1. The geometrical dimensions of the mechanical-mathematical model (a);
a fragment of FEM meshes (b) the approximation of the round working using the equilateral
polygon (c); the regions of inelastic deformations at the contour of the working (d)

¹ FEA: св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015617889 / А.Н. Богомолов [и др.]. Зарег. от 23 июля 2015 г.; Устойчивость (напряженно-деформированное состояние): св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2009613499 / А.Н. Богомолов [и др.]. Зарег. от 30 июня 2009 г.

На первом этапе работы была установлена степень влияния количества сторон правильного многоугольника на распределение напряжений на поверхности выработки, которым заменяется круглый контур.

Из графиков, приведенных на рис. 2, следует, что при увеличении количества сторон аппроксимирующего многоугольника свыше 16, величины напряжений σ_r , возникающих в точках контура, изменяются не более чем на 5 %. Учитывая это, при дальнейших вычислениях в качестве аппроксимирующего контура будем использовать правильный шестнадцатигульник.

Рис. 2. Развернутая эпюра напряжения σ_θ , действующего в точках контура подземной выработки круглого поперечного сечения при его аппроксимации правильными многоугольниками

Fig. 2. Detailed stress diagram of σ_θ acting at the points of the contour of the underground working of a round cross-section when it is approximated using equilateral polygons

На втором этапе было установлено расстояние от подошвы откоса до центра выработки, при дальнейшем увеличении которого влияние откоса на распределение напряжений на контуре выработки и во вмещающем грунте, расположенном в ее окрестностях, исчезает.

На рис. 3 приведена часть картин изолиний напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} в окрестностях выработки при условии, что выработка расположена на расстояниях $L = 0,5H$ и $L = 5H$ от подошвы откоса, а диаметр выработки составляет $d = 0,025H$. На этом рисунке видно, что при $L = 5H$ изолинии всех компонентов напряжения практически симметричны относительно вертикальной оси выработки, в то время как при $L = 0,5H$ наблюдается их существенная асимметрия.

На рис. 4 приведены кривые, построенные для тех же условий, характеризующие зависимость максимальной величины напряжения σ_θ , возникающего в точках контура выработки, от расстояния последней до подошвы откоса.

Результаты анализа обоих рисунков говорят о том, что начиная со значения $L = (4\div 5)H$ влияние откоса на напряженное состояние вмещающего грунта в окрестностях выработки и на ее контуре практически исчезает.

На следующем этапе работы необходимо было выяснить, как величина коэффициента бокового давления вмещающего грунта влияет на распределение напряжений на контуре выработки.

Рис. 3. Изолинии напряжений в приоткосной зоне при условии, что величина коэффициента бокового давления $\xi = 0,07$, $d = 0,025H$, а выработка расположена на расстоянии $L = 0,5H$ (а–в) и $L = 5H$ (г–е) от подошвы откоса σ_x (а, г), σ_y (б, д), τ_{xy} (в, е) соответственно
Fig. 3. Isolines of stresses in the near-slope area provided that the value of the coefficient of the lateral pressure $\xi = 0.07$, and $d = 0.025H$, and the working is located at a distance of $L = 0.5H$ (a–c) and $L = 5H$ (d–f) from the base of the slope σ_x (a, d), σ_y (b, e), τ_{xy} (c, f) respectively

Рис. 4. Кривые зависимости максимальных значений напряжения σ_θ от расстояния между выработкой и подошвой откоса при различных значениях коэффициента бокового давления вмещающего грунта
Fig. 4. Curves of relations between the maximum values of stress σ_θ and the distance between the working and the foot of the slope at various values of the coefficient of lateral pressure of the containing soil

Известно² [2–4], что величина коэффициента Пуассона для скальных грунтов изменяется в пределах $0,07 \leq \mu \leq 0,4$, который, в свою очередь, связан с коэффициентом бокового давления (распора) соотношением

$$\xi_0 = \frac{\mu}{1 - \mu}. \quad (2)$$

Для того чтобы определить, каким образом зависит максимальная величина напряжения σ_θ , возникающего на контуре выработки, от удаленности последней от подошвы откоса и построить соответствующие кривые, были выбраны еще два промежуточных значения $\mu = 0,18$ и $\mu = 0,29$. Таким образом, вычисление напряжений выполнено для четырех значений коэффициента бокового давления (распора) для вмещающих скальных грунтов: $\xi_1 = 0,07$; $\xi_2 = 0,22$; $\xi_3 = 0,41$; $\xi_4 = 0,67$.

На рис. 5–7 в качестве примера изображены эпюры напряжений σ_θ , построенные на контуре круглой выработки, расположенной на различных расстояниях от подошвы откоса.

Рис. 5. Эпюры напряжений σ_θ при $d = 0,025H$ при расстоянии от центра выработки до точки $AL = 0,2H$ (a–z), $L = 0,5H$ (d–з) при $\xi_1 = 0,07$ (a, d); $\xi_2 = 0,22$ (б, e); $\xi_3 = 0,41$ (в, ж); $\xi_4 = 0,67$ (z, з)
Fig. 5. Diagrams of stresses distribution σ_θ when $d = 0,025H$ at the distance from the working centre to the point $AL = 0,2H$ (a–d); $L = 0,5H$ (e–i) while $\xi_1 = 0,07$ (a, e); $\xi_2 = 0,22$ (b, f); $\xi_3 = 0,41$ (c, g); $\xi_4 = 0,67$ (d, i)

² СНиП 33-01-2003. Гидротехнические сооружения. Основные положения. М., 2004; СП 58.13330.2012. Гидротехнические сооружения. Основные положения. Акт. ред. СНиП 33-01-2003. М., 2012.

Рис. 6. Эпюры напряжений σ_θ при $d = 0,1H$ при расстоянии от центра выработки до точки $AL = 0,2H$ (а–г), $L = 0,5H$ (д–з) при $\xi_1 = 0,07$ (а, д); $\xi_2 = 0,22$ (б, е); $\xi_3 = 0,41$ (в, ж); $\xi_4 = 0,67$ (г, з)
Fig. 6. Diagrams of stresses distribution σ_θ when $d = 0,1H$ at a distance from the centre of the working to the point $AL = 0,2H$ (а–д); $L = 0,5H$ (е–и) while $\xi_1 = 0,07$ (а, е); $\xi_2 = 0,22$ (б, в); $\xi_3 = 0,41$ (г, д); $\xi_4 = 0,67$ (е, и)

Результаты анализа этих эпюр говорят о том, что величина коэффициента бокового давления вмещающего скального грунта существенным образом влияет на величину этого напряжения. Кроме того, отчетливо видно: чем ближе выработка расположена к подошве откоса, тем больше его влияние на характер распределения напряжения σ_θ , о чем свидетельствует асимметрия эпюр напряжений. Напряжения σ_θ , возникающие в точках контура выработки, могут быть как растягивающими, так и сжимающими, поэтому применение критерия (1) для оценки длительной устойчивости выработки является уместным.

Для более наглядной иллюстрации зависимости численного значения напряжения σ_θ от величины коэффициента бокового давления вмещающего скального грунта на рис. 8 приведена развертка эпюры этого напряжения по контуры выработки, построенная для одного из вариантов при наименьшем и наибольшем из рассмотренных значений ξ_0 .

Рис. 7. Эпюры напряжений σ_θ при $d = 0,15H$ при расстоянии от центра выработки до точки $AL = 0,2H$ ($a-\varepsilon$); $L = 0,5H$ ($\partial-\varepsilon$) при $\xi_1 = 0,07$ (a, ∂); $\xi_2 = 0,22$ ($б, е$); $\xi_3 = 0,41$ ($в, ж$); $\xi_4 = 0,67$ ($г, з$)
Fig. 7. Diagrams of stresses distribution σ_θ when $d = 0,15H$ when the distance from the center of the working to point is $A-L = 0,2H$ ($a-d$); $L = 0,5H$ ($e-i$) while $\xi_1 = 0,07$ (a, e); $\xi_2 = 0,22$ (b, f); $\xi_3 = 0,41$ (c, g); $\xi_4 = 0,67$ (d, i)

Рис. 8. Развертка эпюры напряжений σ_θ по контуру выработки (a);
схема развертки (обход по часовой стрелке) ($б$)
Fig. 8. Scan of σ_θ stresses on the contour of the working (a);
the scheme of the scan (the bypass clockwise) (b)

Анализ кривых, приведенных на рис. 8, показывает, что для рассмотренного примера максимальные значения напряжения σ_θ в соответствующих точках контура выработки отличаются не более чем на 5 %, а минимальные – почти в два раза. Этот результат говорит о том, что при расчете напряженного состояния массивов, ослабленных выработками, следует учитывать величину коэффициента бокового давления грунта ξ_0 .

Ниже, на рис. 9, приведены кривые, устанавливающие для условий наших численных исследований зависимость между величиной максимального напряжения σ_θ , возникающего в какой-либо точке контура, и относительным диаметром выработки при различных значениях величины ξ_0 .

Рис. 9. Графики зависимости сжимающих (а, б) и растягивающих (в, г) напряжений от диаметра выработки при расстоянии от центра выработки до точки $AL = 0,2H$ (а, в), $L = 0,5H$ (б, г)

Fig. 9. Graphs of the relations between compressive (a, b), tensile (c, d) stresses and the diameter of the working when the distance from the working centre to the point is $AL = 0,2H$ (a, c), $L = 0,5H$ (e, d)

Анализ кривых показывает, что при увеличении относительного диаметра выработки величина максимального сжимающего (положительного) напряжения снижается, а величина растягивающего, напротив, возрастает по абсолютному значению. Существует такой диаметр выработки, для которого максимальное численное значение напряжения σ_θ на контуре выработки не зависит от величины ξ_0 (см. ординаты точек пересечения кривых и их продолжений).

Зная напряжения σ_θ в каждой точке контура подземной выработки, можно оценить ее длительную устойчивость. Для этого сначала на контуре выработки строится эпюра нормального тангенциального напряжения, действующего в каждой его точке. Затем в том же масштабе на контуре строится эпюра расчетного сопротивления $R_{рас}$ и $R_{сж}$. Поскольку эти

величины одинаковы во всех точках грунтового массива, в том числе и в точках, расположенных на контуре выработки, то построенные эпюры будут представлять собой замкнутые кривые, по форме подобные контуру выработки.

Рис. 10. Эпюры напряжения σ_{θ} в точках на контуре выработки квадратного сечения при $b = 4$ м, $H_3 = 60$ м (а) и 8 м, 120 м (б), развитие зоны разрыхления AB в потолочине подземной выработки (в) квадратного сечения

Fig. 10. Diagrams of σ_{θ} stress at points on the contour of the working with a square section when $b = 4$ m, $H_3 = 60$ m and 8 m, 120 m (б), the development of the loosening zone AB in the ceilings of the underground working (в) with a square section

При построении эпюр, как уже отмечалось выше, считаем сжимающие напряжения положительными, а растягивающие – отрицательными. Проводим наложение контуров. Если на каких-либо участках контура ординаты эпюр $R_{рас}$ и $R_{сж}$ окажутся меньше ординат эпюры нормального тангенциального напряжения σ_{θ} , то на этих участках контура произойдет разрыхление или дробление грунта, т.е. его разрушение. Эта процедура подробно описана в работах [5–10], а на рис. 10 приведена соответствующая иллюстрация.

В заключение отметим, что предложенный подход к оценке длительной устойчивости подземной выработки может быть использован и для выработок, имеющих другую

форму поперечного сечения. Если выработка расположена достаточно близко к подошве откоса, то необходимо проводить анализ ее влияния на устойчивость самого грунтового массива (откоса), так как подработка существенным образом трансформирует поле напряжений в приоткосной области, которое в значительной степени определяет степень устойчивости самого откоса.

Библиографический список

1. Новый критерий оценки длительной устойчивости однородных откосов на основе анализа напряженно-деформированного состояния / А.Н. Богомолов [и др.] // Вестник Волгогр. гос. арх.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. – 2009. – Вып. 14 (33). – С. 5–12.
2. Грунтоведение / В.Т. Трофимов, В.А. Королев, Е.А. Вознесенский, Г.А. Голодковская, Ю.К. Васильчук, Р.С. Зиангиров; под ред. В.Т. Трофимова – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГУ, 2005. – 1024 с.
3. Зурабов Г.Г., Бугаева О.Е. Гидротехнические тоннели гидроэлектрических станции. – М.: Госэнергоиздат, 1962. – 352 с.
4. Цветков В.К. Определение форм сечения горных выработок с заданными напряжениями на их контурах // ФТПРПИ. – 1986. – № 2. – С. 24–29.
5. Задача об отыскании рациональной формы свода горизонтальной подземной выработки / А.Н. Богомолов [и др.] // Инженерные подходы к решению геотехнических задач: сб. науч. тр., посвящ. 80-летию К.Ш. Шадунца. – Краснодар, 2013. – С. 9–21.
6. Определение рациональных форм сечений неподкрепленных выработок при строительстве тоннелей / А.Н. Богомолов [и др.] // Развитие дорожно-транспортного и строительного комплексов и освоение стратегически важных территорий Сибири и Арктики: вклад науки: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Омск: Изд-во Сибир. автомоб.-дорож. ин-та, 2014. – С. 131–138.
7. Пример определения безопасной глубины заложения горизонтальной выработки сложного сечения / А.Н. Богомолов [и др.] // Вестник Волгогр. гос. архит.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. – 2013. – Вып. 33 (52). – С. 6–15.
8. Анализ напряженного состояния грунтового массива, вмещающего подземные пространства различной конфигурации [Электронный ресурс] / А.Н. Богомолов, С.В. Кузнецова, В.Н. Синяков, М.А. Шубин, В.П. Дыба, Г.М. Скибин, Ю.И. Олянский, О.А. Богомолова, А.Н. Ушаков // Интернет-вестник Волгогр. гос. арх.-строит. ун-та. Строительная информатика. – 2012. – Вып. 8 (24). – URL: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/2_Bogomolov-2012_8\(24\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/2_Bogomolov-2012_8(24).pdf) (дата обращения: 10.10.2016).
9. Определение предельной глубины заложения горизонтальных выработок различного поперечного сечения [Электронный ресурс] / А.Н. Богомолов, О.А. Богомолова, М.А. Шубин, Д.В. Павлов, М.В. Подлинев, А.В. Соловьев // Интернет-вестник Волгогр. гос. арх.-строит. ун-та. Сер.: Политематическая. – 2013. – Вып. 2 (27). – URL: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/BogomolovBogomolova_ShubinPavlovPodlinevSolovev-2013_2\(27\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/BogomolovBogomolova_ShubinPavlovPodlinevSolovev-2013_2(27).pdf) (дата обращения: 10.10.2016).
10. Подлинев М.О. Критериальная оценка устойчивости незакрепленных подземных сооружений при различной их форме поперечного сечения: дис. ... канд. техн. наук. – Волгоград, 2016. – 197 с.

References

1. Bogomolov A.N. et al. Novyi kriterii otsenki dlitel'noi ustoichivosti odnorodnykh otkosov na osnove analiza napriazhenno-deformirovannogo sostoiانيا [A new criterion of long-term stability of homogeneous slopes based on the analysis of the stress-strain state]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura*, 2009, iss. 14 (33), pp. 5-12.
2. Trofimov V.T., Korolev V.A., Voznesenskii E.A., Golodkovskaia G.A., Vasil'chuk Iu.K., Ziangirov R.S. Gruntovedenie [Soil science]. 6th ed. Ed. V.T. Trofimov. Moscow, Moskovskii gosudarstvennyi universitet, 2005, 1024 p.
3. Zurabov G.G., Bugaeva O.E. Gidrotekhnicheskie tonneli gidroelektricheskikh stantsii [Hydraulic tunnels of hydroelectric power stations]. Moscow, Gosenergoizdat, 1962, 352 p.
4. Tsvetkov V.K. Opredelenie form secheniia gornykh vyrabotok s zadannymi napriazheniiami na ikh konturakh [Determining the forms section of the mine workings with the specified voltages in their circuits]. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 1986, no. 2, pp. 24-29.
5. Bogomolov A.N. et al. Zadacha ob otyskanii ratsional'noi formy svoda gorizontal'noi podzemnoi vyrabotki [Problem of finding the rational form of a set of horizontal underground workings]. *Inzhenernye podkhody k resheniiu geotekhnicheskikh zadach: Sbornik nauchnykh trudov, posviashchennykh 80-letiiu K.Sh. Shaduntsa*, Krasnodar, Kubanskii gosudarstvennyi agrarnyi universitet, 2013, pp. 9 – 21.
6. Bogomolov A.N. et al. Opredelenie ratsional'nykh form sechenii nepodkreplennykh vyrabotok pri stroitel'stve tonnelei [Definition of rational forms of sections unsupported excavations during the construction of tunnels]. *Materialy mezhdunarod. nauchno-praktich. konferentsii «Razvitie dorozhno-transportnogo i stroitel'nogo kompleksov i osvoenie strategicheskii vazhnykh territorii Sibiri i Arktiki: vklad nauki»*, Omsk, Sibirskii gosudarstvennyi avtomobil'no-dorozhnyi universitet, 2014, pp. 131 – 138.
7. Bogomolov A.N. et al. Primer opredeleniia bezopasnoi glubiny zalozheniia gorizontal'noi vyrabotki slozhnogo secheniia [The example of determination of safe laying depth of lateral composite section opening]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arkhitektura*, 2013, iss. 33 (52), pp. 6-15.
8. Bogomolov A.N., Kuznetsova S.V., Siniakov V.N., Shubin M.A., Dyba V.P., Skibin G.M., Olianskii Iu.I., Bogomolova O.A., Ushakov A.N. Analiz napriazhennogo sostoiانيا gruntovogo massiva, vmeshchaiushchego podzemnye prostranstva razlichnoi konfiguratsii [Analysis of the stress state of the soil massif, enclosing the underground space of various configurations]. *Internet-vestnik VolgGASU. Stroitelnaia informatika*, 2012, iss. 8 (24), available at: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/2_Bogomolov-2012_8\(24\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/2_Bogomolov-2012_8(24).pdf) (accessed 10 October 2016).
9. Bogomolov A.N., Bogomolova O.A., Shubin M.A., Pavlov D.V., Podlinev M.V., Solov'ev A.V. Opredelenie predel'noi glubiny zalozheniia gorizontal'nykh vyrabotok razlichnogo poperechnogo secheniia [Determining the limit depth of horizontal workings with different cross-sections]. *Internet-vestnik VolgGASU. Politematicheskaiia*, 2013, iss. 2(27), available at: [http://vestnik.vgasu.ru/attachments/BogomolovBogomolova ShubinPavlovPodlinevSolovev-2013_2\(27\).pdf](http://vestnik.vgasu.ru/attachments/BogomolovBogomolova ShubinPavlovPodlinevSolovev-2013_2(27).pdf) (accessed 10 October 2016).
10. Podlinev M.O. Kriterial'naia otsenka ustoichivosti nezakreplennykh podzemnykh sooruzhenii pri razlichnoi ikh forme poperechnogo secheniia [Criterial evaluation of the stability of floating of underground structures with different shape cross-section]. Ph. D. thesis. Volgograd, 2016, 197 p.