УДК 624.131.52

А.В. Пилягин

Чебоксарский политехнический институт, филиал Московского государственного
машиностроительного университета (МАМИ),
Чебоксары, Россия

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОСНОВАНИЙ КРУГЛЫХ ФУНДАМЕНТОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ ЗАГРУЖЕНИЯ

Приводятся аналитические решения по определению вертикальных напряжений и перемещений (осадок) фундаментов круглой формы при различных схемах их загрузки

Ключевые слова: напряжение, осадка, нагрузка, фундамент [1, 2].

A.V. Pilyagin

Cheboksary Polytechnic Institute, Cheboksary, Russian Federation

STRESS-STRAIN STATE OF THE BASES OF THE ROUND FOUNDATIONS WITH DIFFERENT SCHEMES OF LOADING

Provides analytical decision on determination of the vertical stresses and displacements (sludge) foundations of the round form with different schemes of their loading.

Keywords: stress, settlement, load, foundation.

В соответствии с решением Буссинеска вертикальное напряжение в основании при действии на него поверхности единичной сосредоточенной силы P вычисляется по формуле

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}, \quad (1)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

где x , y , z – координаты рассматриваемой точки основания.

На рис. 1 рассматриваются три схемы приложения нагрузки по круговой площадке.

Рис. 1. Схемы загрузки: а – нагрузка равномерно-распределенная; б – нагрузка в виде конуса $P_i = P(1 - x/R)$; в – изменение нагрузки по параболе $P_i = P(1 - x^2/R^2)$

Для вычисления вертикальных напряжений по центральной оси необходимо выражение (1) проинтегрировать по площади заглабления, т.е. вычислить

$$\sigma_z = \frac{3P \cdot z^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3P \cdot z^3}{2\pi} \left| \frac{1}{3z^3} - \frac{1}{3(\sqrt{R^2 + z^2})^3} \right| =$$

$$= P \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{R^2}{z^2}\right)^{3/2}} \right]. \quad (2)$$

При приложении нагрузки, изменяющейся по закону конуса (рис. 1, б), т.е. $P_i = P(1 - x/R)$, вертикальные напряжения можно вычислить по формуле

$$\sigma_z = \frac{3P \cdot z^3}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{\left(1 - \frac{x}{R}\right) \cdot x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{3P \cdot z^3}{2\pi} \left| \frac{1}{3z^3} - \frac{1}{3z^2 \sqrt{R^2 + z^2}} \right| =$$

$$= P \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right].$$

При $z = 0$, значение $\sigma_z = P$.

При приложении нагрузки, изменяющейся по закону параболы (рис. 1, в), вертикальные напряжения по центральной оси могут быть вычислены по выражениям

$$\sigma_z = \frac{3P \cdot z}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \frac{x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{P}{R^2} \left| \frac{z^3}{\sqrt{R^2 + z^2}} - 2z^2 + R^2 \right|. \quad (4)$$

При $z = 0$, значение $\sigma_z = P$.

В соответствии с решением Буссинеска вертикальные перемещения точек основания от действия единичной сосредоточенной силы

$$S = \frac{(1 + \mu)P}{2\pi \cdot E} \left[\frac{z^2}{R^3} + 2(1 - \mu) \frac{1}{R} \right], \quad (5)$$

где μ – коэффициент Пуассона грунта.

Для определения осадки токи основания по центральной вертикали загруженной круговой площадки необходимо проинтегрировать выражение (5) по площади круга, т.е. решить интеграл:

$$\begin{aligned} S &= \frac{(1 + \mu)P \cdot z^2}{2\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{x \cdot dx \cdot d\varphi}{(\sqrt{x^2 + z^2})^3} + \frac{(1 - \mu)^2 P^2}{\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{x \cdot dx \cdot d\varphi}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \\ &= \frac{(1 + \mu)P}{E} \left[z - \frac{z^2}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] + \frac{(1 - \mu)^2 2P}{E} (\sqrt{R^2 + z^2} - z). \end{aligned} \quad (6)$$

Или при $z = 0$, получим известное решение

$$S = \frac{(1 - \mu)^2 P \cdot d}{E}. \quad (7)$$

При приложении нагрузки в виде конуса величина осадки может быть вычислена по формуле

$$\begin{aligned} S &= \frac{(1 - \mu^2)P}{\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{(1 - \frac{x}{R})x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{(1 + \mu)P \cdot z^2}{2\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{(1 - \frac{x}{R})x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{(1 - \mu^2)P}{E} \left[\sqrt{R^2 + z^2} + z^2/R \cdot \ln(R + \sqrt{R^2 + z^2}) - 1/R \cdot z^2 \ln(z) + 2z \right] + \\ &\quad + \frac{z^2(1 + \mu)P}{E \cdot R} \left[\ln(z) + R - \ln(R + \sqrt{R^2 + z^2}) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Или при $z = 0$

$$S = \frac{(1 - \mu^2)P \cdot d}{2E}. \quad (9)$$

При приложении нагрузки, изменяющейся по закону параболы, величина осадки на центральной вертикали может быть вычислена по формуле

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{(1-\mu^2)P}{\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{\left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{(1+\mu)P \cdot z^2}{2\pi \cdot E} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{\left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) x \cdot dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \\
 &= \frac{(1-\mu^2)2P}{E} \left[\frac{2}{3} \frac{(R^2 + z^2)^{3/2}}{R^2} - \frac{1}{3} z \cdot \frac{2z^2 + 3R^2}{R^2} \right] + \\
 &\quad + \frac{P(1+\mu) \cdot z^2}{E \cdot R^2} \left[\frac{R^2 + 2z^2}{z} - \sqrt{R^2 + z^2} \right].
 \end{aligned} \tag{10}$$

Или при $z = 0$

$$S = \frac{2}{3} \frac{(1-\mu^2)P \cdot d}{E}. \tag{11}$$

Библиографический список

1. Пилягин А.В. Об определении модуля общей деформации грунтов по данным полевых испытаний // ОФМГ. – 2013. – № 2. – С. 25–29.

2. Пилягин А.В. Напряженно-деформированное состояние оснований фундаментов зданий и сооружений. – Чебоксары: Изд-во Чебоксар. политехн. ин-та, 2010. – 262 с.

References

1. Pilyagin A.V. Ob opredelenii modulya obshchej deformatsii gruntov po dannym polevykh ispytaniy [On the determination of total soil deformation modulus according to field trials]. *Osnovaniya, fundamenty i mehanika gruntov*, 2013, no. 2, pp.25-29.

2. Pilyagin A.V. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie osnovanij funda-mentov zdaniy i sooruzhenij [Stress-strain state of foundations of buildings and structures]. *Cheboksary politekhnichesciy institut*, 2010. 262 s.

Об авторах

Пилягин Алексей Васильевич (Чебоксары, Россия) – доктор технических наук, заведующий кафедрой Чебоксарского политехнического института, филиала Московского государственного машиностроительного университета (МАМИ); e-mail: pilyagin.alexei@yandex.ru

About the authors

Pilyagin Aleksey Vasilevich (Togliatti, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Head of Cheboksary Polytechnic Institute, a branch of the Moscow State University of machine-building (MAMI); e-mail: pilyagin.alexei@yandex.ru

Получено 31.03.2014