DOI [https://doi.org/10.15589/znp2019.1\(475\).5](https://doi.org/10.15589/znp2019.1(475).5)
УДК 621.791.052.4:539.4.013.3

STRESSES CALCULATION NEAR ROOT REINFORCEMENT OF BUTT WELDED JOINT

РАСЧЁТ НАПРЯЖЕНИЙ ВБЛИЗИ КОРНЕВОГО УСИЛЕНИЯ СТЫКОВОГО СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ

Andrii V. Moltasov
moltasov@gmail.com
ORCID: 0000-0002-5025-4055

Pavlo M. Tkach
pavlotkach78@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1069-4128

А. В. Молтасов,
канд. техн. наук

П. Н. Ткач,
канд. техн. наук, доцент

E. O. Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv
Институт электросварки имени Е. О. Патона Национальной академии наук Украины, г. Киев

Abstract. The aim of this work was to develop an analytical method for stresses calculating near the root weld side of the butt welded joint with asymmetric reinforcement under tension. The methodology for the desired stresses determining is based on the hypothesis of broken sections and involves the establishment of a relationship between the stresses distributed over the broken sections and the external force factors acting on the section with weld reinforcement. It was assumed that the transition zones from the weld to the base metal and the convexity of the weld are described by arcs of contiguous circles. As a result, analytical relationships that describe the variation of the first principal stress under tension and bending, both along the contour of the transition zone to the base metal of the root weld side, and along the joint depth were established. Formulas for explicitly determining the stress concentration factor at the fillet of the root reinforcement depending on the geometric dimensions of the face-side and root-side reinforcements are obtained. The scientific novelty of the method is that it takes into account the increasing of the cross section due to convexity on the face side as well as bending stresses due to the eccentricity of the load application in the section with asymmetric weld reinforcement. Since the previously used method for determining the stress concentration factor gave very erroneously low results on the root side of the joint, the proposed method can find practical application in predicting the fatigue strength characteristics of welded joints of this type. The practical example of calculation made for thin steel sheets butt welded joint according to the formulas of the proposed method is given. Its results show that the proportion of bending stresses in the maximum total stress is more than 40%. The stress diagrams plotted based on the relationships proposed in the work qualitatively correspond to the results of numerical calculations of stress fields by the finite element method (FEM). The quantitative deviation of the maximum stress which was calculated and obtained by FEM is about 6%.

Key words: butt welded joint; asymmetrical reinforcement; stress state; stress concentration; the root reinforcement; eccentricity.

Анотація. Метою роботи є розроблення аналітичного методу розрахунку напружень в околі кореневої опуклості шва під час розтягування стикового зварного з'єднання з асиметричним підсиленням. Методика визначення шуканих напружень базується на гіпотезі ламаних перерізів і передбачає встановлення зв'язку між напруженнями, розподіленими по ламаних перетинах, і зовнішніми силовими факторами, що діють на ділянку з підсиленням шва. Припускалося, що зони переходу від шва до основного металу та опуклості шва описуються дугами кіл, що дотикаються. У результаті встановлено аналітичні залежності, які описують зміну першого головного напруження як по контуру зони переходу від кореневої опуклості шва до основного металу, так і по глибині з'єднання під час розтягування та згинання. Отримано формули для визначення в явному вигляді коефіцієнта концентрації напружень біля підніжжя кореневої опуклості через геометричні розміри лицьового підсилення та підсилення на кореневій стороні. Наукова новизна методу полягає в тому, що він урахує збільшення поперечного перерізу за рахунок опуклості на лицевій стороні та згинальні напруження, зумовлені ексцентриситетом прикладення осьового навантаження на ділянку з асиметричним підсиленням зварного шва, оскільки метод визначення коефіцієнта концентрації напружень, який використовувався раніше, давав сильно занижені результати на кореневій стороні з'єднання. Практично використовувати запропонований метод можна під час прогнозування характеристик втомної міцності зварних з'єднань такого типу. На прикладі

практичного розрахунку тонколистового стикового зварного з'єднання зі сталі за формулами запропонованого методу показано, що частка напружень згину в максимальному сумарному напруженні становить більше ніж 40%. Контурні епюри напружень, побудовані за запропонованими в роботі залежностями, якісно відповідають результатам чисельних розрахунків полів напружень методом скінчених елементів. Якісно ж відхилення величини максимального напруження становило близько 6%.

Ключові слова: стикове зварне з'єднання; асиметричне підсилення; напружений стан; концентрація напружень; коренева опуклість; ексцентриситет.

Аннотация. Ранее при расчёте коэффициента концентрации напряжений на корневой стороне стыкового сварного соединения не учитывались напряжения изгиба, обусловленные эксцентриситетом приложения осевого усилия на участке с асимметричным усилением. Поэтому исследования были направлены на установление закономерностей распределения этих напряжений. В основу предлагаемой методики расчёта напряжений положена гипотеза ломаных сечений. Функциональная зависимость основных геометрических характеристик ломаных сечений от размеров усиления и обратного валика установлена в явном виде. Связь напряжений с внешними силовыми факторами определялась путём непосредственного интегрирования в квадратурах условий равновесия. В итоге разработан аналитический метод исследования напряжённого состояния, который учитывает все эффекты, характерные для корневой стороны рассматриваемого соединения. На примере показано, что точность разработанного метода достаточна для инженерных расчётов.

Ключевые слова: стыковое сварное соединение; асимметричное усиление; напряжённое состояние; концентрация напряжений; корневая выпуклость; эксцентриситет.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Концентрация напряжений в зоне перехода от шва к основному металлу является одним из основных факторов, определяющих сопротивление усталости сварных соединений [1]. Опыт показывает, что с концентрацией напряжений необходимо считаться не только при действии вибрационной нагрузки, но и при действии статической нагрузки, когда возможно хрупкое разрушение. Так, результаты испытаний образцов стыковых сварных соединений высокопрочных алюминиевых сплавов Д16Т1 и 1460Т1 на одноосное статическое растяжение показали, что разрушение происходит в зоне сплавления металла шва с основным металлом, где имеет место максимальный уровень концентрации напряжений [2]. Такие результаты объясняются хрупкостью зоны соединения, обусловленной структурным превращением в термически упрочняемых алюминиевых сплавах под воздействием термического цикла сварки плавлением [3].

Современные подходы к определению характеристик сопротивления усталости сварных конструкций предполагают определение номинальных напряжений вблизи швов с помощью метода конечных элементов (далее – МКЭ) с последующим умножением на теоретический коэффициент концентрации напряжений (далее – ККН), рассчитанный по соответствующим аналитическим зависимостям [4; 5].

До недавнего времени для определения ККН как на лицевой, так и на корневой стороне стыкового сварного соединения использовали формулу Станков-Костылева-Рыбина [6]. Однако эта формула не может быть использована для расчёта ККН в корневой части, так как поперечное сечение в зоне корневого концентратора более номинально за счёт усиления

на лицевой стороне, а также вследствие асимметрии усиления возникают напряжения изгиба, поскольку осевая нагрузка на участке с усилением приложена с эксцентриситетом.

В одном из последних обзоров литературных источников [7] показано, что имеющиеся на сегодняшний день расчётные зависимости для определения ККН в стыковых сварных соединениях предназначены для швов с односторонним или симметричным двусторонним усилением, в то время как соединения с асимметричным двусторонним усилением остаются без внимания. Поэтому разработка комплексного подхода к расчёту напряжений вблизи корневого усиления, который учитывает и увеличение сечения, и напряжение изгиба, является актуальной научно-практической задачей в области прочности, надёжности и долговечности сварных узлов элементов конструкций.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Влияние увеличения поперечного сечения за счёт лицевого усиления на распределение напряжений вблизи обратного валика исследовано в работе [8]. Как и следовало ожидать, учёт этого фактора привёл к значительному снижению напряжений в корневой части соединения. При этом напряжения изгиба, обусловленные эксцентриситетом приложения растягивающей нагрузки, приводят к снижению суммарной напряжённости на лицевой стороне соединения и повышению её на корневой стороне [9; 10].

Численный расчёт методом конечных элементов, проведенный в работе [11], показал, что в зонах перехода от обратного валика к основному металлу концентрируются как напряжения растяжения, так и

напряжения изгиба, и величина напряжений в этих зонах возрастёт сильнее, чем в образцах со снятой корневой выпуклостью. Однако аналитические зависимости для оценки степени повышения этих напряжений не были получены.

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исходя из вышеизложенного, настоящая работа посвящена разработке аналитического метода описания напряжённого состояния вблизи корневой усиления выражения и обоснованию математических формул для расчёта ККН в этих зонах.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

При проведении исследований использовалась идеализированная модель геометрической формы усиления на лицевой и корневой стороне соединения, которая описывает зоны перехода от шва к основному металлу и выпуклости шва дугами соприкасающихся окружностей (рис. 1).

В основу разрабатываемого метода положена гипотеза ломаных сечений [12]. Согласно положению этой гипотезы, через точку A , находящуюся на контуре зоны перехода корневой части шва к основному металлу, проведём ломаное сечение ABC так, что участок AB проводится нормально к контуру на глубину b_0 , а участок BC – перпендикулярно линии действия нагрузки (рис. 2).

При использовании принятой идеализированной модели глубина действия концентратора b_0 определяется формулой [13]

$$b_0 = 4\sqrt{2} \frac{r_r \cdot h_r}{\sqrt{g_r^2 + 4h_r^2}}, \quad (1)$$

где r_r – радиус перехода корневой части шва к основному металлу;

g_r и h_r – ширина и высота обратного валика соответственно.

Через точку A_1 таким же образом проведём ломаное сечение $A_1B_1C_1$ так, чтобы продолжения отрезков AB и A_1B_1 образовали бесконечно малый угол $\Delta\beta$ (см. рис. 2).

Растяжение. Согласно выкладкам работы [8], в результате перемещения сечения ABC в положение, указанное пунктиром (см. рис. 2), в волокне KF возникают нормальные напряжения растяжения

$$\sigma_u^T = \frac{KN \cdot E}{(r_r + b_{e1} - u) \cdot \Delta\beta}, \quad (2)$$

где E – модуль упругости первого рода.

Характеристика ломаного сечения b_{e1} изменяется от сечения к сечению по зависимости

$$b_{e1} = \frac{\delta + 2y_1 + 2r_r \cdot (1 - \cos \beta)}{2 \cos \beta}. \quad (3)$$

Здесь необходимо заметить, что геометрическая характеристика b_{e1} отличается от аналогичной характеристики b_1 из работы [8] наличием члена y_1 , который учитывает расстояние между осью приложения нагрузки и центрами инерции сечений (см. рис. 2).

Если продолжение отрезка AB пересекает линию центров инерции на участке, соответствующем вогнутой части корневой усиления, то

$$y_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{C_{t3}^2}{4} - C_{t2} + \Psi_t} - \frac{C_{t3}}{2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{C_{t3}}{2} - \sqrt{\frac{C_{t3}^2}{4} - C_{t2} + \Psi_t} \right)^2 + 4\sqrt{\frac{\Psi_t^2}{4} - C_{t0} - 2\Psi_t}}, \quad (4)$$

при этом

$$\Psi_t = \frac{C_{t2}}{3} + \sqrt[3]{-\frac{C_{tq}}{2} + \sqrt{\frac{C_{tq}^2}{4} + \frac{C_{tp}^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{C_{tq}}{2} - \sqrt{\frac{C_{tq}^2}{4} + \frac{C_{tp}^3}{27}}}, \quad (5)$$

Рис. 1. Геометрические параметры идеализированной модели стыкового сварного соединения с асимметричным усилением

где

$$C_{tp} = -\frac{1}{3}C_{t2}^2 + C_{t1} \cdot C_{t3} - 4C_{t0};$$

$$C_{tq} = -\frac{2}{27}C_{t2}^3 + \frac{1}{3}C_{t1} \cdot C_{t2} \cdot C_{t3} + \frac{8}{3}C_{t0} \cdot C_{t2} - C_{t0} \cdot C_{t3}^2 - C_{t1}^2;$$

$$C_{i0} = \frac{(4H_i^2 + g_r^2) \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \tan^2 \beta + 2g_r \cdot (K_i - H_i^2) \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \tan \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} - \frac{2(2r_r^2 + K_i) \cdot H_i^2 - K_i^2 - H_i^4}{16(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$C_{r1} = \frac{2 \left(4H_t^2 - 8H_t \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) + g_r^2 \right) \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) \cdot \tan^2 \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} +$$

$$+ \frac{2g_r \cdot \left(4H_t \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) - H_t^2 + K_t \right) \cdot \tan \beta + 8H_t \cdot (2r_r^2 + K_t - H_t^2)}{16(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$C_{i2} = \frac{\left(4 \left[(H_i - 2r_r - \delta)^2 - 2H_i \cdot (2r_r + \delta) \right] + g_r^2\right) \tan^2 \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} + \frac{8g_r \left(H_i - r_r - \frac{\delta}{2} \right) \tan \beta - 8(2r_r^2 + K_i - 3H_i^2)}{16(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$C_{t3} = \frac{2(2r_r + \delta - H_t) \cdot \tan^2 \beta - g_r \cdot \tan \beta - 4H_t}{2(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$H_t = h_f - R_f - r_r; \quad K_t = R_f^2 - r_r^2 - \frac{g_r^2}{4},$$

где δ – толщина основного металла; R_f и h_f – радиус выпуклой части и высота лицевого усиления соответственно.

Если же продолжение отрезка AB пересекает линию центров инерции на участке, соответствующем выпуклой части корневого усиления, тогда

$$y_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{C_{c3}^2}{4} - C_{c2} + \Psi_c} - \frac{C_{c3}}{2} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{C_{c3}}{2} - \sqrt{\frac{C_{c3}^2}{4} - C_{c2} + \Psi_c} \right)^2 + 4 \left(\frac{\Psi_c^2}{4} - C_{c0} - 2\Psi_c \right)}, \quad (6)$$

Параметр Ψ_c определяется аналогично Ψ_t с заменой в формуле (5) $C_{iq}, C_{ip}, C_{i0}, \dots, C_{i3}$ на $C_{cq}, C_{cp}, C_{c0}, \dots, C_{c3}$ соответственно, при этом

$$C_{c0} = \frac{4H_c^2 \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \tan^2 \beta - 4g_r \cdot H_c^2 \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \tan \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} + \frac{(2K_c + H_c^2 - 4R_f^2 + g_r^2) \cdot H_c^2 + K_c^2}{16(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$C_{cl} = \frac{2H_c \cdot \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot (H_c + 2r_r + \delta) \cdot \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} -$$

$$H_c \cdot [g_r \cdot (H_c + 4r_r + 2\delta) \cdot \tan \beta - (2K_c + 2H_c^2 - 4R_f^2 + g_r^2)]$$

Рис. 2. Построение ломаных сечений на контуре зоны перехода корневой части шва к основному металлу

$$C_{c2} = \frac{[(H_c + 2r_r + \delta)^2 + 2H_c \cdot (2r_r + \delta)] \cdot \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} -$$

$$-\frac{4g_r \cdot \left(H_c + r_r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \tan \beta - 2K_c - 6H_c^2 + 4R_f^2 - g_r^2}{4(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$C_{c3} = \frac{(2r_r + \delta + H_c) \cdot \tan^2 \beta - g_r \cdot \tan \beta + 2H_c}{1 + \tan^2 \beta};$$

$$H_c = R_f - h_f - R_r + h_r; \quad K_c = R_f^2 - R_r^2,$$

где R_r – радиус выпуклой части корневого усиления.

В то же время в волокне QS возникают нормальные напряжения растяжения

$$\sigma_v^T = \frac{KN \cdot E}{(r_r + b_0) \cdot \Delta\beta} . \quad (7)$$

Условие равновесия для соединения единичной толщины имеет вид

$$P = \int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \sigma_u^T du \cdot \cos \beta + \int_{-y_R-y_0}^{y_C-y_0} \sigma_v^T dv, \quad (8)$$

где y_B определяется зависимостью

$$y_B = \frac{\delta}{\gamma} + r_r \cdot (1 - \cos \beta) - b_0 \cdot \cos \beta, \quad (9)$$

а y_c – зависимостью

$$y_C = \frac{\delta}{2} + h_f - R_f + \sqrt{R_f^2 - \left[(r_r + b_0) \cdot \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right]^2}. \quad (10)$$

Член y_0 также учитывает расстояние между осью приложения нагрузки и центрами инерции сечений.

Если отрезок BC пересекает линию центров инерции на участке, соответствующем вогнутой части корневого усиления, то

$$y_0 = \frac{1}{2} \left(h_f - R_f - r_r + \sqrt{R_f^2 - \left[(r_r + b_0) \cdot \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right]^2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{r_r^2 - (r_r + b_0)^2 \cdot \sin^2 \beta}. \quad (11)$$

Если же отрезок BC пересекает линию центров инерции на участке, соответствующем выпуклой части корневого усиления, тогда

$$y_0 = \frac{1}{2} \left(h_f - R_f - h_r + R_r + \sqrt{R_f^2 - \left[(r_r + b_0) \cdot \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right]^2} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{R_r^2 - \left[(r_r + b_0) \cdot \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right]^2}. \quad (12)$$

Подставляя выражения для напряжений (2) и (7) в условие равновесия (8), после интегрирования получим

$$\frac{P}{T_0} = \frac{KN \cdot E}{\Delta \beta}, \quad (13)$$

где T_0 – геометрическая характеристика ломаного сечения при растяжении, которая изменяется от сечения к сечению по закону

$$T_0 = \cos \beta \cdot \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + \frac{y_c + y_B}{r_r + b_0}. \quad (14)$$

Подставив тождество (13) в формулы (2) и (7), установим связь между растягивающим усилием P и напряжением на участках AB

$$\sigma_u^T = \frac{P}{(r_r + b_{e1} - u) \cdot T_0} \quad (15)$$

и BC

$$\sigma_v^T = \frac{P}{(r_r + b_0) \cdot T_0} \quad (16)$$

соответственно.

Из анализа выражения (16) следует, что на участке BC напряжение постоянно по толщине и изменяется только от сечения к сечению, поэтому напряжения на контуре лицевой выпуклости (точка C) от растягивающей нагрузки определяются по формуле

$$\sigma_f^T = \sigma_v^T.$$

На участке AB , согласно (15), напряжение от растягивающей нагрузки достигает максимума на поверхности зоны перехода от корневой части шва к основному металлу (точка A) при $u = b_{e1}$ и определяется по формуле

$$\sigma_r^T = \frac{P}{r_r \cdot T_0}. \quad (17)$$

Полученные формулы справедливы для случая $b_0 \leq b_{e1}$, если же $b_0 \geq b_{e1}$, то в выражениях (7)–(10) следует положить $b_0 = b_{e1}$, а также в условии (8) – $y_0 = y_1$, тогда нижние пределы в обоих интегралах (8) обращаются в нуль и геометрическая характеристика ломаных сечений при растяжении в этом случае определяется выражением

$$T_1 = \cos \beta \cdot \ln \frac{r_r + b_{e1}}{r_r} + \frac{y_c - y_1}{r_r + b_{e1}}, \quad (18)$$

а напряжения на лицевой и корневой поверхностях соединения –

$$\sigma_f^T = \frac{P}{(r_r + b_{e1}) \cdot T_1} \quad (19)$$

и

$$\sigma_r^T = \frac{P}{r_r \cdot T_1} \quad (20)$$

соответственно.

Изгиб. Как уже упоминалось ранее, на участке с выступом стыкового сварного соединения, кроме напряжений осевого растяжения, также возникают напряжения изгиба, вызванные действием изгибающего момента M , который при внецентренном растяжении определяется по формуле [14]

$$M = P \cdot e_r, \quad (21)$$

где e_r – эксцентриситет приложения растягивающей нагрузки на участке, соответствующем вогнутой части корневого усиления, который, согласно принятой геометрической модели (см. рис. 1), изменяется по закону

$$e_r = \frac{1}{2} \left[h_f - R_f + \sqrt{R_f^2 - \left(r_r \cdot \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right)^2} - r_r \cdot (1 - \cos \beta) \right]. \quad (22)$$

Предположим, что при изгибе сечение A, B_1, C_1 осталось неподвижным, а сечение ABC повернулось на малый угол $\Delta \gamma$ и заняло положение, указанное пунктиром (рис. 3), при этом волокно KF , находящееся на расстоянии u от центра инерции сечения, получит удлинение KN , в результате чего в нём возникнет нормальное напряжение растяжения

$$\sigma_u^B = \frac{\left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u - b_{e1} + b_0 \right) \cdot \Delta \gamma \cdot E}{(r_r + b_{e1} - u) \cdot \Delta \beta}, \quad (23)$$

так как согласно построениям (см. рис. 2 и рис. 3)

$$KN = \frac{y_B + y_0}{\cos \beta} \tan \Delta \gamma + (u - b_{e1} + b_0) \cdot \tan \Delta \gamma.$$

В то же время волокно QS , находящееся на расстоянии v от центра инерции сечения, укоротится на величину ST , в результате чего в нём возникнет нормальное напряжение сжатия

$$\sigma_v^B = \frac{v \cdot \Delta \gamma \cdot E}{(r_r + b_0) \cdot \Delta \beta \cdot \cos \beta}. \quad (24)$$

Условие равновесия для соединения единичной толщины при изгибе имеет вид

Рис. 3. Поворот ломаного сечения ABC при изгибе соединения

$$M = \int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \sigma_u^B \cdot \left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u - b_{e1} + b_0 \right) du + \int_{-y_B-y_0}^{y_C-y_0} \sigma_v^B \cdot v dv \cdot (25)$$

Подставляя выражения для напряжений (23) и (24) в условие равновесия (25), после интегрирования получим

$$\frac{M}{B_0} = \frac{\Delta \gamma \cdot E}{\Delta \beta}, \quad (26)$$

где B_0 – геометрическая характеристика ломаного сечения при изгибе, которая изменяется от сечения к сечению по закону

$$B_0 = \frac{(y_B + y_0 - (b_{e1} - b_0) \cos \beta)^2}{\cos^2 \beta} \cdot \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + (r_r + b_{e1})^2 \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + \frac{2(y_B + y_0 - (b_{e1} - b_0) \cos \beta)}{\cos \beta} \cdot \left[(r_r + b_{e1}) \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} - b_0 \right] - b_0(r_r + 2b_{e1}) + \frac{b_0^2}{2} + \frac{(y_C - y_0)^3 + (y_B + y_0)^3}{3(r_r + b_0) \cos \beta}. \quad (27)$$

Подставив тождество (26) в выражения (23) и (24), установим связь между изгибающим моментом M и напряжениями на участках AB

$$\sigma_u^B = \frac{M \cdot \left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u - b_{e1} + b_0 \right)}{(r_r + b_{e1} - u) \cdot B_0} \quad (28)$$

и BC

$$\sigma_v^B = \frac{M \cdot v}{(r_r + b_0) \cdot B_0 \cdot \cos \beta} \quad (29)$$

соответственно.

Подстановкой $u = b_{e1}$ в формуле (28) получим напряжение от изгиба, действующее на контуре зоны перехода от корневой части шва к основному металлу (точка A)

$$\sigma_r^B = \frac{M \cdot (y_B + y_0 + b_0 \cdot \cos \beta)}{r_r \cdot B_0 \cdot \cos \beta}. \quad (30)$$

Напряжение от изгиба, действующее на контуре лицевой выпуклости (точка C), получается подстановкой в формулу (29) $v = y_C - y_0$, тогда

$$\sigma_f^B = \frac{M \cdot (y_C - y_0)}{(r_r + b_0) \cdot B_0 \cdot \cos \beta}. \quad (31)$$

Полученные формулы справедливы для случая $b_0 \leq b_{e1}$, если же $b_0 \geq b_{e1}$, то в выражениях (23)–(25) следует положить $b_0 = b_{e1}$ и $y_0 = y_1$, тогда напряжения в точках A и C будут определяться выражениями

$$\sigma_r^B = \frac{M \cdot b_{e1}}{r_r \cdot B_1} \quad (32)$$

и

$$\sigma_f^B = \frac{M \cdot (y_C - y_1)}{(r_r + b_{e1}) \cdot B_1 \cdot \cos \beta}, \quad (33)$$

где B_1 – геометрическая характеристика ломаных сечений при изгибе в случае $b_0 \geq b_{e1}$, которая изменяется от сечения к сечению по закону

$$B_1 = (r_r + b_{e1})^2 \ln \frac{r_r + b_{e1}}{r_r} - b_{e1}(r_r + 2b_{e1}) + \frac{b_{e1}^2}{2} + \frac{(y_C - y_1)^3}{3(r_r + b_{e1}) \cos \beta}. \quad (34)$$

Для случая $b_0 \leq b_{e1}$ суммарные напряжения, действующие на контуре зоны перехода от корневой части шва к основному металлу, будут определяться как сумма напряжений от растягивающей нагрузки (17) и изгибающего момента (30)

$$\sigma_r^\Sigma = \frac{P}{r_r} \left(\frac{1}{T_0} + \frac{e_\pi \cdot (y_B + y_0 + b_0 \cdot \cos \beta)}{B_0 \cdot \cos \beta} \right), \quad (35)$$

а на контуре лицевой выпуклости – как разница напряжений от растягивающей нагрузки (16) и изгибающего момента (31)

$$\sigma_f^\Sigma = \frac{P}{(r_r + b_0)} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{e_\pi \cdot (y_C - y_0)}{B_0 \cdot \cos \beta} \right). \quad (36)$$

Если же $b_0 \geq b_{e1}$, то суммарные напряжения, действующие на контуре зоны перехода от корневой части шва к основному металлу, будут определяться как сумма напряжений от растягивающей нагрузки (20) и изгибающего момента (32)

$$\sigma_r^\Sigma = \frac{P}{r_r} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{e_\pi \cdot b_{e1}}{B_1} \right), \quad (37)$$

а на контуре лицевой выпуклости – как разница напряжений от растягивающей нагрузки (19) и изгибающего момента (33)

$$\sigma_f^\Sigma = \frac{P}{(r_r + b_{e1})} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{e_\pi \cdot (y_C - y_1)}{B_1 \cdot \cos \beta} \right). \quad (38)$$

Таблица 1. Геометрические размеры усиления исследуемого соединения

Сторона сварного соединения	Высота выступа h , мм	Ширина выступа g , мм	Радиус перехода от шва к основному металлу r , мм	Радиус выпуклой части усиления R , мм	Глубина действия концентратора b_0 , мм
Лицевая (f)	1,00	8,00	0,80	7,70	0,55
Корневая (r)	0,80	5,00	0,62	3,69	0,53

Примечание: Значения радиусов перехода от шва к основному металлу r определены по графику из работы [15], а значения радиусов выпуклой части усиления R по формуле из работы [8].

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для стыкового соединения стальных пластин толщиной 1,6 мм, выполненного дуговой сваркой в инертных газах неплавящимся электродом с присадочным металлом, размеры усиления которого соответствуют ГОСТ 14771-76 (таблица 1), с применением формул разработанного метода описано распределение напряжений в исследуемой зоне (рис. 4).

Поскольку при $\beta = 0$ для рассматриваемого соединения $b_0 \leq \delta/2$ очевидно, что на всём промежутке

Рис. 4. Эпюры напряжений на лицевой и корневой стороне исследуемого соединения с учётом (сплошные линии) и без учёта (штриховые линии) эксцентриситета приложения нагрузки

Примечание: Эпюры напряжений в сечениях, соответствующих зоне перехода от лицевой части шва к основному металлу построены по формулам работы [10].

Рис. 5. Результаты численного моделирования полей напряжений в рассматриваемом соединении

изменения β выполняется условие $b_0 \leq b_{e1}$, поэтому эпюры построены по формулам (35) и (36).

Анализ полученных эпюр показал, что без учёта эксцентриситета приложения осевой нагрузки наибольшим будет напряжение у подножия лицевого усиления, которое составляет 1,54 от номинального напряжения. Однако действие дополнительных напряжений изгиба приводит к тому, что напряжение у подножия обратного валика возрастает с 1,26 до 2,18 от номинального напряжения и в итоге является максимальным.

Для подтверждения результатов, полученных разработанным методом, проведено компьютерное моделирование полей напряжений в исследуемом образце численным методом конечных элементов (рис. 5).

Используемая сетка измельчалась до получения разницы между значениями напряжений в окончательной и предыдущей модели, не превышающей 5%, так как по данным работы [16] это исключает влияние её размеров на значения локальных максимальных напряжений. В результате окончательная расчётная модель насчитывала 39549 элементов с 149931 узлом. При этом, в соответствии с рекомендациями работы [17], во всех случаях размер элемента в зонах перехода от шва к основному металлу составлял не более 0,1 от величины радиуса этого перехода.

Поскольку по данным как аналитического расчёта, так и численного расчёта максимальное напряжение действует у подножия зоны перехода от корня шва к основному металлу (см. рис. 4 и рис. 5), имеет смысл определить ККН именно в точке $\beta = 0$.

Для случая $b_0 \leq b_{e1}$ ККН определяется как отношение напряжения (35) в сечении $\beta = 0$ к номинальному напряжению

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{P}{\delta}.$$

Учитывая, что для сечения $\beta = 0$ имеет место $y_1 = y_0$ и $b_{e1} = \delta/2 + y_0$, получим

$$\alpha_r^* = \frac{\delta}{r_r \cdot \left(\ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + \frac{m - b_0}{r_r + b_0} \right)} + \frac{\delta \cdot m \cdot (m - \delta)}{4r_r \cdot \left[\left(r_r + \frac{m}{2} \right)^2 \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} - b_0 \cdot (r_r + m) + \frac{b_0^2}{2} + \frac{m^3 + (m - 2b_0)^3}{24(r_r + b_0)} \right]}, \quad (39)$$

где

$$m = \delta + h_f - R_f + \sqrt{R_f^2 - \frac{g_f^2}{4}}.$$

Если же $b_0 \geq b_{e1}$, то ККН определяется как отношение напряжения (37) в сечении $\beta = 0$ к номинальному напряжению по формуле

$$\alpha'_\sigma = \frac{\delta}{r_r \cdot \left(\ln \frac{2r_r + m}{2r_r} + \frac{m}{2r_r + m} \right)} + \frac{\delta \cdot m \cdot (m - \delta)}{4r_r \cdot \left[\left(r_r + \frac{m}{2} \right)^2 \ln \frac{2r_r + m}{2r_r} - \frac{m}{2} \cdot (r_r + m) + \frac{m^2}{8} + \frac{m^3}{12(2r_r + m)} \right]}. \quad (40)$$

Сравнение результатов расчёта ККН по формуле (39) и численного расчёта показало, что отклонение значения максимального напряжения составляет около 6%. В то же время расчёт ККН в корневой части рассматриваемого соединения по формуле Стаканова-Костылева-Рыбина даёт сильно заниженное значение (около 1,55).

ВЫВОДЫ

1. Разработан аналитический метод расчёта напряжений вблизи корня шва при растяжении стыкового сварного соединения с асимметричным усилением, комплексно учитывающий влияние лицевой части шва на распределение напряжений в сечениях, соответствующих зоне перехода от корня шва к основному металлу.

2. Результаты расчётов предложенным методом показывают, что напряжения изгиба, вызванные эксцентриситетом приложения растягивающей нагрузки, приводят к повышению максимального напряжения в корневой части рассмотренного тонколистового стыкового сварного соединения более чем на 73%.

3. Впервые получены математические формулы, устанавливающие связь между величиной ККН у подножия зоны перехода от корня шва к основному металлу и геометрическими размерами усиления и обратного валика стыкового сварного соединения, которые учитывают и увеличение поперечного сечения за счёт выпуклости на лицевой стороне, и эксцентриситет приложения растягивающей нагрузки.

REFERENCES

- [1] Trufjakov, V. I. (ed.), Dvoreckij, V. I., Miheev, P. P., Knysh, V. V., Yakubovskiy, V. V., Kudryavtsev, Yu. F., Koval'chuk, V. S. (1990). The strength of welded joints under variable loads [Prochnost' svarnykh soedinenij pri peremennykh nagruzkah]. Kiev: Naukova dumka [in Russian].
- [2] Klochkov, I., Poklaytsky, A., Motrunich, S. (2019) Fatigue behavior of high strength Al-Cu-Mg and Al-Cu-Li alloys joints obtained by fusion and solid state welding technologies. Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria), 49(2), 179–189.
- [3] Poklyatsky, A. G., Knysh, V. V., Klochkov, I. N., Motrunich, S. I. (2016) Features and advantages of the process of friction stir welding of butt joints of sheet aluminum-lithium alloys. The Paton Welding Journal, 5–6, 86–90.
- [4] Korostylov L. I., Lytvynenko D. Yu. (2015) The estimation of the theoretical stress concentration factor in welded thin-walled structures by the calculation of stress macro- and microconcentration [Otsenka koeffitsiyenta kontsentratsii napryazheniy v svarnykh uzlakh tonkostennykh konstruksiy raschetom makro- i mikrokontsentratsii]. Naukovyy visnyk KhDMA, 2, 184–194. [in Russian].
- [5] Goyal, R., El-Zein, M., Glinka, G. (2016) A robust stress analysis method for fatigue life prediction of welded structures. Welding in the World, 60 (2), 299–314.
- [6] Knysh, V. V., Solovei, S. A. (2017) Improving the durability of welded joints with fatigue damage [Povysheniye dolgovechnosti svarnykh soyedineniy s ustalostnyimi povrezhdeniyami]. Kiev: Politehnika [in Russian].
- [7] Tkach, P. N., Moltasov, A. W. (2017) Development of Methods for the Assessment of Stresses in Welded Structure Elements: Part 2. The Latest Methods. Institute of Welding Bulletin, 5, 123–133.
- [8] Moltasov, A. V. (2017) A Study of the Stress State in Stress Concentration Zones under Tension of an Asymmetrically Reinforced Butt-Welded Joint. Strength of Materials, 49(5), 718–725.
- [9] Tsumarev, Yu. A. (2011) Effect of off-centre tensile loading on the stress state of butt-welded joints. Welding International, 25(11), 872–875.
- [10] Moltasov, A. V., Motrunicz, S. I. (2017) Tests of Local Stresses in the Geometric Heterogeneity Area of Butt Welded Joints with One-Sided Excess Weld Metal. Institute of Welding Bulletin, 4, 39–47.
- [11] Tsumarev, Yu. A. (2010) The influence of asymmetry of one-sided butt welds on the distribution of stresses in a welded joint [Vliyaniye asimetrii odnostoronnikh stykovykh shvov na raspredeleniye napryazheniy v svarnom soyedinenii]. Svarka i diagnostika, 5, 24–27 [in Russian].
- [12] Verhovskij, A. V., Andronov, V. P., Ionov, V. A., Lupanova, O. K., Chevkinov, V. I. (1958). Determination of the stresses in the dangerous sections of elements with complex shapes. The method of non-planar cross sections [Opredelenie napryazheniy v opasnykh secheniyah detalej slozhnoy formy. Metod neploskih secheniy]. Moskva: Mashgiz [in Russian].
- [13] Moltasov, A., Tkach, P., Gaynutdinov, S., Motrunich, S. (2017) The stress state in the root area of the butt welded joints with asymmetrical convexity, Proceedings of 9-th International Conference of Young Scientists on Welding and Related Technologies. Kyiv: "DIA Ltd".
- [14] Shvab'yuk, V. I. (2016) Material resistance: a textbook [Opir materialiv: pidruchnyk]. Kyiv: Znannya [in Ukrainian].
- [15] Moltasov, A. V. (2017) Approximate calculation of radius of weld transition to base metal of welded butt joint according to normalized parameters. The Paton Welding Journal, 9, 50–52.
- [16] Herrera, H. H., Espinosa, R. G., Eras, J. J. C., Morejon, M. B. (2015) Stress in butt welded joints of open profiles under torsion. Engineering. Chilean Engineering Magazine, 23(4), 638–646 [in Spanish].

- [17] Moltasov A., Tkach P., Motrunich S. (2017) Engineering method for research of stress state in concentration areas of welded joints with symmetrical reinforcement [Inzhenernyy metod issledovaniya napryazhonnogo sostoyaniya v zonakh kontsentratsii svarnykh soyedineniy s simmetrichnym usileniyem]. *Mechanics and Advanced Technologies*, 1, 82–90 [in Russian].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Прочность сварных соединений при переменных нагрузках / В.И. Труфяков (ред.), В.И. Дворецкий, П.П. Михеев, В.В. Кныш, В.В. Якубовский, Ю.Ф. Кудрявцев, В.С. Ковальчук. Киев : Наукова думка, 1990.
- [2] Klochkov I., Poklaytsky A. & Motrunich S. (2019) Fatigue behavior of high strength Al-Cu-Mg and Al-Cu-Li alloys joints obtained by fusion and solid state welding technologies. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Bulgaria)*. 2019. № 49 (2). P. 179–189.
- [3] Features and advantages of the process of friction stir welding of butt joints of sheet aluminum-lithium alloys / A.G. Poklyatsky, V.V. Knysh, I.N. Klochkov, S.I. Motrunich. *The Paton Welding Journal*. 2016. 5–6, 86–90. URL: <https://doi.org/10.15407/tpwj2016.06.15>.
- [4] Коростылёв Л.И., Литвиненко Д.Ю. Оценка коэффициента концентрации напряжений в сварных узлах тонкостенных конструкций расчётом макро- и микроконцентрации. *Науковий вісник ХДМА*. 2015. № 2. С. 184–194.
- [5] Goyal R., El-Zein M. & Glinka G. (2016) A robust stress analysis method for fatigue life prediction of welded structures. *Welding in the World*. 2016. № 60 (2). P. 299–314. URL: <https://doi.org/10.1007/s40194-016-0295-y>.
- [6] Кныш В.В., Соловей С.А. Повышение долговечности сварных соединений с усталостными повреждениями. Киев : Политехника, 2017.
- [7] Tkach P.N. & Moltasov A.W. Development of Methods for the Assessment of Stresses in Welded Structure Elements: Part 2. *The Latest Methods. Institute of Welding Bulletin*. 2017. № 5. P. 123–133. URL: <https://doi.org/10.17729/ebis.2017.5/14>.
- [8] Moltasov A.V. A Study of the Stress State in Stress Concentration Zones under Tension of an Asymmetrically Reinforced Butt-Welded Joint. *Strength of Materials*. 2017. № 49 (5). P. 718–725. URL: <https://doi.org/10.1007/s11223-017-9917-x>.
- [9] Tsumarev Yu.A. Effect of off-centre tensile loading on the stress state of butt-welded joints. *Welding International*. 2011. № 25 (11). P. 872–875. URL: <https://doi.org/10.1080/09507116.2011.581426>.
- [10] Moltasov A.V. & Motrunicz S.I. Tests of Local Stresses in the Geometric Heterogeneity Area of Butt Welded Joints with One-Sided Excess Weld Metal. *Institute of Welding Bulletin*. 2017. № 4. P. 39–47. URL: <https://doi.org/10.17729/ebis.2017.4/5>.
- [11] Цумарев Ю.А. Влияние асимметрии односторонних стыковых швов на распределение напряжений в сварном соединении. *Сварка и диагностика*. 2010. № 5. С. 24–27.
- [12] Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы / А.В. Верховский, В.П. Андронов, В.А. Ионов, О.К. Лупанова, В.И. Чевкинов. Москва : Машгиз, 1958.
- [13] Moltasov A., Tkach P., Gaynutdinov S. & Motrunich S. The stress state in the root area of the butt welded joints with asymmetrical convexity, Proceedings of 9-th International Conference of Young Scientists on Welding and Related Technologies. Kyiv : “DIA Ltd”, 2017.
- [14] Шваб'юк В.І. (2016) Опір матеріалів : підручник. Київ : Знання, 2016.
- [15] Moltasov A.V. Approximate calculation of radius of weld transition to base metal of welded butt joint according to normalized parameters. *The Paton Welding Journal*. 2017. № 9. С. 50–52. URL: <https://doi.org/10.15407/tpwj2017.09.09>.
- [16] Herrera H.H., Espinosa R.G., Eras J.J.C., Morejón M.B. Tensiones en uniones soldadas a tope con perfiles abiertos bajo torsion. *Ingeniare. Revista chilena de ingenieria*. 2015. № 23 (4). С. 638–646. URL: <https://doi.org/10.4067/S0718-33052015000400014>.
- [17] Молтасов А.В., Ткач П.Н., Мотрунич С.И. Инженерный метод исследования напряжённого состояния в зонах концентрации сварных соединений с симметричным усилением. *Mechanics and Advanced Technologies*. 2017. № 1. С. 82–90. URL: <http://dx.doi.org/10.20535/2521-1943.2017.79.94900>.