DOI [https://doi.org/10.15589/znp2019.3\(477\).7](https://doi.org/10.15589/znp2019.3(477).7)
УДК 536.46 + 544.454.3

GEOMETRY OF DETONATION FRONT AND THE DETONATION INITIATION PROBLEM

ГЕОМЕТРИЯ ДЕТОНАЦИОННОГО ФРОНТА И ПРОБЛЕМА ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ

ГЕОМЕТРИЯ ДЕТОНАЦІЙНОГО ФРОНТУ І ПРОБЛЕМА ІНІЦІЮВАННЯ ДЕТОНАЦІЇ

Viktor E. Volkov¹

viktor@te.net.ua

ORCID: 0000-0002-3990-8126

Anastasiia V. Kovalenko²

virgonass@gmail.com

ORCID: 0000-0002-0563-6150

В. Э. Волков¹,

докт. техн. наук, профессор

А. В. Коваленко²,

аспирант

¹*Odessa I. I. Mechnikov National University, Odessa*

²*Odessa National Academy of Food Technologies, Odessa*

¹*Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова, г. Одесса*

²*Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса*

¹*Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, м. Одеса*

Abstract. The purpose of this article is to develop a method for theoretical estimation of the detonation cell size, which allows to solve the problem of the detonation initiation in a wide channel or a round pipe of large diameter, as well as in open space.

Methodology. The problem is solved by the methods of the classical hydrodynamic stability theory using linear algebra, the theory of differential equations and the theory of the complex variable functions. From a mathematical point of view, the problem of the stability of a detonation wave reduces, depending on the model of stationary detonation, to the eigenvalue problem either for a system of ordinary linear homogeneous differential equations, or for a system of ordinary linear homogeneous algebraic equations. In the first case, the problem is solved approximately (the Euler method is used analytically for solving a system of ordinary differential equations), and in the second, exactly. The roots of the obtained in this way to find the eigenvalues of the characteristic equations containing polynomials or quasi-polynomials on the left side are determined using standard numerical methods.

Results. The proposed method not only allows to calculate the pulsating cellular structure of gas detonation and to estimate the average size of the detonation cell, but also explains the presence of limiting detonation regimes – spin and gallop. The inverse proportional dependence of the cell size on the initial pressure of the combustible gas mixture is proved. The results obtained are consistent with experimental data and with the results of numerical simulation of the detonation waves propagation in channels and pipes.

Scientific novelty. The method of theoretical estimation of the detonation cell size, based on the hydrodynamic stability theory, has been improved, which made it possible to develop a comprehensive methodology for solving the problem of the detonation initiation in wide pipes and channels and in open space. The possibility of initiating detonation when entering a wide pipe (channel) or into open space is determined by the ratio between the diameter of the output pipe (channel) and the size of the detonation cell.

Practical significance. The proposed method can be used to create decision support systems on issues of explosion safety and explosion protection.

Key words: detonation; hydrodynamic instability; detonation cell; detonation limits; eigen-value problem.

Аннотация. Цель работы – разработка метода теоретической оценки размера детонационной ячейки, позволяющего решить задачу об иницировании детонации в широком канале или в круглой трубе большого диаметра, а также в открытом пространстве.

Методика. Задача решена методами классической теории гидродинамической устойчивости с применением линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений и теории функций комплексной переменной. С математической точки зрения задача об устойчивости детонационной волны сводится, в зависимости от модели

стационарной детонации, к задаче на собственные значения либо для системы обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений, либо для системы обыкновенных линейных однородных алгебраических уравнений. В первом случае задача решается приближенно (аналитически применяется метод Эйлера решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений), а во втором – точно. Корни полученных таким образом для отыскания собственных значений характеристических уравнений, содержащих в левой части полиномы или квазиполиномы, определяются применением стандартных численных методов.

Результаты. Предложенный метод не только позволяет рассчитывать пульсационную ячейистую структуру газовой детонации и оценивать средний размер детонационной ячейки, но и объясняет наличие предельных детонационных режимов – спина и галопа. Доказана обратно пропорциональная зависимость размера ячейки от начального давления исходной газовой смеси. Полученные результаты согласуются с данными экспериментов и с результатами численного моделирования распространения детонационных волн в каналах и в трубах.

Научная новизна. Усовершенствован метод теоретической оценки размера детонационной ячейки, основанный на теории гидродинамической устойчивости, что позволило разработать комплексную методику решения задачи об иницировании детонации в широких трубах и каналах и в открытом пространстве. Возможность иницирования детонации при выходе в широкую трубу (канал) или в открытое пространство определяется соотношением между диаметром выходной трубы (канала) и размером детонационной ячейки.

Практическая значимость. Предложенный метод может быть использован для создания интеллектуальных систем поддержки принятия решений по вопросам взрывобезопасности и взрывозащиты.

Ключевые слова: детонация; гидродинамическая неустойчивость; детонационная ячейка; пределы детонации; задача на собственные значения.

Анотація. Мета роботи – розробка методу теоретичної оцінки розміру детонаційної комірки, що дозволяє розв'язати задачу про ініціювання детонації в широкому каналі або у круглій трубі великого діаметра, а також у відкритому просторі.

Методика. Задачу розв'язано методами класичної теорії гідродинамічної стійкості із застосуванням лінійної алгебри, теорії диференціальних рівнянь і теорії функцій комплексної змінної. З математичного погляду задача про стійкість детонаційної хвилі зводиться, залежно від моделі стаціонарної детонації, до задачі на власні значення для системи звичайних лінійних однорідних диференціальних рівнянь або для системи звичайних лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь. У першому випадку задача розв'язується наближено (аналітично застосовується метод Ейлера розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь), а у другому – точно. Корені отриманих таким чином для відшукування власних значень характеристичних рівнянь, що містять у лівій частині поліноми або квазіполіноми, визначаються застосуванням стандартних числових методів.

Результати. Запропонований метод не тільки дозволяє розраховувати пульсаційну комірчасту структуру газової детонації й оцінювати середній розмір детонаційної осередки, а й пояснює наявність граничних детонаційних режимів – спину та галопа. Доведено обернено пропорційну залежність розміру комірки від початкового тиску первинної газової суміші. Отримані результати узгоджені з даними експериментів і з результатами числового моделювання поширення детонаційних хвиль у каналах і трубах.

Наукова новизна. Удосконалено метод теоретичної оцінки розміру детонаційної комірки, заснований на теорії гідродинамічної стійкості, що дозволило розробити комплексну методику розв'язання задачі про ініціювання детонації в широких трубах і каналах та у відкритому просторі. Можливість ініціювання детонації за виходу у широку трубу (канал) або у відкритий простір визначається співвідношенням між діаметром вихідної труби (каналу) і розміром детонаційної комірки.

Практична значимість. Запропонований метод може бути використаний для створення інтелектуальних систем підтримки ухвалення рішень із питань вибухобезпеки і вибухозахисту.

Ключові слова: детонація; гідродинамічна нестійкість; детонаційна комірка; границі детонації; задача на власні значення.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Важнейшей теоретической проблемой обеспечения взрывобезопасности является задача о выходе детонационной волны из канала прямоугольного сечения или из круглой трубы большого диаметра в канал или трубу существенно большего диаметра, а в предельном случае – в открытое пространство [1, с. 126–131; 2, с. 201]. При этом предполагается, что и каналы, и трубы (и – в пределе – открытое простран-

ство) заполнены одной и той же по химическому составу взрывчатой (детонационноспособной) газовой смесью. С этой проблемой непосредственно связана и другая – проблема возможности иницирования детонации в заданном взрывчатом объеме, т.е. вопрос о минимальном диаметре облака газовой смеси, в котором в принципе возможно иницирование детонации [1, с. 130; 3, с. 1]. Решение этих проблем необходимо для:

- проектирования взрывобезопасных объектов (промышленных или транспортных);
- разработки и создания детонационных ловушек [1, с. 228; 4, с. 99] и других средств обеспечения взрывозащиты;
- разработки математического, информационного и программного обеспечения АСУ потенциально взрывоопасными (детонационноопасными) объектами [5, с. 119–120].

Из разнообразных экспериментов [1, с. 130] известно, что критический диаметр трубы $d_{кр}$, при котором происходит восстановление детонации при её выходе в трубу большего сечения, определяется как $d_{кр} = n \times \Delta$, где Δ – средний размер детонационной ячейки, т.е. размер неоднородностей (расстояние между поперечными волнами в детонационной волне с регулярной ячеистой структурой [6, с. 10]), а n – целое число, которое является фиксированным для каждого вида горючей смеси (например, $n = 13$ для стехиометрической смеси ацетилена с кислородом [1, с. 130]). В свою очередь, минимальный диаметр d_{min} облака, способного к детонации, пропорционален $d_{кр}$ [1, с. 129–130].

Таким образом, определяющим фактором при инициировании детонации в широкой трубе (канале) или в открытом пространстве является геометрия детонационного фронта в узкой трубе (канале). Зная для данной горючей смеси величину Δ среднего размера детонационной ячейки, можно легко определить количество n детонационных ячеек, укладываемых по известному диаметру трубы или канала, а также рассчитать d_{min} и $d_{кр}$. Поэтому решение поставленной задачи о выходе детонационной волны в широкую трубу (канал) или в открытое пространство сводится к определению размера детонационной ячейки.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Аналитическим оценкам размера детонационной ячейки Δ посвящено весьма небольшое число исследований [7, с. 138; 8, с. 89], а корректное применение разнообразных численных методов [1, с. 25; 9, с. 97; 10, с. 317] в основном ограничено случаем канала прямоугольного сечения, который моделируется как плоский канал. Успешное численное моделирование трехмерной детонации в круглой трубе [11, с. 49] произведено фактически в предположении, что структура детонационной волны изначально известна; по этой причине наиболее удачно описан [11, с. 49] процесс распространения спиновой детонации [1, с. 59; 12, с. 50; 13, с. 243]. Настоящее исследование позволяет аналитически оценивать размер детонационной ячейки (средний размер неоднородности детонационного фронта) для детонационных волн, распространяющихся как в каналах прямоугольного сечения, так и в круглых трубах. Кроме того, численный анализ структуры детонационных волн требует наличия значительных компьютер-

ных ресурсов и больших затрат машинного времени, поэтому его применение в обеспечивающих подсистемах АСУ потенциально взрывоопасными объектами весьма затруднительно; именно по этой причине необходимы относительно простые аналитические методы оценки размера детонационной ячейки Δ .

Целью исследования является разработка достаточно простого (не требующего применения численных методов газовой динамики) метода теоретической оценки размера детонационной ячейки. Этот метод в дальнейшем может быть использован для создания ИСППР (интеллектуальных систем поддержки принятия решений) по вопросам взрывобезопасности и взрывозащиты.

Основными **методами** настоящего исследования являются методы математической теории гидродинамической устойчивости [14, с. 137, 143, 147, 152, 668], а также математические методы линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными), теории функций комплексной переменной. **Объектом исследования** является процесс распространения детонационных волн в газовых смесях, а **предметом исследования** – геометрическая структура таких волн.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Математическая постановка задачи и ее решение. Как указано выше, экспериментальное исследование распространения волн детонации в газах показывает, что в подавляющем большинстве случаев химическая реакция приобретает характер сильных пульсаций. При этом неравномерное протекание реакции вызывает искажения (неоднородности) во фронте движущейся впереди ударной волны.

Если начальное давление исходной горючей смеси является достаточно высоким – близким к атмосферному (что соответствует подавляющему большинству ситуаций, с которыми приходится сталкиваться на практике) или выше – фронт детонационной волны имеет ячеистую структуру (Рис. 1, 2).

Рис. 1. Фотография следов, оставленных фронтом волны детонации на закопченной пластине, помещенной в торце трубы [13, с. 244]. Детонация смеси водорода с кислородом ($2H_2 + O_2$) в трубе при начальном давлении 300 мм рт. ст.

Рис. 2. Ячеистая структура детонационной волны, зафиксированная следовым методом [6, с. 10]

Рис. 3. Фотография головы детонационного спина [13, с. 243]

При достаточно низком начальном давлении осуществляется режим так называемой спиновой детонации, при котором на фронте детонационной волны возникает излом, вращающийся по винтовой линии – так называемая спиновая детонация (Рис. 3). Дальнейшее снижение начального давления приводит к квазиодномерному галопирующему режиму [1, с. 64; 15, с. 118] и затуханию детонации.

Для объяснения происхождения указанных выше детонационных структур, а также для расчета их внутренних характеристических масштабов – в первую очередь столь важного геометрического показателя, как средний размер ячеек Δ – рассмотрена математическая задача об устойчивости детонационной волны по отношению к слабым внутренним возмущениям [7, с. 134; 8, с. 86].

Исследована устойчивость самоподдерживающихся детонационных волн (волн Чепмена-Жуге) [13, с. 175; 14, с. 673; 16, с. 5], распространяющихся как в каналах с прямоугольным сечением, так и в круглых цилиндрических трубах. При этом канал с прямоугольным сечением моделируется как плоский (трехмерная задача сводится к двумерной).

Для исследования на устойчивость были рассмотрены следующие две модели стационарной детонации:

1) ЗНД-модель, т.е. модель Зельдовича – Неймана (von Neumann) – Деринга (Döring) [13, с. 198; 17, с. 87], учитывающая непрерывный характер распределения термодинамических и газодинамических параметров за ведущим ударным фронтом (Рис. 4);

2) двухфронтная модель детонационной волны [12, с. 29; 13, с. 198; 16, с. 3], которая предполагает наличие за ударным фронтом зоны индукции, в которой тепловыделение за счет химических превра-

щений отсутствует, и зоны продуктов детонации, разделенных фронтом мгновенного сгорания $x = 0$ (Рис. 4); эта модель в обзорной статье К. Волкова и П. Булата, вопреки общепринятой терминологии, названа ЗНД-моделью [16, с. 3], хотя, очевидно, впервые ее применил для исследования процессов детонации К. Щелкин [12, с. 29]. Двухфронтная модель вполне адекватно отражает детонационный процесс в однородных газовых смесях, а также в некоторых гетерогенных системах [18, с. 425].

Рис. 4. Профиль давления в ЗНД-модели детонационной волны и в двухфронтной модели

Задача об устойчивости детонации рассмотрена в подвижной системе координат, связанной с ведущим ударным фронтом стационарной детонационной волны. В случае детонации в круглой трубе все уравнения и граничные условия рассматриваются в цилиндрической системе координат.

Течение газа описывается системой уравнений неразрывности [14, с. 15], Эйлера [14, с. 16] и баланса энергии [19, с. 13]

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{u} = 0 \\ \rho \frac{d\bar{u}}{dt} + \operatorname{grad} p = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho E + \frac{\rho u^2}{2} \right) + \operatorname{div} \left[\bar{u} \left(\rho E + p + \frac{\rho u^2}{2} \right) \right] = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где ρ – плотность, $\bar{u}$ – вектор скорости, $u^2 = \bar{u}^2$, p – давление, E – удельная внутренняя энергия.

При рассмотрении устойчивости стационарной детонации в ЗНД-модели система (1) дополняется уравнением химической кинетики в общем виде:

$$\frac{d\beta}{dt} = f(\beta, p, \rho), \quad (2)$$

где β – массовая доля непрореагировавшего вещества, причём

$$E = e + \beta Q, \quad (3)$$

Q – выделение энергии в единице массы горючей смеси, $e = e(p, \rho)$. В частном случае совершенного (идеального) газа:

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \text{const}, \quad (4)$$

где γ – отношение теплоемкостей.

Функция f в уравнении химической кинетики (2) предполагается достаточно гладкой, как и функция $e(p, \rho)$, выражающая уравнение состояния вещества.

При рассмотрении распространения детонации в круглой трубе все дифференциальные уравнения записываются в цилиндрической системе координат.

Для исследования устойчивости стационарной детонационной волны на течение газа и поверхность ударно-детонационного фронта (а в случае двухфронтной модели стационарной детонации – и на поверхность фронта мгновенного сгорания, отделяющую зону индукции «1» от зоны продуктов детонации «2») налагаются малые возмущения вида $\sim \exp(-i\omega t)$. Линеаризация системы дифференциальных уравнений с частными производными, включающей в себя уравнения Эйлера, неразрывности и (для ЗНД-модели) химической кинетики, производится по известной схеме Л. Ландау [14, с. 138–139]. При этом предполагается, что химическая реакция в возмущенном состоянии протекает так же, как и в невозмущенном, а вид уравнения состояния среды при наложении возмущений не изменяется; эти предположения представляются вполне оправданными ввиду малости возмущений.

Все возмущения удовлетворяют условиям ограниченности на бесконечности, а в случае детонации в круглой трубе – условиям симметричности и регулярности вдоль оси трубы [20, с. 799]. При этом следует учитывать тот факт, что возмущения в области исходной горючей смеси «0» отсутствуют, так как детонационная волна распространяется со сверхзвуковой скоростью. Граничными условиями являются условия непроницаемости стенок круглой трубы или плоского канала (равенство нулю нормальной составляющей скорости на этих поверхностях); эти условия дискретизируют спектр возмущений – например, условие непроницаемости стенок плоского канала с необходимостью приводит к выводу о целом числе длин полуволн возмущений, укладывающихся по ширине канала.

В качестве граничных условий на ведущем ударном фронте (а в случае двухфронтной модели стационарной детонации – и на поверхности фронта мгновенного сгорания) применяются законы сохранения массы, импульса (количества движения) и энергии.

С математической точки зрения указанная задача сводится к задаче на собственные значения для системы обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений, а в случае двухфронтной модели стационарной детонации – для системы обыкновенных линейных однородных алгебраических

уравнений. В последнем случае задача решается аналитически точно, а для ЗНД-модели – приближенно (аналитически применяется метод Эйлера решения обыкновенных дифференциальных уравнений).

Для разных случаев получены характеристические уравнения (относительно безразмерного собственного числа z) вида:

$$F(z) = 0, \quad (5)$$

где

$$z = \frac{-i\omega L}{u_1}, \quad (6)$$

u_1 – скорость сжатого газа непосредственно за ведущим ударным фронтом стационарной детонационной волны, L – протяженность зоны между ведущим ударным фронтом и продуктами детонации, а $F(z)$ – весьма громоздкая функция, имеющая полиномиальный (для ЗНД-модели) или квазиполиномиальный (для двухфронтной модели) вид. Причем в случае двухфронтной модели детонации искомое безразмерное собственное число z согласно формуле (6) может быть представлено в виде:

$$z = -i\omega\tau, \quad (7)$$

где $\tau = \frac{L}{u_1}$ (τ – период индукции, L – ширина зоны индукции).

Для двухфронтной модели детонации функция $F(z)$ имеет вид квазиполинома без главного члена [11, с. 125], который по теореме Понтрягина всегда неустойчив [11, с. 125]. Для ЗНД-модели функция $F(z)$ имеет вид полинома, который также неустойчив.

Теоретический анализ уравнения (5) и численный анализ его корней позволяют рассчитывать пульсационную структуру газовой детонации с достаточно высокой степенью точности.

Развитие искривлений фронта детонационной волны и возникновение на нем изломов – тройных ударно-детонационных конфигураций – связаны с возмущениями, имеющими наибольшую скорость нарастания. Отбор возмущения, наиболее быстро нарастающего со временем, позволяет определить длину волны λ_m такого возмущения. Именно величина λ_m является оценкой среднего размера неоднородностей фронта детонации Δ , т.е. среднего размера детонационных ячеек, наблюдаемых в экспериментах (Рис. 1, 2).

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложенный численно-аналитический метод исследования развития малых возмущений детонационных волн не только позволяет:

– рассчитать пульсационную ячеистую структуру газовой детонации и оценить средний размер ячейки Δ ;

– доказать обратно пропорциональную зависимость размера ячейки Δ от начального давления газовой смеси;

– объяснить наличие предельных детонационных режимов – спинового и галолирующего – и рассчитать их параметры, а также предоставляет возможность уточнить пределы детонации;

– объяснить теоретически наблюдаемую экспериментально [1, с. 64; 15, с. 118] неоднородность галолирующего режима детонации.

Конкретные расчеты произведены для уравнений химической кинетики (2) аррениусовского типа.

Полученные результаты согласуются с данными экспериментов и наблюдений, а также с результатами численного моделирования распространения детонационных волн в каналах и в трубах.

ВЫВОДЫ

Очевидно, что определение из решения задачи об устойчивости размера неоднородностей и их числа вдоль диаметра трубы (канала) позволяет решить как вопрос об иницировании детонации при переходе детонационной волны из узкой трубы в широкую (или в открытое пространство), так и вопрос об иницировании детонации в заданном взрывчатом объеме.

REFERENCES

- [1] Netleton M. (1989) Detonaciya v gazah [Gas detonation]. M.: Mir. [in Russian]
- [2] Levin V.A., Markov V.V., Zhuravskaya T. A., Osinkin S. F. (2005) Nelinejnye volnovye processy pri iniciirovanii i rasprostraneni gazovoj detonacii [Nonlinear wave processes in the initiation and propagation of gas detonation]. Trudy MIAN, Obsheinstitskiy seminar "Matematika i ee prilozheniya" Matematicheskogo instituta im. V.A. Steklova Rossijskoj akademii nauk, vol. 251, pp. 200–214.
- [3] Chunhua Bai, Ye Wang, Jianping Li, Mingsheng Chen (2016) Influences of the Cloud Shape of Fuel-Air Mixtures on the Overpressure Field. Shock and Vibration. <http://dx.doi.org/10.1155/2016/9748536>
- [4] U. Bejker, P. Koks, P. Uestajn (1986) Vzryvnye yavleniya. Ocenka i posledstviya [Explosive phenomena. Assessment and consequences.]. M.: Mir. p. 319. [in Russian]
- [5] Volkov V.E. (2007). Teoreticheskie voprosy vzryvobezopasnosti [Theoretical issues of explosion safety]. Naukovi praci Odeskoyi nacionalnoyi akademiyi harchovih tehnologij, no. 31(Vol. 1), pp. 117–120.
- [6] Vasiliev A.A. (2015). Yacheistye struktury mnogofrontovoy detonacionnoy volny i iniciirovanie (obzor) [Cellular structures of a multi-front detonation wave and initiation (review)]. Fizika goreniya i vzryva, no. 1 51(Vol. 51), pp. 9–30.
- [7] Aslanov S.K., Volkov V.E., Tsarenko A.P. (1999). Matematicheskij analiz struktury detonacionnyh voln v razlichnyh sredah [Mathematical analysis of the structure of detonation waves in various media]. Visnyk Odeskogo derzhavnogo universytetu, no.4 (Vol. 4), pp. 34–140.
- [8] Aslanov S.K., Volkov V.E. (2005). Neustojchivost i struktura detonacii v shematizirovannoy kamere sgoraniya [Instability and detonation structure in a schematized combustion chamber]. Himicheskaya fizika, no.7(Vol. 24), pp. 86–90.
- [9] Taki S., Fujiwara T. (1978). Chislennyj analiz dvumernyh nestacionarnyh detonacionnyh voln [Numerical analysis of two-dimensional unsteady detonation waves]. Raketnaya tehnika i kosmonavtika, no.1(Vol. 16), pp.93–98.
- [10] Markov V.V. (1981). Chislennoe modelirovanie obrazovaniya mnogofrontovoy struktury detonacionnoy volny [Numerical simulation of the formation of a multi-front structure of a detonation wave]. DAN of the USSR, no.2(Vol. 258), pp. 314–317.
- [11] Levin V.A., Manuylovich I.S., Markov V.V. (2015). Iniciirovanie i rasprostranenie mnogomernyh voln detonacii [Initiation and propagation of multidimensional detonation waves]. Fizika goreniya i vzryva, no.1(Vol. 51), pp.47–55.
- [12] Shchelkin K.I., Troshin Y.K. (1963). Gazodinamika goreniya [Gas dynamics of combustion]. M.: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR. p.256. [in Russian]
- [13] Zverev I.N., Smirnov N.N. (1987). Gazodinamika goreniya [Gas dynamics of combustion]. M.: Publishing House of Moscow State University. p.307. [in Russian]
- [14] Landau L.D., Lifshits E.M. (1986). Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika [Theoretical physics. Hydrodynamics]. M.: Science. Ch. ed. Phys.-Math. Lit. p.736. [in Russian]
- [15] Ulyanitsky V.Yu. (1981). Issledovanie galopiruyushego rezhima gazovoj detonacii [Investigation of the galloping regime of gas detonation]. Fizika goreniya i vzryva. no.1(Vol. 17), pp.118–124.
- [16] Volkov K.N., Bulat P.V. (2015). Istoriya issledovaniya detonacionnogo goreniya [History of the study of detonation combustion]. Udarnye volny: Sbornik statej. Krasnodar: Publishing House – SOUTH. pp 105–128. [in Russian]
- [17] Zeldovich Ya.B., Kompaneyets A.S. (1955). Teoriya detonacii [The theory of detonation]. M.: Gostekhizdat. p. 268. [in Russian]
- [18] Nigmatulin R.I. (1987). Dinamika mnogofaznyh sred, Ch.1 [The dynamics of multiphase media, part 1.]. M.:Science. Ch. ed. Phys.-Math. lit. p.464. [in Russian]
- [19] Korobeinikov V.P. (1985). Zadachi teorii tochechnogo vzryva [Problems of the theory of point explosion]. M.: Science. Ch. ed. Phys.-Math. lit. p.400. [in Russian]
- [20] Pukhnachev V.V. (1963). Ob ustojchivosti detonacii Chepmena-Zhughe [On the stability of the Chapman-Jouguet detonation]. DAN of the USSR, no.4(Vol. 149), pp. 798–801.
- [21] Postnikov M.M. (1981). Ustojchivye polinomy [Stable polynomials]. M.: Science. Ch. ed. Phys.-Math. lit. p.176. [in Russian]

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нетлетон М. Детонация в газах. Москва : Мир, 1989. С. 280.
- [2] Нелинейные волновые процессы при инициировании и распространении газовой детонации / В. Левин и др. *Труды Математического института имени В.А. Стеклова*. 2005. Т. 251. С. 200–214.
- [3] Chunhua Bai, Ye Wang, Jianping Li, Mingsheng Chen Influences of the Cloud Shape of Fuel-Air Mixtures on the Overpressure Field. *Shock and Vibration*. 2016. URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/9748536>.
- [4] Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. Взрывные явления. Оценка и последствия. Москва : Мир, 1986. С. 319.
- [5] Волков В. Теоретические вопросы взрывобезопасности. *Наукові праці Одеської національної академії харчових технологій*. 2007. № 31 (1). С. 117–120.
- [6] Васильев А. Ячеистые структуры многофронтной детонационной волны и инициирование. *Физика горения и взрыва*. 2015. № 1 (51). С. 9–30.
- [7] Асланов С., Волков В., Царенко А. Математический анализ структуры детонационных волн в различных средах. *Вісник Одеського державного університету*. 1999. № 4 (4). С. 134–140.
- [8] Асланов С., Волков В. Неустойчивость и структура детонации в схематизированной камере сгорания. *Химическая физика*. 2005. № 7 (24). С. 86–90.
- [9] Таки С., Фудзивара Т. Численный анализ двумерных нестационарных детонационных волн. *Ракетная техника и космонавтика*. 1978. № 1 (16). С. 93–98.
- [10] Марков В. Численное моделирование образования многофронтной структуры детонационной волны. *ДАН СССР*. 1981. № 2 (258). С. 314–317.
- [11] Левин В., Мануйлович И., Марков В. Иницирование и распространение многомерных волн детонации. *Физика горения и взрыва*. 2015. № 1 (51). С. 47–55.
- [12] Щелкин К., Трошин Я. Газодинамика горения. Москва : АН СССР, 1963. С. 256.
- [13] Зверев И., Смирнов Н. Газодинамика горения. Москва : МГУ, 1987. С. 307.
- [14] Ландау Л., Лифшиц Е. Теоретическая физика. Гидродинамика. Москва, 1986. С. 736.
- [15] Ульяницкий В. Исследование галопирующего режима газовой детонации. *Физика горения и взрыва*. 1981. № 1 (17). С. 118–124.
- [16] Волков К., Булат П. История исследования детонационного горения. *Ударные волны : сборник статей*. Краснодар : ИД «Юг», 2015. С. 105–128.
- [17] Зельдович Я., Компанеев А. Теория детонации. Москва : Гостехиздат, 1955. С. 268.
- [18] Нигматулин Р. Динамика многофазных сред. Москва, 1987. С. 464.
- [19] Коробейников В. Задачи теории точечного взрыва. Москва, 1985. С. 400.
- [20] Пухначёв В. Об устойчивости детонации Чепмена-Жуге. *ДАН СССР*. 1963. № 4 (149). С. 798–801.
- [21] Постников М. Устойчивые полиномы. Москва, 1981. С. 176.