Kostiantyn S.
Trunin

Трунін
Костянтин
Станіславович

УДК 004.942: 531.391

THE MATHEMATICAL MODEL DYNAMIC'S OF MARINE TETHERED SYSTEM WITH ACCOUNT OF INFLUENCE BY RIGIDITY IN BENDING OF FLEXIBLE LINK

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ МОРСЬКОЇ
ПРИВ'ЯЗНОЇ СИСТЕМИ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ
ЗГІНАЛЬНОЇ ЖОРСТКОСТІ ГНУЧКОГО ЗВ'ЯЗКУ

DOI [https://doi.org/10.15589/smi2021.1\(15\).1](https://doi.org/10.15589/smi2021.1(15).1)

Kostiantyn S. Trunin

Трунін Костянтин Станіславович,
канд. техн. наук, доц.
trunin.konstantin.stanislav@gmail.com
ORCID: 0000-0001-6345-6257

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolayiv

*Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова,
м. Миколаїв*

Abstract. The important of characteristic of flexible link (FL) is rigidity in bending (RB) which is probability take into account at regular service conditions. The elements of rope (wire) by end-use testing also tension and bend with torsion. The method of calculation of vectors of generalized of forces of bend of FL was proposed. The influence was studied of rigidity bending of FL to its deflection and tension's force on the concrete examples. Before to present time these researches not receive of necessary development across absence of reliable mathematical models (MM) which enough simple and effective by realized as algorithms and programs for numerical solution of considered problems. At consideration or choose of FL construction is necessary to take into account at first time conditions at which they will be exploit. FL of MTS are use at wide range of different modes of exploitation (difference deeps, various streams, many links of MTS, its mutual influence and so on). Complicated and hard modes of exploitation of FL are connected as rule with necessity of special study and definition to its of deed forces, possibility of loss of equilibrium state and with requirement of study of behavior in service of system in supercritical states. MM of FL of MTS which was refined allows: to take into account influence of rigidity in bending (RB) to its flexure and tension's force, more quality and quickly to designed almost all forms which are FL at its composition. RB of FL is decrease its deflection: the more diameter of FL the more its deflection. Therefore at identical moments of time alteration of deflection of FL and its tension towards action of RB leads to big distinctions of its quantities, as at time amplitudes of vibration are differ at frame of distinctions its average values. It is acknowledge by results of modeling of towage of submersible vehicle (SV) with aid of FL, which fixed at the carriage vessel (CV) on example of calculations. Original of proposed MM dynamics of consist in then that MM of MTS with FL dynamics are include not equations for FL but and equations of CV and towed SV.

Key words: Flexible Links (FL); Marine Tethered Systems (MTS); underwater towed system (UTS); mathematical model (MM) of MTS with FL dynamics; method of calculation of vectors of generalized of forces of bend of FL; rigidity in bending (RB) of FL.

Анотація. Важливою характеристикою гнучкого зв'язку (ГЗ) є згинна жорсткість (ЗЖ), яку необхідно враховувати за умов експлуатації. Елементи каната (дроту) відчувають також розтягнення і вигин спільно із крученням. Запропоновано

метод визначення векторів узагальнених сил вигину ГЗ. Досліджено вплив ІЖ ГЗ на її прогин і силу розтягування на конкретних прикладах. Дотепер зазначені дослідження не розвивалися належним чином через відсутність достовірних математичних моделей (ММ), які досить просто й ефективно реалізовувалися б у вигляді алгоритмів і програм для чисельного вирішення розглянутих завдань. Під час розрахунку або вибору конструкції ГЗ необхідно враховувати насамперед умови, за яких вони будуть експлуатуватися. ГЗ МПС використовуються у широкому діапазоні різних режимів експлуатації (різні глибини, течії, багатоланковість МПС, їх взаємний вплив і т. п.). Складні та важкі режими експлуатації ГЗ пов'язані зазвичай із необхідністю спеціального вивчення і визначення діючих на них сил, можливості втрати стійкості рівноваги та з вимогою дослідження поведінки системи в закритичних станах. Уточнена ММ динаміки ГЗ МПС дозволяє: враховувати вплив її згинальної жорсткості на її прогин і силу розтягування; більш якісно й оперативно проєктантові МПС проєктувати практично всі класи МПС, що мають у своєму складі ГЗ. ЗЖ ГЗ зменшує її максимальний прогин: чим більший діаметр ГЗ, тим більший його прогин. Тому в однакові моменти часу зміна прогину ГЗ і його натягу під дією ЗЖ призводить до великих відмінностей цих величин, тоді як амплітуди їх коливань відрізняються в межах відмінності їхніх середніх значень. Це підтверджується результатами моделювання буксирівання ПА за допомогою ГЗ, закріпленого на СН, на прикладі практичних розрахунків. Оригінальність запропонованої ММ динаміки ГЗ полягає в тому, що ММ динаміки МПС з ГЗ включає не тільки рівняння для ГЗ, але і рівняння динаміки СН і буксированого ПА.

Ключові слова: гнучкий зв'язок (ГЗ); морська прив'язна система (МПС); підводна буксирована система (ПБС) математична модель (ММ) динаміки МПС з ГЗ; метод визначення векторів узагальнених сил вигину і крутіння ГЗ, згинна жорсткість (ЗЖ) ГЗ.

References

- [1] Merkin, D.R. (1976). Vvedeniye v mekhaniku gibkoy niti [Introduction into mechanic of flexible line]. Moskva: Nauka, 240 p. [in Russian]
- [2] Sergeev, S.T. (1968). Nadezhnost i dolgovechnost podjemnykh kanatov [Reliability and durability of hoist ropes]. Kiev: Tekhnika, 238. [in Russian]
- [3] [2] Savin, G.N., Goroschko, O.A. (1962). Dinamika niti peremennoy dliny [Dynamics of variable length film]. Kiev: Naukova dumka, 232 p. [in Russian]
- [4] Nesterov, P.P. (1949). Osnovy konstruirovaniya shakhtnykh podzemnykh kanatov [The basis of designing of colliery hoist ropes] Moskva: Ugletekhizdat, 332. [in Russian]
- [5] Kamnev, G.F., Kiparskiy, G.R., Balin, V.M. (1976). Podiyomno-transportnie mashiny i palubnye mekhanizmy [Lifting and transporter's machines and deck mechanisms]. Leningrad: Sudostroenie. 312 p. [in Russian]
- [6] Bugaenko, B.A., Magula, V.E. (1983). Spetsialnye sudovye ustroystva: Ucheb. posobie [The special shipping devices]. Leningrad: Sudostroenie. 392 p. [in Russian]
- [7] Djerman, K., Bivis, B. (1980). Sovremenniy tros v morskoy praktike [Modern rope at the marine practice]. Transl. from engl. Leningrad: Sudostroenie, 93. [in Russian]
- [8] Svenson, S. (1987). Spravochnik po takelazhnim rabotam [Reference book on the rigging works] Transl. from Swedish. Leningrad: Sudostroenie, 168. [in Russian]
- [9] Bekerskiy, V.I. (1986). Primenenie kanatov na sudakh i v portakh [Using of ropes at vessels and in ports]. Moskva: Transport, 152. [in Russian]
- [10] Kazmenko, V.D. (1958). Trosy dlia morskoy buksirovki. [Ropes for marine towage]. Moskva: Morskoy transport, 92. [in Russian]
- [11] Bugaenko, B.A. and others. (1980). Sudovie spuskopodiemnye ustroystva [Ship's launching and lifting units]. Leningrad: Sudostroenie, 173. [in Russian]
- [12] Gorshkov, I.A., Makhorin, N.I. (1977). Peredacha грузов v more [Alongside transfer of cargoes]. Refery book. Leningrad: Sudostroenie, 256. [in Russian]
- [13] Rozenshtein, M.M. (1976). Raschet elementov glubokovodnoy tralovoy sistemy [Account of elements for sweeping system] Moskva: Pischevaya promishlennost, 248. [in Russian]

- [14] Kulmach, P.P. (1980). Yakornie systemy uderzhaniya plavuchikh objektov (Voprosy stitiki i dinamiki plavuchikh ssoruzheniy na yakoryakh) [Anchor's systems keep down of floating objekts]. Leningrad: Sudostroenie, 336 p. [in Russian]
- [15] Borovikov, P.A., Samarskiy V.N. (1980). Podvodnaya tekhnika morskikh neftepromyslov [Underwater equipment of marine oil fields]. Leningrad: Sudostroenie, 176. [in Russian]
- [16] Blintsov, V.S. (1998). Privyaznie podvodnie systemy [Tethered marine system], Kyiv: Nauk. dumka, 231 p. [in Russian]
- [17] Egorov, V.I. (1981). Podvodnie buksiruemye systemi: ucheb. posobie [Underwater tower systems]. Leningrad: Sudostroenie, 304 p. [in Russian]
- [18] Dinamika podvodnykh buksiruemykh system (1995). [Dynamics of underwater tower systems]. Poddubnyi, V.I., Shamarin, Yu.E., Chernenko, D.A., Astakhov, L.S. Sankt-Peterburg: Sudostroenie, 200 p. [in Russian]
- [19] Shamarin, Ju.E. and others. (2001). Dynamics of underwater oceanographical systems. Kiev, 228. [in Russian].
- [20] Kuvshinov, G.E., Naumov, L.A., Chupina, K.V. (2005). Sistemy upravleniya glubinoi pogruzheniya buksiruemykh objektov: monografiya [Control systems of diving of towage objects]. Vladivostok: Dalnauka. 285 p. [in Russian]
- [21] Ikonnikov, I.B., Gavrilov, V.M., Puzyrev, G.V. (1992). Podvodnie buksiruemie systemi bui neytralnoy plavuchesty [Underwater tower systems and buoys of neutral floating]. Sankt-Peterburg: Sudostroenie. 224 p. [in Russian]
- [22] Privyaznie podvodnie systemi. Prikladnie zadachi statiki i dinamiki (2000). [Tethered marine system. Trimmings problems of static and dynamic]. Vinogradov, N.I., Gutman, M.L., Lev, I.G., Nisnevich, M., Sankt-Peterburg: Izd-vo S.-Petersb. un-ta. 324 p. [in Russian]
- [23] Ivanov, V.A., Sitarskiy, Ju.S. (1986). Dinamika poliyota system gibko svyazannykh kosmicheskikh ob'ektov [Dynamics of fly of flexible connected cosmic systems]. Moskva: Mashinostroenie, 248. [in Russian]
- [24] Svetlitskiy, V.A. (1982). Mekhanika truboprovodov i shlangov: Zadachi vzaimodeystviya sterzhney s potokom zhidkosti ili vozdukh [Mechanics of pipe-lines and hoses: Tasks of interaction of bars with water flow or air]. Moskva: Mashinostroenie. 280. [in Russian]
- [25] Kachurin, V.K. (1964). Teoriya visyachikh system. Staticheskiy rachet [Theory of hover systems/ account of static]. Moskva, Leningrad: Gosstroyizdat.: 1962. 224 p. [in Russian]
- [26] Savin, G.N., Glushko, M.F. (1964). O stroitelnoy mekhanike stalnykh podiemnykh kanato. [About building mechanics of steel lifting ropes] p. 7–27. (In book.: Steel rops. Collection of articles. Red. M.F. Glushko, V. I. Kiev: Tekhnika, 308). [in Russian]
- [27] Kalentiev, E.A., Tarasov, V.V. (2010). Chislennyi analiz napriazhenno-deformirovannogo sostoyaniya priadi kanata s lineynym kasaniem pri rastiazhenii i kruchenii [Numerical analysys of stressed-distorted state of strand rope with line contact by tension and torsion]. Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred, V. 3, No 4, 16–28. [in Russian]
- [28] Podvodnye elektromekhanicheskie kabeli [Underwater electric and mechanic cables]. (1976). (Section "Notes – Deepwater equipment"). Shipbuilding out boudary, No 8, 88–90. [in Russian]
- [29] Shakhnazarian, E.A., Glushko, M.F., Mamaev, L.M. (1968). K rachetu stalnykh kanatov i bronirovannykh kabeley v nemetallicheskoj uprugoy obolochke [Towards calculation of steel ropes and armouring cables in non metallic shell]. 134–139. In book.: Steel ropes (1968). (Collection of articles, Vol. 5), Kiev: Tekhnika, 334. [in Russian]
- [30] Trunin K.S. (2007). Model ekvivalentnogo odnoridnogo strizhnaya dlya dinamichno navantazhenogo stalevogo kanata z organichnim serdechnikom [Model of equivalent homogeneous bars for dynamics loading rope]. Mashinoznnavstvo, No 6, 2007. pp. 42–44.
- [31] Savin G.L., Gorochko O.A. (1962). Dinamika niti peremennoy dliny [Dynamics of filum by variable line]. Kiev: Naukova dumka, 1962. 332 p. [in Russian]
- [32] Hover F.S., Grosenbaugh M.A., Triantafyllou M.S. Calculation of Dynamic Motion and Tensions in Towed Underwater cables. / IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 19, No. 3, July 1994, pp. 449–457. Retrieved from: <https://core.ac.uk/download/pdf/4385954.pdf>.

- [33]] Łukasz Drag. Application of dynamic optimization to the trajectory of a cable-suspended load. *Nonlinear Dynamics*, 2016 : vol. 84, iss. 3, s. 1637–1653. DOI: 10.1007/s11071-015-2593-0
- [34] Trunin, K.S. (2017). Uravneniya dinamiki elementa gibkoy svyazi morskoy privyaznoy sistemy [Equations of dynamics of elements of the Flexible Links Marine Tethered System]. *Zbirnyk nauk. prats NUK*, No 1, pp. 18–25. Access Mode: DOI 10.15589/jnn20170104. [in Russian]
- [35] Blintsov, V., Trunin, K. Construction of a mathematical model to describe the dynamics of marine technical systems with elastic links in order to improve the process of their design. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* /1/9 (103), 2020, Access Mode: DOI: 10.15587/1729-4061.2020.197358. pp. 56–66, p. 74.
- [36] Trunin, K.S. (2017). Matematicheskaya model dvukh sviyasannykh elementov gibkoy svyazi morskoy privyaznoy sistemy [Mathematical model of two bind's elements of the Flexible Links Marine Tethered System]. *Zbirnyk nauk. prats NUK*, No 2, pp. 3–10. Access Mode: DOI 10.15589/jnn20170201. [in Russian]
- [37] Trunin, K.S. (2017). Dinamika morskoy privyaznoy sistemy s gibkoy svyaziyu [Dynamics of the Marine Tethered System with Flexible Links]. *Zbirnyk nauk. prats NUK*, No 3, pp. 3–10. Access Mode: DOI 10.15589/jnn20170301 [in Russian]
- [38] Trunin, K.S. (2019). Gybkyie svyazi v morskikh priviaznykh sistemakh: monografiya. [Flexible links of Marine Tethered Systems: Monography] Nikolaev: Editor Torubara V.V. 536. [in Russian]
- [39] Trunin, K.S. (2017). Kompjuternaya model dinamiki morskoy privyaznoy sistemy s gibkoy svyaziyu [Computer's model of the Marine Tethered System with Flexible Links dynamics]. *Zbirnyk nauk. prats NUK*, No 4, pp. 3–13. Access Mode: DOI 10.15589/jnn20170401. [in Russian]
- [40] Trunin, K.S. (2020). Matematicheskaya model opisaniya dinamiki morskoy privyaznoy sistemy s uchetom vliyaniya izgibnoy zhestkosti gibkoy svyazi na ee progib i silu rastiazheniya [Mathematical model of dynamics description of Marine Tethered System with account influence bending rigidity in tension of the Flexible Links to flexure and force tension]. *Proceedings of the XI International Scientific and Technical Conference “Innovations at the Shipbuilding and Ocean equipment”*, Part. 2. Mykolaev, NUOS, 2020. 414. pp. 76–84. [in Russian]
- [41] Bugaenko B.A. *Dinamika sudovykh spuskopodyemnykh operatsiy* [Dynamics of ship racing and descend operations]. Kyiv: Nauk. dumka, 2004. 320 p. [in Russian]
- [42] Trunin K.S. (2017). Testirovanie kompyuternoy programmy modeli dinamiki morskoy privyaznoy sistemy s gibkoy svyaziyu [Testing of computer program of dynamics model of Marine lash system with flexible links element]. *Shipbuilding and marine infrastructure*, № 1, pp. 95–108. Access Mode: DOI 10.15589/SMI20170105. [in Russian]
- [43] Trunin K.S. Determination of the additional tension of the towing cable when it hits an oncoming foreign underwater object in an arbitrary place. *Shipbuilding and marine infrastructure*, No 2, 2018. pp. 93–105. Access Mode: DOI 10.15589/SMI20180209. [in Russian]
- [44] Trunin, K.S. (2017). Spatial unsteady movement of marine tethered systems during maneuvering (on the example of circulation). *Shipbuilding and marine infrastructure*, No 2 (8), pp. 103–114. Access Mode: DOI 10.15589/SMI20170219. [in Russian]
- [45] Trunin K.S. The three-dimensional motion of marine tethered system at example buoy of neutral floating. *Shipbuilding & Marine Infrastructure*. DOI [https://doi.org/10.15589/smi2019.1\(11\).3](https://doi.org/10.15589/smi2019.1(11).3) No. 1 (11), 2019. pp. 18–31. Access Mode: DOI [https://doi.org/10.15589/smi2019.1\(11\).3](https://doi.org/10.15589/smi2019.1(11).3)

Постановка проблеми. Сучасний рівень розвитку засобів вивчення Світового океану висуває нові вимоги до підвищення надійності та довговічності гнучких зв'язків (ГЗ) морських прив'язних систем (МПС). Під час розрахунку або вибору конструкції ГЗ необхідно враховувати насамперед умови, за яких вони будуть експлуатуватися. ГЗ МПС

використовуються в широкому діапазоні різних режимів експлуатації (різні глибини, течії, багатоланковість МПС, їх взаємний вплив і т. п.). Складні та важкі режими експлуатації ГЗ пов'язані зазвичай із необхідністю спеціального вивчення і визначення діючих на них сил, можливості втрати стійкості рівноваги та з вимогою дослідження

поведінки системи у закритичних станах [1]. Диференціальні рівняння, які їх описують, мають високий порядок і містять нелінійності складного виду. Пошук їх вирішення аналітично часто стає неможливим, що вимагає залучення методів обчислювальної математики.

Робота ГЗ МПС і ПБС, зокрема у процесі тривалої експлуатації, характеризується такими умовами:

1) канати піддаються багаторазовому вигину на блоках, діаметр яких $D_6 = 200\text{--}500$ мм і більше;

2) канат на барабанах буксирних лебідок намотується у $15 \div 20$ шарів;

3) канати відчувають динамічні навантаження під час хвилювання на морі й особливо зачеплення за ґрунт і підводні перешкоди;

4) канати зазнають значного механічного зносу внаслідок тертя на блоках і за морське дно (відбувалося інтенсивне зношування дротів канату внаслідок механічного стирання на блоках і роульсах, у клюзах і на кнехтах, що призводило до обриву канату, особливо при зачепленні за підводну перешкоду, і врешті-решт до втрати буксируваних носіїв та ін. цінного устаткування);

5) канати отримували велике залишкове подовження (до $15 \div 20$ м і більше на 1 000 м довжини, що призводить до утворення петель («кілочків») на ГС, які утворюються на розтягнутих ГЗ за появи в них «слабини» та наявності крутильного моменту.

Дотепер зазначені дослідження не розвивалися належним чином через відсутність достовірних математичних моделей (ММ), які досить просто й ефективно реалізовувалися б у вигляді алгоритмів і програм для чисельного вирішення розглянутих завдань.

Важливою характеристикою ГЗ є згинна жорсткість (ЗЖ), яку необхідно враховувати за умов експлуатації, елементи канату (дроту) отримують розтягнення, вигин і контактні навантаження спільно із крученням. Зазначені навантаження можуть прикладатися до канату статично або динамічно.

Важливим є також вивчення перехідної ділянки каната від прямого до рівномірно-вигнутого стану в області набігання на

блок, тому що в цій зоні виникають місцеві додаткові напруги, які суттєво впливають на міцність каната. Ділянка каната, що знаходиться на блоці, перебуває у стаціонарному зігнутому стані, і його розривна міцність не пов'язана з рухом блоку, тому причину втрати міцності каната слід шукати у перехідній, нерівномірно вигнутій ділянці поблизу точки набігання на блок [3]. Якщо ж розглядати процес роботи каната за умов морського хвилювання, то навантаження, що виникають у працюючому канаті, збільшуються в багато разів.

Вплив натягу каната на величину згинальних напружень наприкінці ХХ ст. були практично не вивчені. Раніше вважалося, що зі збільшенням натягу каната зростають сили зчеплення між окремими дротами та згинальна жорсткість (ЗЖ). Все це впливає не тільки на кривизну осі дроту вигнутого каната, а й на її напружений стан. Все вищесказане стосується канатів вантажопідійомних машин, що експлуатуються в повітряному середовищі. Умови експлуатації ГЗ під водою виявляються більш складними та напруженими.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Донедавна в літературі у розрахунках канат розглядався як гнучка нитка. Це зіграло свою прогресивну роль, особливо в питаннях динамічного розрахунку канатів [2, с. 6]. Із цієї сфери загальновідомі праці радянських вчених: академіка А.Н. Динника, А.Ш. Локшина, І.П. Неронова, Ф.В. Флоринського, В.Д. Білого та ін.

Найбільш повною й узагальнюючою роботою в цьому напрямі вважається монографія Г.Н. Савіна й О.А. Горошко [3], в якій описано дослідження динаміки одновимірних об'єктів змінних розмірів та узагальнені результати досліджень із механіки ниток змінних довжин. Ці результати стали теоретичною основою для встановлення мінімально допустимих коефіцієнтів запасу міцності каната залежно від динамічного режиму його роботи.

Неодноразово намагалися відмовитися від заміни каната струною постійної щільності. Так, П.П. Нестеров [4], вивчаючи закономірності геометричної побудови шахтних

підйомних канатів, вважав, що останні складаються зі звитих дротів [2, с. 7], чим пояснювалася фізична сутність явищ, які відбуваються у дротах різних концентричних рядів пасма залежно від геометрії сукання каната, його структури та механічних властивостей дроту. Одночасно оцінювалася величина деформацій і напружень кожного елемента за різної геометричної побудови каната. Подальший розвиток питань геометрії канатів виходячи з умов щільного плетіння відображений у роботах Г.І. Йозефа [2].

Деякі дослідники та інженери займалися питаннями створення спеціальних конструкцій канатів для окремих галузей промисловості з урахуванням специфічних умов експлуатації, наприклад, у суднобудуванні [5–8] та експлуатації суден [9–12], рибальстві [13], експлуатації гідротехнічних споруд [14], підводного видобутку нафти [15], проектуванні й експлуатації підводних прив'язних систем [16–22], космічній техніці [23] та ін. [24; 25].

Питання розрахунку канатів на міцність зазвичай розглядалися на основі гіпотези про суцільність каната або подання каната як системи не пов'язаних по довжині гвинтових пружин. Як відзначали Г.Н. Савін і М.Ф. Глушко [26], будівельна механіка каната повинна базуватися на загальних принципах механіки деформованого тіла і враховувати специфіку канату як складного агрегату [2, с. 7–8]. На підставі цих принципів були отримані рівняння статички, співвідношення між напругою і деформаціями, кінематичні рівняння спільності деформації. М.Ф. Глушко розглядав канат як складну стрижневу систему і на підставі загальних методів будівельної механіки встановив закони, що зв'язують сили та деформації як для каната загалом, так і для окремих його елементів. Він вивчав напружений стан криволінійного дроту, який піддається одночасно розтягуванню, вигину, крутінню та контактному навантаженню. З цих позицій вивчені прямолінійний канат, схильний до дії осьових сил і моментів кручення, а також канат, вигнутий на шківі [2, с. 8].

Початок теорії розрахунку сталевих канатів (вивчення його розтягування) заклали

Х. Бендорф і Г.А. Чаповський, а завершив її академік А.Н. Динник [2, с. 8], однак отримане рішення залишилося наближеним, оскільки воно не враховувало напруг вигину і крутіння. Передумови для обліку цих факторів отримав Ф. Берг.

Етапом у розвитку силового розрахунку канатів є теорія крутіння багатожильних пружин стиснення С.Д. Пономарьова, але через конструктивні особливості сталевих канатів вона не могла бути повністю використана, тому що в ній розглядався одношаровий трос [2, с. 25].

Як встановили А.І. Колчин і К.М. Масленников [2, с. 8], міцність вигнутого на блоці канату нижча за його міцність на прямій ділянці та набагато нижча при руйнуванні його на обертових блоках. Перші дослідження напружень, що виникають у сталевому канаті від простого розтягування, проводили Н. Бендорф і Г.П. Чоповський [3, с. 25], завершив їх А.Н. Динник, однак у теорії А.Н. Динника [27, с. 19] не враховується поперечне звуження каната і напруги внаслідок вигину і крутіння дротів. Вони зводилися до вивчення розтягування пучка дротів, нахилених під кутом до осі каната.

Складність конструкції каната і взаємозв'язок дротів один з одним, складність закону взаємних переміщень і зміни кривизни дротів при вигині канату позбавляють можливості розглянути окремих дріт як балку або стрижень і вирішити задачу методами теорії пружності [2, с. 31]. Крім того, невідомі сили, що діють на дріт, місце їх застосування і спосіб закріплення.

Г.П. Жданов [2, с. 31], визначаючи деформації та напруження від вигину, виходив із кривизни осі дроту в зігнутому канаті. Користуючись положеннями диференціальної геометрії, він отримав рівняння осі дроту в зігнутому канаті параметричної форми, а потім визначив її кривизну без урахування впливу сил тертя між елементами каната при його вигині на блоці. Напруження згину Г.П. Жданов визначив за формулою [3, с. 31]

$$\sigma_3 = E \varepsilon_3, \quad (1)$$

де

$$E_3 = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{36}. \quad (2)$$

Тут $\varepsilon_{\max}$ – максимальне відносне подовження дротів будь-якого концентричного ряду спіральних канатів і канатів двічі кручений вигнутих на шківі; ε_{36} – максимальні відносні подовження дротів канатів при звивці.

У зв'язку з наявністю сил тертя між дротами останні будуть закліюватися, особливо в частині, що прилягає до шківа, і викликати додаткові напруження розтягнення. Вплив сил тертя на напруги у дротах канатів Г.П. Жданов встановлює експериментально шляхом безпосереднього виміру деформацій у дротах за різних натягів канату і відношеннях діаметра блоку до діаметру каната D/d . Для різних відношень D/d необхідно вводити поправочний коефіцієнт, який може змінюватися від 1,2 до 1,6 [2, с. 31]. Їм також вказується на те, що сили натягу в межах норм коефіцієнтів запасу міцності практично не впливають на напруги вигину (для рудничних канатів). Розбіжність між дослідними та розрахунковими значеннями згинальних напружень Г.П. Жданов пояснює додатковим розтягуванням дротів при вигині.

Найбільше геометрична (кінематична) теорія деформацій каната при вигині розвинулася в роботах М.Ф. Глушко [2, с. 33]. Не використовуючи рівняння осі дроту для визначення її кривизни в зігнутому канаті, М.Ф. Глушко користується методом кінематичної аналогії, що дозволяє визначити компоненти кривизни дроту в будь-який її точці для загального випадку просторового вигину канату по довільній кривій, однак кінематична аналогія, розглядаючи лише геометричну сторону деформацій дротів, хоч і дає досить близькі до дослідів відомості про напруження, не охоплює всієї картини силової взаємодії елементів вигнутого канату.

Надалі теорія вигину каната була розвинута М.Ф. Глушко на основі рівнянь Кірхгофа з використанням рівнянь кінематичної аналогії, які відіграють роль додаткових залежностей для розкриття статичної невідзначеності завдання. М.Ф. Глушко розкрив основний механізм силової взаємодії елементів вигнутого каната, показав вплив натягу прямої галузки канату на згинні напруги в ньому і на згинальну жорсткість [2, с. 33].

При вигині навантаженого осьовою силою каната в ньому виникають додаткові осьові сили та момент крутіння, викликані контактною взаємодією елементів, котрі зумовлюють зміщення його умовної нейтральної осі від геометричного центру каната.

Ж. Гамель [2, с. 44] при теоретичному визначенні ЗЖ каната виходить із припущення, що в першому наближенні опір, який чиниться канатом його вигину, пропорційний повному натягу каната T :

$$\mu = aT, \quad (3)$$

де a – постійна величина, що залежить від матеріалу дроту.

Експериментальні та теоретичні дослідження з визначення ЗЖ канатів проведені Б.С. Ковальським і А.М. Ціпріним [2, с. 45]. Вони встановили, що за малих навантажень каната сили зчеплення між дротами недостатні для протидії силам зрушення, і ЗЖ мала. За більшого навантаження сили зчеплення збільшуються, і жорсткість канату зростає, змінюючись майже лінійно разом з натягом канату. За дуже великих натягів каната останній наближається до стану суцільного стрижня, і ЗЖ не збільшується. Для зручності розрахунків Б.С. Ковальський і А.М. Ціпрін вводять коефіцієнт жорсткості

$$\xi = \frac{B}{EI}, \quad (4)$$

де B – жорсткість каната;

EI – жорсткість суцільного стержня круглого перетину діаметром, рівним діаметру каната.

Н. Гіршлянд [2, с. 44], визначаючи втрати, які виникають у разі зміни радіуса кривизни канату на блоці, наводить формулу для визначення коефіцієнта жорсткості

$$\xi = 0,1 \frac{1 + \frac{120}{T}}{D - 10} d^2, \quad (5)$$

де d – діаметр каната, см;

D – діаметр блоку, см;

T – натяг каната, Н.

Внаслідок дослідів із канатами хрестового звивання при $d = 19,5 \div 21,5$ мм і $T = 10\,000 \div 40\,000$ Н В. Рубіним [3, с. 45] було встановлено таке значення коефіцієнта жорсткості:

$$\xi = 0,09 \frac{d^2}{D} \left(1 + \frac{500}{T} \right). \quad (6)$$

Переважно у розрахунках сталевих канатів застосовувався метод розрахунку сталевих канатів, рекомендований Правилами Держнаглядохоронпраці, однак, як відзначав С.Т. Сергєєв [2, с. 6], застосовуваний метод розрахунку канатів за Правилами Держгортехнагляду не відображає дійсних умов роботи каната, а застосування тих чи інших конструкцій не завжди узгоджується з вимогами експлуатації, тому що всі канати за Правилами Держгортехнагляду розраховують на статичне навантаження без урахування напружень від вигину, крутіння, перехідного процесу та ін. [2, с. 142]. Під час розрахунку каната виходять із його щільності та граничної прямовисної довжини. Обраний канат перевіряється за запасом міцності [2, с. 143–144]:

$$m = \frac{Q_{\text{розр.}}}{Q_0 + pH_0}, \quad (7)$$

де m – коефіцієнт запасу міцності;

$Q_{\text{розр.}}$ – сумарне розривне зусилля усіх дротів канату;

Q_0 – кінцеве навантаження на канат, що складається з ваги вантажу, який піднімається, і вантажозахватного пристрою;

p – вага 1 пог. м каната;

H – відстань від точки сходу канату зі шківів до точки підвісу вантажу.

Кабель-троси (КТ) мають досить складну конструкцію і складаються з декількох оболонок і осердь, котрі складаються з різних матеріалів і мають різну міцність [28, с. 89].

У [29] розглянуто задачу, пов'язану з роботою сталевих канатів і броньованих кабелів, покритих неметалевою пружною оболонкою, при вигині на блоках і барабанах. Визначаються зміщення за обсягом і напруга на внутрішній поверхні шлангової оболонки методом теорії пружності. Знайдено значення додаткового навантаження на гвинтовий елемент канату, який згинається, викликаною опором шлангової оболонки. Розглядається рівномірний вигин по колу ошлангованого канату без урахування крайових ефектів на кінцях дуги обхвату. Встановлено, що збіль-

шення натягів в елементах канату при вигині під впливом пружної оболонки досягає 10–15% від початкового натягу.

У [30] розглянуто модель еквівалентного однорідного стрижня для динамічно навантаженого сталевих каната з органічним осердям. Показано, що динаміка каната, який складається з неоднорідних за матеріалами елементів, описується хвильовим рівнянням для еквівалентного за поздовжньою жорсткістю суцільного пружного стрижня. Отримано аналітичні вирази для таких параметрів еквівалентного стрижня, як: щільність, модуль пружності, площа поперечного перерізу, швидкість поширення пружних хвиль.

Спроби дослідити поведінку каната у водному середовищі були зроблені В.І Єгоровим [17, с. 68]. Ним були визначені коефіцієнт опору при перпендикулярному обтіканні троса c_{x90} і коефіцієнт опору троса при паралельному обтіканні c_{x0} . Внаслідок натурного експерименту В.І. Єгоровим встановлено [17, с. 71], що як для трипрядного, так і для шестипрядного троса практично при всіх діаметрах тросів, що застосовуються у буксирних системах, можна прийняти $c_{x90} = 1,7 \dots 1,9$ та $c_{x0} = 0,020 \dots 0,025$. Він також зазначає, що наведені значення c_{x90} відповідають деякій середній довжині елемента тросової частини буксирних систем (БС) і деякій середній швидкості її буксування. За інших довжин та інших швидкостей значення коефіцієнта можуть бути іншими.

Як вважає В.І. Єгоров [17, с. 53], у виборі межі міцності дроту для каната не можна керуватися тільки розрахунковим натягом каната. Канати, що застосовуються у тросовій частині БС, працюють за умов вібрацій, які з'являються внаслідок дії гідродинамічних сил, що виникають при буксуванні канатів у воді. Метал дроту руйнується при навантаженні, не тільки меншим тимчасового опору металу розриву, але часто навіть не досягаючи межі пружності. Практика показала, що у тросовій частині БС найбільш доцільно застосовувати канати, виготовлені із дроту, який має маркувальну групу з тимчасового опору розриву від $1 \cdot 373 \cdot 10^6$ Па (140 кгс/мм²) до $1 \cdot 961 \cdot 10^6$ Па (200 кгс/мм²) [17, с. 55].

У [22] у розділі 4 [22, с. 236] зроблена спроба визначення рівноваги ГЗ з урахуванням її жорсткості на вигин: розглянуто задачу про рівновагу в потоці ГЗ, що має ЗЖ, у найпростішому випадку, коли невагомий ГЗ розташовується у площині, а гідродинамічне навантаження на нього має тільки нормальну складову частину. Використовується система диференціальних рівнянь рівноваги ГЗ в потоці. Отримано значення для шуканої функції $\alpha_c(\sigma)$ для ГЗ малої жорсткості. Визначається правомірність застосування моделі гнучкої нитки для визначення параметрів рівноваги ГЗ. Така оцінка проводилася за різницею у визначенні основного параметру рівноваги ГЗ – лінійного зміщення ходового кінця щодо корінного в напрямку, перпендикулярному швидкості набігаючого потоку. Результати проведеного аналізу показують, що широко використовувана в задачах статичної рівноваги ГЗ в потоці модель гнучкої нитки може бути застосована в тих випадках, коли припустимий рівень похибок, які впливають із отриманого співвідношення. Отримано формули, що враховують ЗЖ ГЗ, однак така модель не дає картини зміни жорсткості ГС в часі, крім того, рівняння мають складну форму і не можуть бути використані в інженерних розрахунках.

Як зазначається у [18, с. 35], розвиток методів моделювання та розрахунку динамічних навантажень на елементи БС за екстремальних і найбільш типових умов експлуатації дозволяє уточнити значення коефіцієнтів запасу міцності, які забезпечують необхідну міцність, надійність і довговічність. Можливі два підходи до проектування БС: перший підхід полягає у поліпшенні міцності складових елементів систем, наприклад, величини розривного зусилля кабель-буксира (КБ), що дозволяє експлуатувати БС за досить високої інтенсивності динамічних впливів. Другий підхід передбачає мінімізацію статичних і динамічних навантажень на БС за рахунок вибору оптимальних швидкісних режимів буксирування, орієнтації судна щодо напрямку поширення хвиль, розробки спеціальних стабілізуючих і спуско-підйомних пристроїв. Для визначення напружень від

вигину в кожному окремому дроті, які виникають при пробігу канату через шків або намотування його на барабан, автори [18, с. 34], посилаючись на роботу Г.Н. Савіна й О.А. Горошко [31], пропонують використовувати формулу (4) [31]

$$\sigma_u = kE \frac{\delta}{D}.$$

Існують різні рекомендації щодо вибору коефіцієнта запасу міцності для ГС океанографічних систем. За даними американських стандартів [18, с. 34], його приймають рівним 6–8 для буйрепів, для КБ 3–5 без обтічників і 2–5 з обтічниками.

У роботі [32] матричний метод аналізу системи розширено для обліку динамічної реакції буксированої системи. Ключовим є використання методу еквівалентної лінеаризації та малих збурень, кутів нахилу буксированого тіла. Розглянуто два приклади: перший використовує фундаментальні обмеження для пасивної компенсації тяги, а другий стосується використання плаваючих зв'язків для динамічного розвантаження. ГЗ моделюється у диференціальному наближенні (за малих збурень форми ГЗ). Ця динамічна модель є двовимірною без урахування згинальної жорсткості ГЗ, без проміжних елементів ГЗ.

У роботі [33] розглянуто застосування методу динамічної оптимізації траєкторії вільно плаваючого кабелю в товщі води. Розглянуто модель у тривимірній системі координат із розбивкою ГЗ на елементи, пов'язані між собою. Кабель моделюється як ланцюжок жорстких стрижнів, з'єднаних один з одним шарнірами із двома ступенями свободи, які можуть описувати вигин кабелю у двох площинах (три координати). Кабель вважається дуже гнучким, але не здатним до подовження. Ця модель дає можливість отримувати траєкторію руху судна і кабелю, однак без урахування зміни гідродинамічних характеристик кабелю, що недостатньо для всебічного вивчення динаміки ГЗ.

Нині при проектуванні МПС з ГЗ необхідно використовувати нові ММ опису динаміки МПС із ГЗ, які дозволять відповісти на питання проектування з максимальним урахуванням їх експлуатаційних властивостей.

Моделі динаміки ГЗ вимагають додаткових досліджень стосовно конкретних схем (нових завдань механіки ГЗ) і конкретних збурень. У наявних розрахунках ГЗ використовуються переважно ММ для ідеальних круглих перерізів.

Сьогодні актуальною є задача оперативного розрахунку зусиль у ГЗ для завдань дослідницького проектування та використання у системах автоматичного управління МПС у реальному масштабі часу.

Мета дослідження. Метою дослідження є доповнення розробленої раніше ММ динаміки ГЗ МПС методом визначення векторів узагальнених сил вигину і крутіння ГЗ та перевірка впливу ЗЖ ГЗ на її прогин і силу розтягування на конкретних прикладах.

Методи, об'єкт та предмет дослідження. Як загальнонаукові *методи* дослідження використані аналіз, синтез, узагальнення, аналогія як ґносеологічна основа моделювання, моделювання (вивчення об'єкта-оригіналу) шляхом створення та дослідження його копії (моделі), яка має з оригіналом загальні властивості.

Як теоретичні методи дослідження використані частинні теоретичні моделі та закони (формалізації, аксіоматичний, гіпотеза, теорії різного рівня).

Як емпіричні методи дослідження використані спостереження, експеримент (у нашому випадку модельний).

Об'єктом дослідження є ГЗ МПС (на прикладі ПБС).

Предметом дослідження роботи є доповнення розробленої раніше ММ динаміки ГЗ МПС методом визначення векторів узагальнених сил вигину і крутіння ГЗ з метою удосконалення розробленої раніше ММ ГЗ МПС.

Основний матеріал. Під час проектування (вибору) ГЗ необхідно враховувати зміну її власних характеристик у часі протягом тривалої експлуатації:

- при гідростатичному обтисненні ГЗ змінює свою форму від ідеальної округлості;
- відбувається істотне розтягнення ГЗ по довжині, в т. ч. і внутрішніх жил електродоводів, внаслідок чого змінюється опір ГЗ;

- відбувається нерівномірне старіння і зношування оболонок і обплетення кабелів ГЗ, виготовлених із різних матеріалів;

- змінюється ЗЖ ГЗ залежно від глибини занурення;

- можлива поява поперечної вібрації ГЗ в потоці води у квазістатичній і локальній динаміці, що істотно впливає на їх надійність.

Аналіз наявних моделей динаміки ГЗ МПС показав, що у більшості моделей елемента ГЗ МПС розглядають динаміку ГЗ при доволі малих переміщеннях і вигинах, що свідчить про актуальність удосконалення розробленої ММ динаміки елемента ГЗ [34; 35] і дозволяє враховувати великі переміщення ГЗ у складі МПС. Створена ММ двох пов'язаних елементів ГЗ МПС дала можливість розробити алгоритм розрахунку динаміки ГЗ при її великих переміщеннях і дозволяє вирішувати такі завдання, які в наявних ММ не враховувалися [34]:

1. Визначати зміну форми ГЗ і сил її натягу у процесі маневрування судна-носія (СН) ПБС і підводного апарату (ПА) з урахуванням морського хвилювання, підводних течій, вітрових навантажень на СН, глибини моря та її зміни в заданій акваторії, маси та пружних властивостей ГС.

2. Визначати відносне положення СН і ПА у процесі їх маневрування.

3. Визначати резонансні режими розтягування ГЗ і максимальні навантаження на ГЗ для оцінки її міцності у процесі маневрування СН і ПА.

4. Визначати режими маневрування МПС, що призводять до вібрації погпнообтічних ГЗ у потоці.

5. Визначати зусилля розтягування в ГЗ.

6. Визначити систему рівнянь, які описують динаміку елемента ГЗ від навантаження і повороту.

7. Розробити алгоритм моделювання динаміки ГЗ, що дозволяє виконувати розрахунки динаміки ГЗ МПС.

Створена ММ динаміки елемента ГС дозволяє враховувати [36]:

1. рух СН, який визначається такими факторами: хвилюванням поверхні моря; кінематичними характеристиками руху СН, швидкістю морської течії;

2. особливості конструкції ГЗ, що впливають на функціональні характеристики МПС і визначаються такими факторами: довжиною і зміною довжини ГЗ у процесі руху СН; пружністю і міцністю ГЗ; позитивною або негативною плавучістю ГЗ, а також вантажів, поплавців і буїв, з'єднаних із ГЗ; силами гідродинамічного опору ГЗ у процесі його руху у воді; силами, котрі діють на корінний та ходовий кінці ГЗ;

3. рух ПА, який визначається такими факторами: масою і плавучістю ПА; відносним розташуванням ПА щодо СН і кінематичними характеристиками його руху; силами гідродинамічного опору ПА у процесі його руху у воді;

4. вплив перешкод на шляху руху ПА і ГЗ, котрий визначається такими факторами: розташуванням перешкод у воді; розмірами перешкод; кінематичними характеристиками руху перешкод.

Розроблені математична модель динаміки ГЗ і алгоритм ММ опису динаміки ГС МПС дозволять проектантові МПС, що мають у своєму складі ГЗ, більш якісно й оперативно проектувати практично всі класи МПС. Оригінальність ММ динаміки ГЗ полягає в тому, що ММ динаміки МПС з ГЗ включає не тільки рівняння для ГЗ, але і рівняння динаміки СН та буксованого ПА, рух яких визначає граничні умови у вузлах ГЗ з номерами $i = 0$ та $i = N$.

На відміну від розглянутих більш простих моделей опису динаміки ГЗ, отримані рівняння динаміки елемента ГЗ МПС дозволяють описувати значні величини його переміщень у складі ГЗ МПС.

Докладний опис розробленої ММ ГЗ МПС приведено у [34–38].

1. Метод моделювання ІЖ

Доповнимо розроблену раніше ММ [34–38] методом визначення векторів узагальнених сил вигину і крутіння ГЗ.

Для вирішення цієї проблеми розроблено метод визначення векторів $\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^x, \bar{Q}_{i-1}^r, \bar{Q}_i^r, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^r$ за допомогою чисельних методів обчислення похідних та інтегралів, що входять у формули (13) – (20). Вектори узагальнених сил вигину і крутіння ($\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^x, \bar{Q}_{i-1}^r, \bar{Q}_i^r, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^r$) можна обчислити за формулами (13) – (20) [38]

$$\bar{Q}_{i-1}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial \bar{e}_{i-1}} d\xi, \quad (8)$$

$$\bar{Q}_i^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \chi_{i1}^2}{\partial \bar{e}_{i1}} d\xi, \quad (9)$$

$$\bar{Q}_{i2}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \chi_{i2}^2}{\partial \bar{e}_{i2}} d\xi, \quad (10)$$

$$\bar{Q}_{i+1}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \chi_{i+1}^2}{\partial \bar{e}_{i+1}} d\xi, \quad (11)$$

$$\bar{Q}_{i-1}^r = \frac{G \cdot J_p \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \tau_{i-1}^2}{\partial \bar{e}_{i-1}} d\xi. \quad (12)$$

$$\bar{Q}_i^r = \frac{G \cdot J_p \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \tau_{i1}^2}{\partial \bar{e}_{i1}} d\xi. \quad (13)$$

$$\bar{Q}_{i2}^r = \frac{G \cdot J_p \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \tau_{i2}^2}{\partial \bar{e}_{i2}} d\xi. \quad (14)$$

$$\bar{Q}_{i+1}^r = \frac{G \cdot J_p \cdot l}{2} \int_0^1 \frac{\partial \tau_{i+1}^2}{\partial \bar{e}_{i+1}} d\xi, \quad (15)$$

проте процес їх визначення пов'язаний із великими проблемами обчислення похідних та інтегралів в аналітичному вигляді.

Розглянемо цей метод на прикладі обчислення координат вектора $\bar{Q}_{i-1}^x$. Вектор узагальнених координат у вузлі ГЗ з номером $i-1$, відповідно до (3.190) [38, с. 273], визначається формулою

$$\bar{e}_{i-1} = \{x_{i-1} \ y_{i-1} \ z_{i-1} \ x'_{i-1} \ y'_{i-1} \ z'_{i-1} \ \beta_{i-1}\}^T, \quad (16)$$

тоді квадрат кривизни ГЗ у цьому вузлі залежить від компонентів вектора

$$\chi_{i-1}^2 = f(\bar{e}_{i-1}) = f(x_{i-1} \ y_{i-1} \ z_{i-1} \ x'_{i-1} \ y'_{i-1} \ z'_{i-1} \ \beta_{i-1}). \quad (17)$$

Похідну в підінтегральному вираженні (8) можна було б обчислювати за допомогою кінцевих різниць

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial \bar{e}_{i-1}} \approx \frac{f(\bar{e}_{i-1}^{n+1}) - f(\bar{e}_{i-1}^n)}{\bar{e}_{i-1}^{n+1} - \bar{e}_{i-1}^n}, \quad (18)$$

проте в разі відсутності змін узагальнених координат вузлів ГЗ (наприклад, у випадку плоскої симетрії руху ГЗ або в окремі моменти часу) у формулі (18) виникає невизначеність типу $0/0$, що не дозволяє визначити похідну. Щоб виключити появи невизначеності $0/0$, замість формули (18) використовуємо формулу

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial \bar{e}_{i-1}} \approx \frac{f(\bar{e}_{i-1}^n + \Delta_e) - f(\bar{e}_{i-1}^n - \Delta_e)}{2 \cdot \Delta_e}, \quad (19)$$

де Δ_e – збурення узагальнених координат ГС.

Величину Δ_e вибирали набагато менше, ніж параметри ГЗ. Для лінійних складових координат ГЗ Δ_e задавали не більше 10^{-4} від довжини елемента ГЗ (l), а для напрямних косинусів – не більше 10^{-6} . На відміну від формули (18), у формулі (19) використовували центральні різниці для апроксимації похідної, що забезпечують другий порядок точності її апроксимації, а також що не порушують симетрію руху ГЗ за її наявності.

Вектор узагальнених координат з урахуванням його деталізації

$$\bar{e} = \{x_0 \ y_0 \ z_0 \ x'_0 \ y'_0 \ z'_0 \ x_l \ y_l \ z_l \ x'_l \ y'_l \ z'_l \ \beta_0 \ \beta_l\}^T, \quad (20)$$

де β_k – кути повороту поперечних перерізів ГЗ в кінцевих точках елемента відносно нормалі $\mathbf{n}$ репера Френе осьової лінії (див. рис. 3.15) [38, с. 255];

l – довжина осьової лінії елемента ГЗ.

У формулі (21)

$$\beta(p) = \beta_0 \cdot (1 - p/l) + \beta_l \cdot p/l. \quad (21)$$

У координатній формі похідні (23) визначаються формулами

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x_{i-1}} \approx \frac{f[(x_{i-1}^n + \Delta_x) y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}] - f[(x_{i-1}^n - \Delta_x) y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_x}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y_{i-1}} \approx \frac{f[x_{i-1}^n (y_{i-1}^n + \Delta_y) z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}] - f[x_{i-1}^n (y_{i-1}^n - \Delta_y) z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_y}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z_{i-1}} \approx \frac{f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n (z_{i-1}^n + \Delta_z) x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}] - f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n (z_{i-1}^n - \Delta_z) x_{i-1}' y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_z}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x'_{i-1}} \approx \frac{f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n (x_{i-1}' + \Delta_{x'}) y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}] - f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n (x_{i-1}' - \Delta_{x'}) y_{i-1}' z_{i-1}' \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_{x'}}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y'_{i-1}} \approx \frac{f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' (y_{i-1}' + \Delta_{y'}) z_{i-1}' \beta_{i-1}] - f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' (y_{i-1}' - \Delta_{y'}) z_{i-1}' \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_{y'}}, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z'_{i-1}} \approx \frac{f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' (z_{i-1}' + \Delta_{z'}) \beta_{i-1}] - f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}' y_{i-1}' (z_{i-1}' - \Delta_{z'}) \beta_{i-1}]}{2 \cdot \Delta_{z'}}. \quad (27)$$

Функція квадрата кривизни χ осьової лінії щодо головних осей інерції площі поперечного перерізу зі згинальною жорсткістю EJ і кривизною осьової лінії не залежить у явному вигляді від β , тому

$$\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial \beta_{i-1}} = 0. \quad (28)$$

Інтеграл від похідних (22) – (27), що входить у (8), обчислювали за методом Сімпсона, а складові частини вектора $\bar{Q}_{i-1}^x$ – за формулами

$$Q_{x_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (29)$$

$$Q_{y_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (30)$$

$$Q_{z_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (31)$$

$$Q_{x'_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x'_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x'_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial x'_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (32)$$

$$Q_{y'_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y'_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y'_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial y'_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (33)$$

$$Q_{z'_{i-1}}^x = \frac{E \cdot J \cdot l}{6 \cdot L_k} \sum_{k=1}^{L_k/2} \left[\left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z'_{i-1}} \right)_{2k-2} + 4 \cdot \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z'_{i-1}} \right)_{2k-1} + \left(\frac{\partial \chi_{i-1}^2}{\partial z'_{i-1}} \right)_{2k} \right], \quad (34)$$

$$Q_{\beta_{i-1}}^x = 0, \quad (35)$$

де L_k – парна кількість відрізків однакової довжини на інтервалі інтегрування $[0, 1]$; $k \in [0, L_k/2]$ – номер вузла на подвійному інтервалі інтегрування.

Аналогічним чином обчислюються складові частини інших векторів $\bar{Q}_{i-1}^x$, $\bar{Q}_{i-1}^y$, $\bar{Q}_{i-1}^z$.

На відміну від векторів $\bar{Q}_{i-1}^x$, $\bar{Q}_{i-1}^y$, $\bar{Q}_{i-1}^z$, $\bar{Q}_{i-1}^{\tau}$, обчислення $\bar{Q}_{i-1}^{\tau}$, $\bar{Q}_{i-1}^{\tau}$, $\bar{Q}_{i-1}^{\tau}$, $\bar{Q}_{i-1}^{\tau}$ має особливості, пов'язані із залежністю відносного кута кручення поперечного перерізу ГЗ від похідної кута повороту поперечного перерізу $\partial \beta / \partial p$ (3.86) [38, с. 258]. Кут повороту поперечного перерізу β апроксимований лінійними функціями в межах довжини

елемента ГЗ (3.59) [38, с. 255], тому у вузлах ГЗ похідна $\partial\beta / \partial p$ не визначена (має кінцевий розрив). Щоб його виключити, використовували центральні кінцеві різниці для апроксимації $\partial\beta / \partial p$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)_{i-1} \approx \frac{\beta_{i+1} - \beta_{i-1}}{2 \cdot l}, \quad (36)$$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)_i = \left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)_i \approx \frac{\beta_{i+2} - \beta_i}{2 \cdot l}, \quad (37)$$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)_{i+1} \approx \frac{\beta_{i+2} - \beta_i}{2 \cdot l}. \quad (38)$$

На відміну від (7), похідну $\frac{\partial\tau_{i-1}^2}{\partial\beta_{i-1}}$ вираховували за формулою

$$\frac{\partial\tau_{i-1}^2}{\partial\beta_{i-1}} \approx \frac{-f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}'' y_{i-1}'' z_{i-1}'' (\beta_{i-1}^n + \Delta_\beta)] - f[x_{i-1}^n y_{i-1}^n z_{i-1}^n x_{i-1}'' y_{i-1}'' z_{i-1}'' (\beta_{i-1}^n - \Delta_\beta)]}{2 \cdot \Delta_\beta}, \quad (39)$$

де Δ_β – збурення кута кручення ГЗ, що не перевищують 0,1. Інші елементи векторів $\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_{i+1}^x$ обчислювали аналогічно до формул (22)– (27).

До переваг запропонованого методу визначення $\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_{i+1}^x, \bar{Q}_{i-1}^y, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^z$

необхідно віднести його алгоритмічність, яка істотно полегшує обчислення $\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_{i+1}^x, \bar{Q}_{i-1}^y, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^z$ у комп'ютерній програмі [39].

На кожному часовому $n + 1$ шарі рішення системи рівнянь (3.247) [38, с. 280] виконували за двокроковою схемою «предиктор» – «коректор» за формулами (3.262) [38, с. 281] і (3.264) [38, с. 282]. На відміну від вектора $\bar{Q}_i^n$, вектори $\bar{Q}_{i-1}^x, \bar{Q}_i^x, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_{i+1}^x, \bar{Q}_{i-1}^y, \bar{Q}_i^y, \bar{Q}_i^z, \bar{Q}_{i+1}^z$ обчислювали попередньо на етапі «предиктор» і уточнювали на етапі «коректор». На етапі «предиктор» координати ГЗ на тимчасовому $n + 1$ шарі ще невідомі, тому похідні $\frac{\partial\chi_{i-1}^2}{\partial\bar{e}_{i-1}}$ обчислювали на основі формул (22) – (27), використовуючи відомі координати вузлів ГЗ на n -му часовому шарі. Потім підставляли їх у формули (22) – (28) і використовували отримані величини $(\bar{Q}_{i-1}^x)^n$ для попереднього визначення величин координат (22) – (27), $(\tilde{x}_{i-1}, \tilde{y}_{i-1}, \tilde{z}_{i-1}, \tilde{x}'_{i-1}, \tilde{y}'_{i-1}, \tilde{z}'_{i-1}, \tilde{\beta}_{i-1})^{n+1}$ на $n + 1$ часовому шарі за формулою (3.262) [38, с. 281]. За цими величинами на етапі «коректор» обчислювали похідні $\frac{\partial\chi_{i-1}^2}{\partial\bar{e}_{i-1}}$ за формулами

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial x_{i-1}} \approx \frac{f[(\tilde{x}_{i-1}^{n+1} + \Delta_x) \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[(\tilde{x}_{i-1}^{n+1} - \Delta_x) \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_x}, \quad (40)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial y_{i-1}} \approx \frac{f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} (\tilde{y}_{i-1}^{n+1} + \Delta_y) \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} (\tilde{y}_{i-1}^{n+1} - \Delta_y) \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_y}, \quad (41)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial z_{i-1}} \approx \frac{f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} (\tilde{z}_{i-1}^{n+1} + \Delta_z) \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} (\tilde{z}_{i-1}^{n+1} - \Delta_z) \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_z}, \quad (42)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial x'_{i-1}} \approx \frac{f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} (\tilde{x}_{i-1}'^{n+1} + \Delta_{x'}) \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} (\tilde{x}_{i-1}'^{n+1} - \Delta_{x'}) \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_{x'}}, \quad (43)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial y'_{i-1}} \approx \frac{f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} (\tilde{y}_{i-1}'^{n+1} + \Delta_{y'}) \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} (\tilde{y}_{i-1}'^{n+1} - \Delta_{y'}) \tilde{z}_{i-1}'^{n+1} \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_{y'}}, \quad (44)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial z'_{i-1}} \approx \frac{f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} (\tilde{z}_{i-1}'^{n+1} + \Delta_{z'}) \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}] - f[\tilde{x}_{i-1}^{n+1} \tilde{y}_{i-1}^{n+1} \tilde{z}_{i-1}^{n+1} \tilde{x}_{i-1}'^{n+1} \tilde{y}_{i-1}'^{n+1} (\tilde{z}_{i-1}'^{n+1} - \Delta_{z'}) \tilde{\beta}_{i-1}^{n+1}]}{2 \cdot \Delta_{z'}}, \quad (45)$$

$$\frac{\partial\tilde{\chi}_{i-1}^2}{\partial\beta_{i-1}} = 0, \quad (46)$$

а потім підставляли їх у формули (29) – (35) для уточнення складових частин вектора $(\bar{Q}_{i-1}^x)^{n+1}$ й остаточно обчислювали

$(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, x'_{i-1}, y'_{i-1}, z'_{i-1}, \beta_{i-1})^{n+1}$ на $n + 1$ часовому шарі за формулами (3.264) [38, с. 282].

Аналогічним чином обчислюються складові частини інших векторів $\vec{Q}_i^x, \vec{Q}_i^y, \vec{Q}_{i+1}^x, \vec{Q}_{i+1}^y, \vec{Q}_{i-1}^x, \vec{Q}_{i-1}^y, \vec{Q}_i^z, \vec{Q}_{i+1}^z$.

2. Приклад використання розробленого методу моделювання ГЗ із застосуванням уточнення розробленої ММ динаміки ГЗ МПС

Приклади впливу ЗЖ ГЗ на її прогин і силу розтягування наведені у [40].

Приклад № 1 [40]. Розглянемо результати моделювання буксирування ПА за допомогою ГС, закріпленої на СН, на прикладі розрахунку з [41]. Судно-буксирувальник (СБ) пов'язане з буксованим носієм (БН) кабель-буксиром (КБ) діаметром 30 мм, довжиною 400 м, жорсткість КБ $6,75 \cdot 10^7$ Н, погонна маса 1,43 кг/м. До БН приєднано стабілізуючу ділянку додаткового каната нульової плавучості, що створює за швидкості буксирування 3 м/с зусилля ($F_{\text{БН}}$) 1 кН. БН є круговий циліндр (діаметром 0,8 м, довжиною 2 м, масою 1030,44 кг, за якої забезпечується його нульова плавучість). Коефіцієнти опору БН $C_x = C_z = 0,77$, КБ $C_n = 1,35$, $C_\tau = 0,04$. Схема буксирування показана на рис. 1 [41].

Рис. 1. Схема буксирування БН

На рис. 2 [40] показана лінія КБ, розрахована в роботі [41, с. 144–146] без урахування гідродинамічного опору КБ, а також лінії, розраховані за розробленою ММ без урахування гідродинамічного опору КБ і з його урахуванням. Штриховими лініями показані форми ГЗ з урахуванням їх ЗЖ.

На рис. 3 [40] показано розподіл сили натягу уздовж КБ в напрямку координати S (позначення на рис. 3 аналогічні до позначень на рис. 2).

З рис. 2 і 3 випливає, що результати моделювання узгоджуються з розрахунками,

Рис. 2. Лінія КБ, розрахована в роботі [41], без урахування гідродинамічного опору КБ (лілова лінія), а також лінії, розраховані за розробленою моделлю без урахування гідродинамічного опору КБ (синя лінія) і з його урахуванням (червона лінія)

наведеними в [41], без урахування гідродинамічного опору КБ. Облік опору КБ за математичного моделювання призводить до зменшення глибини його занурення, що відповідає фізичним законам. У цьому випадку відносний діаметр ГЗ дорівнює 0,075%, тому вплив ЗЖ ГЗ на її форму і натяг дуже малий.

Приклад № 2 [40]. Розглянемо вплив ЗЖ GJ на прогин ГЗ і її розтягнення на розглянутому раніше прикладі прогину ГЗ, але, на відміну від нього, ГЗ має форму циліндричної труби із внутрішньою порожниною діаметром 900 мм. Зовнішній діаметр

ГЗ дорівнює 1 000 мм. Погонна маса ГЗ 1 164 кг/м. Початкова довжина ГЗ, яка знаходиться у воді, дорівнює 100 м. Кінці ГЗ нерухомі та розташовані на однаковій глибині. Щільність матеріалу ГЗ 7 800 кг/м³, а його модуль Юнга $2 \cdot 10^{11}$ Па. ГЗ розділений на 10 елементів. Нормальний коефіцієнт гідродинамічного опору ГЗ дорівнює 1,35, а тангенціальний – 0,04. Результати моделювання прогину цього ГЗ наведені на рис. 4–7.

Як впливає із цих даних, ЗЖ ГЗ зменшує максимальний прогин ГЗ приблизно у 2 рази, а силу розтягування ГЗ – у 2,5 рази.

Рис. 3. Розподіл сили натягу уздовж КБ в напрямку координати S

Рис. 4. Зміна прогину ГЗ зовнішнім діаметром 1 000 мм і внутрішнім діаметром 900 мм (1 – без урахування згинальної жорсткості ГЗ; 2 – з урахуванням ЗЖ ГЗ)

Рис. 5. Вплив ЗЖ ГЗ зовнішнім діаметром 1 000 мм і внутрішнім діаметром 900 мм на зміну її прогину

Рис. 6. Зміна сили розтягування ГЗ зовнішнім діаметром 1 000 мм і внутрішнім діаметром 900 мм (1 – без урахування ІЖ ГС; 2 – з урахуванням ЗЖ ГЗ)

Рис. 7. Вплив ЗЖ ГЗ зовнішнім діаметром 1 000 мм і внутрішнім діаметром 900 мм на зміну сили розтягування

Нижче наведені приклади вікон комп'ютерної програми для розрахунків сили розтягування ГЗ без урахування ЗЖ (рис. 8 – врахований зовнішній діаметр ГЗ, рис. 9 – враховані зовнішній і внутрішній діаметри ГЗ) [39].

На рис. 10 наведено приклад вікна комп'ютерної програми для розрахун-

ків сили розтягування ГС з урахуванням зовнішнього і внутрішнього діаметрів ГЗ, а також ЗЖ ГЗ.

З отриманих даних випливає, що при відносному діаметрі ГЗ (відношення діаметра ГЗ до її довжини) менше 0,1% вплив ЗЖ ГЗ на її прогин і натяг дуже малий та істотно залежить від діаметра ГЗ.

Рис. 8. Приклад вікна комп'ютерної програми для розрахунків без урахування ЗЖ (врахований зовнішній діаметр ГЗ)

Рис. 9. Приклад вікна комп'ютерної програми для розрахунків без урахування ЗЖ (враховані зовнішній і внутрішній діаметри ГЗ)

Рис. 10. Приклад вікна комп'ютерної програми для розрахунків (враховані зовнішній і внутрішній діаметри ГЗ, а також ЗЖ ГЗ)

Обговорення отриманих результатів.

ЗЖ ГЗ зменшує її максимальний прогин: чим більше діаметр ГЗ, тим більше його прогин. Тому в однакові моменти часу зміна прогину ГЗ і його натягу під дією ЗЖ призводить до великих відмінностей цих величин, тоді як амплітуди їх коливань відрізняються у межах відмінності їхніх середніх значень. Це підтверджується результатами моделювання буксирування ПА за допомогою ГЗ, закріпленого на СН, на прикладі розрахунку з [41].

Вплив ЗЖ ГЗ (GJ) на прогин ГЗ і його розтягнення істотно збільшується, коли ГЗ має форму циліндричної труби. Збільшення внутрішнього діаметра труби призводить до більшого зменшення жорсткості розтягування ГЗ (EA) порівняно зі ЗЖ ГЗ (GJ), тому вплив на прогин ГЗ і її розтягнення ЗЖ GJ зростає.

Структура комп'ютерної програми (КП) [39] дозволяє розширювати наявну КП моделювання динаміки ГЗ МПС і МПС з ГЗ для вирішення нових (додаткових) завдань:

1. для опису режиму буксирування ГЗ (47–53 фізичних параметрів враховуються в КП) [42];

2. для опису зіткнення – з перешкодами (56 фізичних параметрів враховуються в КП) [43];
3. для опису удару по ГЗ зустрічного стороннього об'єкта (66 фізичних параметрів враховуються в КП) [43];
4. для опису режиму циркуляції СН із БПА (61 фізичний параметр враховується в КП) [44];
5. для опису режиму буїв нейтральної плавучості (БНП) на якорі (61 фізичний параметр враховується в КП) [45];
6. для опису режиму урахування згинальної жорсткості та розтягування ГЗ (67 фізичних параметрів враховуються в КП);
7. для опису режиму урахування жорсткості крутіння ГЗ (67 фізичних параметрів враховуються в КП).

Висновки. Уточнена ММ динаміки ГЗ МПС дозволяє: враховувати вплив її згинальної жорсткості на її прогин і силу розтягування; більш якісно й оперативно проектувати практично всі класи МПС, котрі мають у своєму складі ГЗ.

Оригінальність запропонованої ММ динаміки ГЗ полягає в тому, що ММ динаміки МПС із ГЗ включає не тільки рівняння для ГЗ, але і рівняння динаміки СН і буксовано-го ПА.

Список літератури

- [1] Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. Москва : Наука, 1976. 319 с.
- [2] Сергеев С.Т. Надёжность и долговечность подъёмных канатов. Киев : Техника, 1968. 238 с.
- [3] Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. Киев : Изд-во АН УССР, 1962. 332 с.
- [4] Нестеров П.П. Основы конструирования шахтных подъёмных канатов. Москва : Углетехиздат, 1949. 332 с.
- [5] Камнев Г.Ф., Кипарский Г.Р., Балин В.М. Подъёмно-транспортные машины и палубные механизмы. Ленинград : Судостроение, 1976. 312 с.
- [6] Бугаенко Б.А., Магула В.Э. Специальные судовые устройства : учебное пособие. Ленинград : Судостроение, 1983. 392 с.
- [7] Джерман К., Бивис Б. Современный трос в морской практике / пер. с англ. Ленинград : Судостроение, 1980. 93 с.
- [8] Свенсон С. Справочник по такелажным работам / пер. со швед. Ленинград : Судостроение, 1987. 168 с.
- [9] Бекерский В.И. Применение канатов на судах и в портах. Москва : Транспорт, 1986. 152 с.
- [10] Казменко В.Д. Тросы для морской буксировки. Москва : Морской транспорт, 1958. 92 с.
- [11] Бугаенко Б.А. и др. Судовые спускоподъёмные устройства. Ленинград : Судостроение, 1980. 173 с.
- [12] Горшков И.А., Махорин Н.И. Передача грузов в море : справочник. Ленинград : Судостроение, 1977. 256 с.
- [13] Розенштейн М.М. Расчёт элементов глубоководной траловой системы. Москва : Пищевая промышленность, 1976. 248 с.
- [14] Кульмач П.П. Якорные системы удержания плавучих объектов (Вопросы статики и динамики плавучих сооружений на якорях). Ленинград : Судостроение, 1980. 336 с.
- [15] Боровиков П.А., Самарский В.Н. Подводная техника морских нефтепромыслов. Ленинград : Судостроение, 1980. 176 с.
- [16] Блинцов В.С., Магула В.Э. Проектирование самоходных привязных подводных систем. Киев : Наукова думка, 1997. 139 с.
- [17] Егоров В.И. Подводные буксируемые системы : учебное пособие. Ленинград : Судостроение, 1981. 304 с.
- [18] Поддубный В.И., Шамарин Ю.Е. и др. Динамика подводных буксируемых систем. Санкт-Петербург : Судостроение, 1995. 200 с.
- [19] Шамарин Ю.Е., Поддубный В.И. и др. Динамика подводных океанографических систем. Киев : Изд. Гос. НИИ гидроприборов, 2001. 228 с.
- [20] Кувшинов Г.Е., Наумов Л.А., Чупина К.В. Системы управления глубиной погружения буксируемых объектов : монография. Владивосток : Дальнаука, 2005. 285 с.
- [21] Иконников И.Б., Гаврилов В.М., Пузырев Г.В. Подводные буксируемые системы и буи нейтральной плавучести. Санкт-Петербург : Судостроение, 1992. 224 с.
- [22] Виноградов Н.И., Гутман М.Л. и др. Привязные подводные системы. Прикладные задачи статики и динамики. Санкт-Петербург : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2000. 324 с.
- [23] Иванов В.А., Ситарский Ю.С. Динамика полёта систем гибко связанных космических объектов. Москва : Машиностроение, 1986. 248 с.
- [24] Светлицкий В.А. Механика трубопроводов и шлангов: Задачи взаимодействия стержней с потоком жидкости или воздуха. Москва : Машиностроение, 1982. 280 с.
- [25] Качурин В.К. Теория висячих систем. Ленинград, 1962. 223 с.
- [26] Савин Г.Н., Глушко М.Ф. О строительной механике стальных подъёмных канатов. *Стальные канаты* : сборник статей / ред. М.Ф. Глушко, Т. 1. Киев : Изд. «Техника», 1964. С. 7–27.
- [27] Калентьев Е.А., Тарасов В.В. Численный анализ напряжённо-деформированного состояния пряди каната с линейным касанием при растяжении и кручении. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2010. Т. 3, № 4. С. 16–28.

- [28] Подводные электромеханические кабели. (Раздел «Заметки – Глобоководная техника»). *Судостроение за рубежом*. 1976. № 8. С. 88–90.
- [29] Шахназарян Э.А., Глушко М.Ф., Мамаев Л.М. К расчёту стальных канатов и бронированных кабелей в неметаллической упругой оболочке. *Стальные канаты*. 1968. Вып. 5. С. 134–139.
- [30] Трунін К.С. Модель еквівалентного однорідного стрижня для динамічно навантаженого сталевго каната з органічним сердечником. *Машинознавство*. 2007. № 6. С. 42–44.
- [31] Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. Киев : Наукова думка, 1962. 332 с.
- [32] Hover F.S., Grosenbaugh M.A., Triantafyllou M.S. Calculation of Dynamic Motion and Tensions in Towed Underwater cables. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. Vol. 19. № 3, July 1994, P. 449–457. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/4385954.pdf>.
- [33] Łukasz Drag. Application of dynamic optimization to the trajectory of a cable-suspended load. *Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 84, iss. 3. S. 1637–1653. DOI: 10.1007/s11071-015-2593-0.
- [34] Трунін К.С. Уравнения динамики элемента гибкой связи морской привязной системы. *Збірник наукових праць НУК*. 2017. № 1. С. 18–25. DOI 10.15589/jnn20170104.
- [35] Blintsov V., Trunin K. Construction of a mathematical model to describe the dynamics of marine technical systems with elastic links in order to improve the process of their design. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. /1/9 (103), 2020. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.197358. P. 56–66, 74.
- [36] Трунін К.С. Математическая модель двух связанных элементов гибкой связи морской привязной системы. *Збірник наукових праць НУК*. 2017. № 2. С. 3–10. DOI 10.15589/jnn20170201.
- [37] Трунін К.С. Динамика морской привязной системы с гибкой связью. *Збірник наукових праць НУК*. 2017. № 3. С. 3–10. DOI 10.15589/jnn20170301.
- [38] Трунін К.С. Гибкие связи в морских привязных системах : монография. Николаев : Издатель Торубара В.В., 2019. 536 с.
- [39] Трунін К.С. Компьютерная модель динамики морской привязной системы с гибкой связью. *Збірник наукових праць НУК*. 2017. № 4. С. 3–13. DOI 10.15589/jnn20170401.
- [40] Трунін К.С. (2020). Математическая модель описания динамики морской привязной системы с учётом влияния изгибной жёсткости гибкой связи на её прогиб и силу растяжения. *Матеріали XI міжнародної НТК «Інновації в суднобудуванні та океанотехніці»* : у 2 ч. Ч. 2. Миколаїв : НУК, 2020. С. 76–84.
- [41] Бугаенко Б.А. Динамика судовых спускоподъёмных операций. Киев : Наукова думка, 2004. 320 с.
- [42] Трунін К.С. Тестирование компьютерной программы модели динамики морской привязной системы с гибкой связью. *Судостроение и морская инфраструктура*. 2017. № 1. С. 95–108. DOI 10.15589/SMI20170105.
- [43] Трунін К.С. Определение дополнительного натяжения буксирного троса при ударе по нему встречного постороннего подводного объекта в произвольном месте. *Судостроение и морская инфраструктура*. 2018. № 2. С. 93–105. DOI 10.15589/SMI20180209.
- [44] Трунін К.С. Пространственное нестационарное движение морских привязных систем при маневрировании (на примере циркуляции). *Судостроение и морская инфраструктура*. 2017. № 2 (8). С. 103–114. DOI 10.15589/SMI20170219.
- [45] Трунін К.С. (2019). The three-dimensional motion of marine tethered system at example buoy of neutral floating (Просторовий рух морських прив'язних систем на прикладі буїв нейтральної плавучості). *Shipbuilding & Marine Infrastructure*. DOI [https://doi.org/10.15589/smi2019.1\(11\).3](https://doi.org/10.15589/smi2019.1(11).3). *Судостроение и морская инфраструктура*. № 1 (11). С. 18–31.

© Трунін К. С.

Дата надходження статті до редакції: 30.03.2021

Дата затвердження статті до друку: 31.05.2021