DOI [https://doi.org/10.15589/znp2019.1\(475\).14](https://doi.org/10.15589/znp2019.1(475).14)
УДК 519.876.5

DEVELOPMENT OF THE SYSTEM OF EVALUATION OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF BLADE UNIT OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

РОЗРОБЛЕННЯ СИСТЕМИ ОЦІНЮВАННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАТКОВОГО АГРЕГАТУ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Andriy P. Oliynyk
andrioliiny@gmail.com
ORCID: 0000-0003-1031-7207

Lidiia I. Feshanych
lidiia.feshanych@gmail.com
ORCID: 0000-0002-5156-2199

Galyna V. Grygorchuk
grygorchukl@gmail.com
ORCID: 0000-0003-1674-9828

А. П. Олійник,
док. техн. наук, професор

Л. І. Фешанич,
канд. техн. наук, доцент

Г. В. Григорчук,
аспірант, асистент

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м. Івано-Франківськ

Abstract. The system of the complex technical systems blade unit aerodynamic characteristics estimation – fans of various purpose in the sugar industry, gas pumping units, aviation engines, etc., is proposed. The question of studying the real technical condition of the vane systems, and, in particular, the influence of changes in the space configuration of the vanes on the production indicators of the corresponding technical systems are considered. The coordinate system for elliptical profiles with different sizes of small axes is selected, the mathematical model of the flow process using the Fredholm integral equation of the second kind to determine the tangent component of the flow velocity is proposed, the method of its numerical solution by using the trapezoid formula for the approximate integer is proposed related software. Test calculations were performed for model elliptical profiles at different angles of attack and with different sizes of small halves of the upper and lower surfaces, and a good agreement with the calculation data for other models was found. With the help of the developed approaches, modeling of profile geometry is simulated due to deposition of gas-liquid mixtures on the profile surface and wear of the blade unit during operation due to the action of abrasive components. The influence of changes in the geometry of the lower part of the vane on the aerodynamic characteristics of the profile is studied, moreover both the wear of the lower surface and the increase in this semiaxis are studied, which may mean the accumulation of foreign substances on the lower surface of the vane. The change of two main characteristics is investigated – the coefficient of aerodynamic resistance and the coefficient of lift. Based on the calculations, it was noted that, in the case where the part of the damage is known (loss of symmetrical ellipticity), the developed technique can be used to assess the real change in the technological parameters of systems with a vane pump. The areas of further research may be related to the consideration of more complex, non-elliptical vanes profiles, as well as to the aerodynamic interference of vanes profiles.

Key words: blade unit; flow; tangential velocity component; aerodynamic characteristics.

Анотація. Запропоновано систему оцінювання аеродинамічних характеристик лопаткового агрегату складних технічних систем, а саме: вентиляторів різного призначення в цукровій промисловості, газоперекачувальних агрегатів, авіаційних двигунів тощо. Розглянуто питання дослідження реального технічного стану лопаткових комплексів і, зокрема, впливу зміни просторової конфігурації лопатей на виробничі показники відповідних технічних систем. Проведено вибір системи координат для еліптичних профілів із різними величинами малих півосей, створено математичну модель процесу обтікання з використанням інтегрального рівняння Фредгольма II роду для визначення дотичної компоненти швидкості потоку, запропоновано метод його чисельного розв'язку шляхом використання формули трапецій для наближеного інтегрування визначених інтегралів, створено відповідне програмне забезпечення. Проведено тестові розрахунки для модельних еліптичних профілів під різними кутами атаки та з різною величиною малих півосей верхньої та нижньої поверхонь, виявлено добре узгодження з даними про розрахунки за іншими моделями. За допомогою розроблених підходів виконано моделювання

зміни геометрії профілю за рахунок відкладання на поверхні профілю компонентів газорідних сумішей та при зношенні лопаткового агрегату в процесі експлуатації внаслідок дії абразивних компонент. Досліджено вплив зміни геометрії нижньої частини лопатки на аеродинамічні характеристики профілю, причому досліджено як зношення нижньої поверхні, так і збільшення цієї піввісі, що може означати накопичення сторонніх речовин на нижній поверхні лопатки. Досліджується зміна двох основних характеристик – коефіцієнта аеродинамічного опору та коефіцієнта підйімальної сили. На основі проведених розрахунків зауважено, що якщо відомі долі ушкодження (втрата симетричної еліптичності), розроблена методика може бути використана для оцінювання реальної зміни технологічних параметрів систем із лопатковим апаратом. Напрями подальших досліджень можуть бути пов'язані з розглядом більш складних, нееліптичних профілів лопаток, а також варто розглянути аеродинамічну інтерференцію профілів лопаток.

Ключові слова: лопатковий агрегат; обтікання; дотична компонента швидкості; аеродинамічні характеристики.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

При оцінці технічного стану об'єктів, що характеризуються наявністю лопаткових агрегатів (технологічні вентилятори цукрової промисловості, газоперекачувальні агрегати, авіаційні двигуни тощо), важливим є питання оцінки реального технічного стану цих лопаткових комплексів і, зокрема, впливу зміни просторової конфігурації лопатей на виробничі показники відповідних технічних систем. Вирішенню таких питань присвячено багато літературних джерел [1–3; 10–15; 20–21], в яких із різним ступенем деталізації даються відповіді на вказані питання. За даними досліджень, що проводиться в компаніях, які займаються експлуатацією вказаних систем [4; 12; 16], лопатковий апарат обладнання, як правило, зношується нерівномірно, тому залишається актуальним питання оцінки впливу на аеродинамічні характеристики лопаткового апарату промислових вентиляторів зміни їх геометричної конфігурації за рахунок зношення, яке зумовлює зменшення товщини лопаток, а також за рахунок відкладання на поверхні лопаток осадових речовин.

Метою дослідження є розробка ефективних математичних моделей та засобів їх реалізації для визначення аеродинамічних характеристик лопаткового апарату, який тривалий час експлуатується в складних нестаціонарних умовах, що дасть змогу одержувати більш точну інформацію про технічний стан вказаного апарату.

МЕТОДИ, ОБ'ЄКТ ТА ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Об'єктом дослідження є лопатковий апарат промислових вентиляційних систем, предмет дослідження – процеси зношення лопаток та їх вплив на аеродинамічні характеристики лопаток та продуктивність вентиляційних систем. Для реалізації поставленої мети застосовуються методи інтегральних рівнянь Фредгольма II роду, чисельні методи їх розв'язання, методи теоретичної аеродинаміки.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Для оцінки аеродинамічних характеристик використовується підхід [2], що базується на використан-

ні інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. Загальна постановка і розв'язок задачі моделювання здійснюється таким чином.

1. Геометрія профілю

Вважається, що профіль лопатки має еліптичну конфігурацію:

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2}, & 0 \leq \theta \leq 2\pi, \\ y = \varepsilon_1 \sin(\theta) \end{cases} \quad (1)$$

проте в процесі свого функціонування верхня або нижня частина лопатки зношується, модельно можна розглянути такий випадок:

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ y = \varepsilon_1 \sin(\theta), & 0 \leq \theta \leq \pi, \\ y = \varepsilon_2 \sin(\theta), & \pi \leq \theta \leq 2\pi. \end{cases} \quad (2)$$

Як правило, подання (2) є достатнім для проведення аналізу лопаткового агрегату, що зазнає дії різних факторів силового або хімічного впливу, принаймні, достатнім для прийняття інженерних рішень стосовно подальшої експлуатації систем рівнем точності. Якщо необхідні більш точні дослідження, (2) подається у вигляді:

$$\begin{cases} x = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ y = f(\theta) \end{cases} \quad (3)$$

де $f(\theta)$ визначається за результатами експериментальних досліджень параметрів профілю з подальшим використанням відповідних інтерполяційних процедур [5; 6], наприклад, інтерполяційних кубічних згладжуючих сплайнів.

2. Інтегральне рівняння Фредгольма II роду щодо дотичної до профілю компоненти швидкості на поверхні лопатки

Інтегральне рівняння Фредгольма II роду до дотичної компоненти швидкості записується у вигляді [2]:

$$V_{\theta}(\theta_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_{\theta}(\theta) K(\theta, \theta_0) d\theta + 2 \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\theta_0), \quad (4)$$

де $V_{\theta}(\theta_0)$ – дотична компоненти швидкості; $V_{\theta} = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$, де φ – потенціал течії, $K(\theta, \theta_0)$ – ядро інтегрального оператора, яке записується у вигляді:

$$K(\theta, \theta_0) = \frac{[y(\theta) - y(\theta_0)]x'(\theta_0) - [x(\theta) - x(\theta_0)]y'(\theta_0)}{[x(\theta) - x(\theta_0)]^2 + [y(\theta) - y(\theta_0)]^2}, \quad (5)$$

де $y(\theta), y(\theta_0), x(\theta), x(\theta_0)$ – координати, обчислені за (1) або (2) у відповідних точках, $\varphi(\theta)$ – потенціал набігаючого потоку:

$$\varphi(\theta) = V_{\infty} [x(\theta_0) \cos \alpha + y(\theta_0) \sin \alpha], \quad (6)$$

де V_{∞} – швидкість незбуреного потоку, який обтікає лопатку; α – кут атаки профілю – кут між віссю профілю та напрямом набігаючого потоку.

3. Чисельний алгоритм розрахунку аеродинамічних параметрів потоку

З метою чисельного розв'язання інтегрального рівняння Фредгольма II роду до рівняння (4) застосовується метод трапеції розрахунку визначених інтегралів [5; 6]. З цієї метою вводиться розрахункова сітка

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{2N}; \quad \theta_i = \Delta\theta(i-1), \quad i = 1, 2, \dots, 2N-1, \quad (7)$$

З урахуванням виконання постулату Чаплигіна-Жуковського [1; 3]

$$V_{\theta}(\theta_1) = V_{\theta}(\theta_{2N+1}) = 0, \quad (8)$$

одержується система лінійних алгебраїчних рівнянь

$$V_{\theta}(\theta_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=2}^{2N} V_{\theta}(\theta_i) K(\theta_i, \theta_j) + 2 \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}(\theta_j), \quad (9)$$

$$j = 2, \dots, 2N,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = V_{\infty} (x'(\theta) \cos \alpha + y'(\theta) \sin \alpha), \quad (10)$$

Ядро інтегрального рівняння розраховується за формулою:

$$K(\theta_i, \theta_j) = K_{ij} = \frac{(y_i - y_j)x'_j - (x_i - x_j)y'_j}{(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2}, \quad i \neq j. \quad (11)$$

Якщо $i = j$, то до (11) застосовується правило Лопітала:

$$K(\theta_i, \theta_i) = \frac{1}{2} \frac{x'_i y''_i - y'_i x''_i}{(x'_i)^2 + (y'_i)^2}, \quad (12)$$

Завдяки побудові ядер за (11) та (12) вдається гарантувати виконання умови нерівності визначника системи (9) нулю, що зумовлює існування єдиного

розв'язку системи (9). Після визначення компонент $V_{\theta}(\theta_i)$ основні аеродинамічні характеристики визначаються за розрахунковими формулами:

– коефіцієнт тиску:

$$C_p(\theta_i) = 1 - \frac{V_{\theta}(\theta_i)^2}{x'(\theta_i)^2 + y'(\theta_i)^2}, \quad (13)$$

– коефіцієнт підйимальної сили:

$$C_y = -\sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) \frac{1}{2} \sin \theta_i \frac{\pi}{N}, \quad (14)$$

– коефіцієнт індуктивного опору:

$$C_x = -\sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) y'(\theta_i) \frac{\pi}{N}, \quad (15)$$

– коефіцієнт моменту відносно передньої кромки:

$$C_{mi} = \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) x(\theta_i) x'(\theta_i) \frac{\pi}{N} + \sum_{i=1}^{2N} C_p(\theta_i) y(\theta_i) y'(\theta_i) \frac{\pi}{N}, \quad (16)$$

У розрахунках приймається, що $\pi = 3,14159265358$. Для еліптичних профілів використання формули трапеції є достатнім для проведення розрахунків, проте в тих випадках, коли параметризація профілю проводиться за (3), для апроксимації інтегралів доцільно використовувати більш точні формули чисельного інтегрування, наприклад формули Сімпсона, які мають більш високий порядок точності.

Аналіз чисельних розрахунків. Проведено розрахунки дотичної компоненти швидкості до профілю лопатки, який виявив повне співпадіння результатів з результатами одержаними за методом дискретних вихорів [1; 3] та за методом конформного відображення [7], що підтверджує доцільність використання методу інтегрального рівняння Фредгольма II роду для проведення практичних розрахунків.

Проведено розрахунок із метою вивчення впливу зміни геометрії лопатки на аеродинамічні характеристики. Досліджено вплив зміни геометрії нижньої частини лопатки на аеродинамічні характеристики профілю (рис. 1), причому досліджено як зношення нижньої поверхні (зменшення величини малої нижньої піввісі), так і збільшення цієї піввісі, що може означати накопичення сторонніх речовин на нижній поверхні лопатки – при фіксованій верхній піввісі $\varepsilon_1 = 0,08$ величина ε_2 змінювалась в межах від 0,03 до 0,13.

Аналогічно вивчено залежність аеродинамічних характеристик від збільшення верхньої піввісі лопатки (накопичення сторонніх речовин на верхній поверхні лопатки (рис. 2)).

При вивченні обтікання симетричного еліптичного профілю встановлено, що аеродинамічні

Рис. 1. Залежність коефіцієнтів опору та підйимальної сили від нижньої малої піввісі профілю, верхня мала піввісь – 0,08, кут атаки – 10 град.

Рис. 2. Залежність коефіцієнтів опору та підйимальної сили від верхньої малої піввісі профілю, нижня мала піввісь – 0,08, кут атаки – 10 град.

Рис. 3. Залежність коефіцієнтів опору та підйимальної сили від кута атаки для симетричного профілю – еліпса з малою піввіссю 0,08

Рис. 4. Залежність коефіцієнтів опору та підйимальної сили від кута атаки для профілю з верхньою малою піввіссю 0,08 та нижньою малою піввіссю 0,05

Рис. 5. Залежність коефіцієнтів опору та підйимальної сили від кута атаки для профілю з верхньою малою піввіссю 0,08 та нижньою малою піввіссю 0,02

коефіцієнти симетричні для симетричних кутів $(-\alpha; +\alpha)$, для коефіцієнта опору – це осьова симетрія, а для коефіцієнта підйимальної сили – це центральна симетрія (рис. 3). Крім того, проведені розрахунки засвідчили, що при $\alpha = 0$ всі аеродинамічні характеристики дорівнюють нулю, що добре узгоджується з відомими теоретичними положеннями.

Вказана симетрія втрачається при несиметричних профілях. На рис. 4 наведено аеродинаміч-

ні характеристики для несиметричного профілю ($\varepsilon_1 = 0,08$; $\varepsilon_2 = 0,05$) при різних кутах атаки з діапазону $(-10^\circ; 10^\circ)$.

При несиметричних профілях із параметрами $\varepsilon_1 = 0,08$; $\varepsilon_2 = 0,02$ (сильно зношена нижня частина) вказані характеристики ще більш несиметричні (рис. 5).

ВИСНОВКИ

На основі проведених розрахунків можна зауважити, що якщо відомі долі ушкодження (втрата симетричної еліптичності) $\sigma_\square$, розроблена методика може бути використана для оцінки реальної зміни технологічних параметрів систем із лопатковим апаратом. Для цього всі лопатки поділяються на діапазони втрати симетрії, і загальні характеристики можуть бути обчислені за формулою:

$$C_k = \sum_{i=1}^M \sigma_i C_k^i,$$

де M – кількість діапазонів, C_k^i – k -тий показник аеродинамічної ефективності на $\square$ -тому діапазоні, $\sigma_\square$ – доля лопаток в $\square$ -тому діапазоні $0 \leq \sigma_\square \leq 1$; $\sum \sigma_\square = 1$.

Варто зауважити, що використання залежностей (1), (2) дає змогу моделювати процес обтікання профілів не тільки для розглянутого типу – лопатей лопаткового агрегату, але і для обтікання товстих профілів – наприклад, профілів перерізів трубопроводів.

Напрями подальших досліджень можуть бути пов'язані з розглядом більш складних, нееліптичних профілів лопаток [8], а також аеродинамічною інтерференцією профілів лопаток.

REFERENCES

- [1] Belotserkovskiy, S. M., Nisht, M. I. (1978) Otryivnoe i bezotryivnoe obtekanie tonkih kryilev idealnoy zhidkostyu [Tear-off and non-tear-off flow of thin wings with ideal fluid]. M. : Nauka, 352 p. [in Russian]
- [2] Fletcher, K. (1988) Chislennyye metody na osnove metoda Galerkina [Numerical methods based on the Galerkin method]. M. : Mir, 352 p. [in Russian]
- [3] Belotserkovskiy, S. M., Kotovskiy, V. N., Nisht, M. I., Fedorov, R. M. (1988) Matematicheskoe modelirovanie plosko paralelnogo otryivnogo obtekaniya tel [Mathematical modeling of plane-parallel tear-off flow around bodies]. M. : Nauka, 232 p. [in Russian]
- [4] Klyuev, V. V., Sosnin, R. F. (2003) Nerazrushayushiy kontrol i diagnostika: Spravochnik [Non-Destructive Testing and Diagnostics: Reference]. M. : Mashinostroyeniye, 656 p. [in Russian]
- [5] Samarskiy, A. A., Gulin, A. V. (1989) Chislennyye metody [Numerical methods]. M. : Nauka, 432 p. [in Russian]
- [6] Marchuk, G. I. (1989) Metody vychislitel'noy matematiki : uchebnoye posobie [Methods of Computational Mathematics: a tutorial]. M. : Nauka, 608 p. [in Russian]
- [7] Lavrentev, M. A., Shabat, B. V. (1987) Metody funktsii kompleksnogo peremennogo [Complex Variable Function Methods]. M. : Nauka, 688 p. [in Russian]
- [8] Cline, A. K. (1974) Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension. Communications of the ACM. v.17, № 4, pp. 218-228.
- [9] Basov, K. A. (2006) ANSYS i LMS Virtual Lab. Geometricheskoe modelirovanie [ANSYS and LMS Virtual Lab. Geometric modeling]. M. : DMK Press. 240 p. [in Russian]
- [10] Paraschivoiu, K. (1981) Aerodynamics Loads And Performance of the Parrieus Rotor. Quebec : J. Energy. Vol. 6. Pp. 4106-4121.
- [11] Ischenko, S. A., Tryukan, O. N. (2011) Printsipy polyota [Flight principles]. K. : NAU. 420p. [in Russian]
- [12] Krasnyuk, A. M., Russky, E. Yu., Popov, N. A. (2012) Estimating strength of high – loaded impellers large – size mine axial fans. J. of Mining Sci. Vol. 48, № 2. Pp. 314-321.
- [13] Bhope, D. V., Padole, P. M. (2004) Experimental and theoretical analysis of stress, noise and flows in centrifugal fan impellers. Mechanism and Machine Theory. Vol. 5, № 2. Pp. 115-120.
- [14] Korendiy, V. M., Kuzo, I. V. (2013) Matematychna model aerodinamichnoi systemy vitroustanovky [Mathematical model of the wind tunnel aerodynamic system]. Vibratsii v tehnitsi ta tehnologiyah. № 2 (70). Pp. 27-32. [in Ukrainian]
- [15] Polyakov, V. V., Skvortsov, M. M. (1990) Nasosy i ventilyatory [Pumps and fans]. M. : Stroyizdat. 336p. [in Russian]
- [16] Bamberger, K., Thomas, C. (2017) Development, application and validation of a quick optimization method for the class and axial fans. Journal of Turbomachinery. Vol. 139 (11). 200 p.
- [17] Kim, J. H., Ovgor, B., Chaete, K. H. (2014) Optimization of the aerodynamics and aeroacoustics performance of the axial – flow fans. AIAA Journal. Vol. 52, Issue 9. Pp. 2032-2044.
- [18] Yatsun, V. V. (2009) Matematychna model zrivnovazhennia kulovymy avto balansyramy krylchatky osovoho ventilyatora [Mathematical model of balancing of auto ball balancers of the axial fan impeller]. Visnyk hirnychoho universytetu. № 9. Pp. 11-18. [in Ukrainian]
- [19] Filimonihin, G. B., Yatsun, V. V. (2007) Zrivnovazhennia krilchatok osovyh ventilyatoriv pasyvnymy avto balansyramy [Balancing the impellers of axial fans with passive auto balancers]. Zbirnik naukovih prats KNTU. Vip. 18. Pp. 8-13. [in Ukrainian]
- [20] Grimitkin, A. M. (2006) Nasosy, ventilyatory, kompressory v inzhenernom oborudovanii zdaniy [Pumps, fans, compressors in the engineering equipment of buildings]. SPb. : Iz –vo AVOK Severo-zapad. 210 p. [in Russian]
- [21] Gusarov, A. A. (2002) Avtobalansiruyushchie ustroystva pryamogo deystviya [Self-balancing direct acting devices]. M. : Nauka. 119 p. [in Russian]

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Белоцерковский, С. М., Ништ, М. И. (1978) Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. Москва : Наука, 352 с.
- [2] Флетчер, К. (1988) Численные методы на основе метода Галеркина. Москва : Мир, 352 с.
- [3] Белоцерковский, С. М., Котовский, В. Н., Ништ, М. И., Федоров, Р.М. (1988) Математическое моделирование плоско параллельного отрывного обтекания тел. Москва : Наука, 232 с.
- [4] Клюев, В. В., Соснин, Р. Ф. (2003) Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник. Москва : Машиностроение. 656 с.

- [5] Самарский, А. А., Гулин, А. В. (1989) Численные методы. Москва : Наука. 432 с.
- [6] Марчук, Г. И. (1989) Методы вычислительной математики : учебное пособие. Москва : Наука. 608 с.
- [7] Лаврентьев, М. А., Шабат, Б. В. (1987) Методы функции комплексного переменного. Москва : Наука. 688 с.
- [8] Cline, A. K. (1974) Scalar and Planar Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension. *Communications of the ACM*. v. 17, № 4. Pp. 218–228.
- [9] Басов, К. А. (2006) ANSYS и LMS Virtual Lab. Геометрическое моделирование. Москва : ДМК Пресс. 240 с.
- [10] Paraschivoiu, K. (1981) Aerodynamics Loads And Performance of the Parrieus Rotor. *Quebec : J. Energy*. vol. 6. Pp. 4106–4121.
- [11] Ищенко, С. А., Трюкан, О. Н., (2011) Принципы полёта. Киев : НАУ. 420 с.
- [12] Krasnyuk, A. M., Russky, E. Yu., Popov, N. A. (2012) Estimating strength of high – loaded impellers large – size mine axial fans. *J. of Mining Sci*. Vol. 48. № 2. Pp. 314–321.
- [13] Bhopre, D. V., Padole, P. M. (2004) Experimental and theoretical analysis of stress, noise and flows in centrifugal fan impellers. *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 5, № 2. Pp. 115–120.
- [14] Корендій, В. М., Кузьо, І. В. (2013) Математична модель аеродинамічної системи вітроустановки. *Вібрації в техніці та технологіях*. № 2 (70). С. 27–32.
- [15] Поляков, В. В., Скворцов, М. М. (1990) Насосы и вентиляторы. Москва : Стройиздат. 336 с.
- [16] Bambeger, K., Thomas, C. (2017) Development, application and validation of a quick optimization method for the class and axial fans. *Journal of Turbomachinery*. Vol. 139 (11). 200 p.
- [17] Kim, J. H., Ovgor, B., Chaete, K. H. (2014) Optimization of the aerodynamics and aeroacoustics performance of the axial – flow fans. *AIAA Journal*. Vol. 52, Issue 9. Pp. 2032–2044.
- [18] Яцун, В. В. (2009) Математична модель зрівноваження кульовими авто балансирами крильчатки осьового вентилятора. *Вісник гірничого університету*. № 9. С. 11–18.
- [19] Філімоніхін, Г. Б., Яцун, В. В. (2007) Зрівноваження крильчаток осьових вентиляторів пасивними авто балансирами. *Збірник наукових праць КНТУ*. Вип. 18. С. 8–13.
- [20] Гримиткин, А. М. (2006) Насосы, вентиляторы, компрессоры в инженерном оборудовании зданий. Санкт-Петербург : Из-во АВОК Северо-запад. 210 с.
- [21] Гусаров, А. А. (2002) Автобалансирующие устройства прямого действия. Москва : Наука. 119 с.