УДК 519.6

Параметрическое исследование течений вязкого газа в расширяющихся конических соплах

С. А. Карсканов

Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, Россия, 426067, Ижевск, ул. Т. Барамзиной, д. 34

Аннотация. На основе прямого численного моделирования проведено параметрическое исследование потоков вязкого газа, протекающих сквозь расширяющиеся конические сопла. Для интегрирования уравнений гидромеханики применялись алгоритмы аппроксимации частных производных с высоким порядком точности. Процесс счета распараллеливался и велся на многопроцессорной вычислительной системе. Варьируемым параметром в исследованиях являлся угол сужения сопла. Приведены поля распределения как мгновенных, так и осредненных гидромеханических параметров течений. Визуализированы и проанализированы поля распределения пульсационных характеристик потоков. Определено, что область интенсивных вихревых возмущений увеличивается с ростом угла расширения, однако, увеличения амплитуды колебаний не происходит.

Ключевые слова: прямое численное моделирование, расширяющееся коническое сопло, вязкий поток, высокий порядок аппроксимации, осесимметричное течение.

✉ Сергей Карсканов, e-mail: ser@udman.ru

Parametric Study of Viscous Gas Flows in Expanding Conic Nozzles

Sergey A. Karskanov

Udmurt Federal Research Center UB RAS (T. Baramzina Str., 34, Izhevsk, 426067, Russian Federation)

Summary. The unsteady viscous gas flows in expanding conic nozzles were investigated based on direct numerical simulations. High-order WENO schemes were used to approximate partial spatial derivatives. Total variation diminishing (TVD) Runge-Kutta scheme was used for time integration. Time integrating scheme was second order of accuracy. The calculations were performed on a uniform rectangular grid with a capacity of about 8 million nodes. Parallel computing technology MPI has been used to speed up a computational process. The calculations were carried out on supercomputer "Uran". The expanding nozzle under investigation has been located between two chambers. The nozzle expand angle was a variable parameter. Sudden expansion in the channel inlet served to intensify vortex disturbances. Fields of instantaneous and average hydromechanical parameters were analyzed. The shown distributions of instantaneous and averaged parameters fields indicate that the flow slows down with an increase in the nozzle expansion angle; however, the flow core of the averaged flow retains its shape, and the nozzle volumes increased due to expansion are occupied by regions with a slow flow. The distribution fields of the pulsation flows characteristics are shown. Regions of high values of the pulsation characteristics enhance with an increase in the expansion nozzle angle. Despite an enhance in the intense pulsations region with an increase in the expansion angle, an increase in the oscillations amplitude does not occur.

Keywords: direct numerical simulations, expanding conic nozzle, viscous flow, high-order approximation, axisymmetric flow.

✉ Sergey Karskanov, e-mail: ser@udman.ru

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] проведено исследование потоков вязкого газа, протекающего сквозь сужающиеся конические сопла. Сужение сопла приводит к разгону потока, однако увеличение скорости не приводит к возрастанию пульсационных возмущений, а, наоборот, происходит реламинаризация вихревого течения. Ядро потока вытесняет приграничные области, подавляя возмущения, движущиеся вдоль твердой границы. Кроме того, сужение сопла приводит к уменьшению площади поперечного сечения, что является причиной падения расхода.

Ввиду проведенных исследований интересным представляется изучение течений вязкого газа в расширяющихся конических соплах. Данная работа посвящена параметрическому исследованию потоков газа, протекающих сквозь расширяющиеся сопла, на основе метода прямого численного моделирования. Кроме того, ставится задача выявления закономерности распределения пульсационных характеристик потоков в зависимости от угла конусности.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Решаемые в процессе счета уравнения гидромеханики, записываются в осесимметричной постановке следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_r}{\partial r} + \frac{\rho u_r}{r} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_x^2 + P/(k M^2))}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_x u_r)}{\partial r} + \frac{\rho u_x u_r}{r} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u_r}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_x u_r)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_r^2 + P/(k M^2))}{\partial r} + \frac{\rho u_r^2}{r} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} \right) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (u_x (\rho E + P/(k M^2)))}{\partial x} + \frac{\partial (u_r (\rho E + P/(k M^2)))}{\partial r} + \frac{u_r (\rho E + P/(k M^2))}{r} = \\ & = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{(k-1) \text{Pr} M^2} \frac{\partial T}{\partial x} + u_x \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} \right) + u_r \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \right) + \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{(k-1) \text{Pr} M^2} \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + u_r \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} \right) \right) + \\ & \left. + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{(k-1) \text{Pr} M^2} \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + u_r \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{u_r}{r} \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Энергия определяется как

$$E = \frac{u_x^2 + u_r^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{P}{\rho}. \quad (5)$$

Из соотношения (5) определяется давление, а температура в уравнениях исключается с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона.

В уравнениях (1–4) x , r , t – безразмерные цилиндрические координаты и время. В качестве масштаба для линейных величин брался радиус сопла на входе, для скоростей – скорость звука c , для давления и плотности – величины давления P_{out} и плотности ρ_{out} окружающей среды. Окружающей средой, давление в которой равнялось одной атмосфере, выступал воздух.

Граничные условия задавались следующим образом: на входе задавались постоянными давление ($P_{in} = 1.05 \cdot P_{out}$) и температура ($T_{in} = 293 \text{ K}$); на выходе постоянным было давление окружающей среды, а остальные параметры рассчитывались с помощью условий "сноса"

(равенство нулю первой производной на границе). На твердых стенках задавалось условие прилипания, кроме того, обтекаемые поверхности считались адиабатическими. На оси симметрии сопла, совпадающей с осью r , задавались условия симметрии.

Расчеты проводились на равномерной прямоугольной сетке. Область интегрирования показана на рис. 1. Расширяющееся сопло расположено между камерами. В точке $x = 1$ сопло резко расширялось до радиуса 1.2. Общая длина сопла составляла 20 безразмерных единиц. Угол расширения обозначен на рис. 1 как α . Число типа Рейнольдса посчитанное по скорости звука (масштабу для скорости), равнялось $Re_c = 2.06 \cdot 10^6$.

Рис. 1. Расчетная область
Fig. 1. Computational domain

Сетка состояла из $11200 \times 720 = 8\,064\,000$ узлов. Счет велся на суперкомпьютере "Уран" (ИММ УрО РАН, г. Екатеринбург). Технология MPI применялась для распараллеливания вычислительного процесса.

Для получения адекватных результатов при исследовании течений с большими числами Рейнольдса методом прямого численного моделирования, кроме мощной сетки, позволяющей рассчитывать мелкомасштабные возмущения, необходимо использовать эффективные численные алгоритмы, позволяющие аппроксимировать частные производные с высоким порядком. Поэтому в работе использовался метод реконструкции численного решения WENO высокого (пятого) порядка аппроксимации для расчета пространственных частных производных.

Для интегрирования уравнений (1 – 4) по времени использовалась двухшаговая TVD-схема Рунге-Кутты второго порядка точности [3].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На основе прямого численного моделирования проведены пять серий расчетов течения вязкого газа сквозь расширяющееся сопло, находящегося между двумя камерами. Угол расширения сопла являлся варьируемым параметром. В процессе численного эксперимента он изменялся от 0 до 2.0 градусов с шагом 0.5 градуса.

На рис. 2 показаны мгновенные (в момент безразмерного времени $\hat{t} = 400$) поля распределения продольной компоненты вектора скорости потока u_x в соплах с различными углами расширения. Теневые картины плотности в этот же момент времени представлены на рис. 3.

Рис. 2. Распределение мгновенной продольной компоненты вектора скорости
Fig. 2. Distribution of the instantaneous longitudinal velocity vector component

Рис. 3. Теневые картины распределения плотности
Fig. 3. Schlieren visualization of the density distribution

Вихревые возмущения, зарождающиеся в окрестности входа ввиду стратификации потока, движутся вниз по течению, увеличиваясь в размерах. Траектория движения вихрей смещается вместе со стенкой, то есть можно сказать, что вихри продолжают перемещение вдоль стенки, хотя при увеличении угла расширения сопла она все больше удаляется от ядра потока. Это видно из данных рис. 4 и рис. 5, на которых показано осредненное поле компоненты u_x и профили осредненной продольной компоненты скорости соответственно. Ядро потока (оттенки красного цвета на рис. 4) сохраняет свои размеры.

Рис. 4. Распределение осредненной продольной компоненты вектора скорости
Fig. 4. Distribution of the averaged longitudinal velocity vector component

Рис. 5. Осредненная продольная компонента вектора скорость в выходном сечении сопла
Fig. 5. The averaged longitudinal velocity vector component in the nozzle outlet

Скорость на оси симметрии с увеличением угла расширения незначительно падает. Зона замедленного течения, располагающаяся между ядром потока и стенкой, значительно расширяется. На рис. 5 видно, что точка перегиба графика осредненной продольной компоненты вектора скорости в выходном сечении сопла сдвигается к стенке. Причем сдвиг происходит скачкообразно.

В цилиндрическом сопле координата точки перегиба соответствует $r = 0.772$, а в сопле с углом расширения 0.5 градусов координата точки перегиба – $r = 0.852$. Далее, с увеличением α координата точки перегиба постепенно увеличивается ($r = 0.862$ при $\alpha = 1.0^\circ$ и $r = 0.871$ при $\alpha = 1.5^\circ$), достигая значения $r = 0.91$ при $\alpha = 2.0^\circ$. При этом область за точкой перегиба увеличивается значительно более быстро. Так, если при $\alpha = 0.0^\circ$ расстояние между точкой перегиба и стенкой сопла на выходе составляет 0.428 единиц, при $\alpha = 0.5^\circ$ – 0.513 , при $\alpha = 1.0^\circ$ – 0.669 , при $\alpha = 1.5^\circ$ – 0.826 , то при $\alpha = 2.0^\circ$ – 0.953 единицы.

Незначительное увеличение координаты точки перегиба говорит о том, что, несмотря на все увеличивающуюся площадь сечения сопла, ядро потока сохраняет свою конфигурацию, а область замедленного течения занимает все большую площадь.

На рис. 6 показано распределение кинетической энергии турбулентности, определяемой по формуле

$$k_T = \frac{\langle u_x'^2 \rangle + \langle u_r'^2 \rangle}{2}.$$

Здесь u_x' и u_r' – пульсации продольной и радиальной компонент вектора скорости. Пульсации компонент скорости определяются по формулам:

$$u_x' = u_x - \langle u_x \rangle, \quad u_r' = u_r - \langle u_r \rangle.$$

$\langle u_x \rangle$ и $\langle u_r \rangle$ – усредненные значения компонент вектора скорости.

Рис. 6. Распределение кинетической энергии турбулентности

Fig. 6. Distribution of kinetic energy of turbulence

Относительные среднеквадратичные отклонения давления σ_p в соплах с разным углом расширения показаны на рис. 7. Значения σ_p определяются из выражения

$$\sigma_p = \frac{\delta p}{\langle P \rangle} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - \langle P \rangle)^2}}{\langle P \rangle}.$$

Здесь $\langle P \rangle$ – усредненное значение давления в точке.

Данные рис. 6 и рис. 7 четко свидетельствуют об интенсификации возмущений в сопле с ростом угла расширения. Область высоких значений k_T и σ_p с ростом α увеличивается. Однако, стоит заметить, что область высоких значений кинетической энергии турбулентности занимает большее пространство, чем область высоких значений среднеквадратичных отклонений давления. Для всех рассмотренных α область высоких значений k_T увеличивается до $x \approx 10 \div 12$, далее оставаясь практически постоянной или даже сужаясь. С возрастанием α область максимальных σ_p отклоняется вслед за стенкой, однако, угол отклонения не равен углу расширения сопла (он меньше α , рис. 7).

Кроме того, стоит отметить, что несмотря на увеличение области интенсивных пульсаций с ростом α , увеличения амплитуды колебаний не происходит. Это связано с тем, что при увеличении конусности сопла течение имеет тенденцию к замедлению.

Рис. 7. Распределение флуктуаций давления

Fig. 7. Distribution of pressure fluctuations

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен численный эксперимент, заключающийся в определении параметров потока вязкого газа, протекающего сквозь расширяющиеся сопла, в зависимости от угла расширения сопла. Показанные распределения мгновенных и осредненных полей гидромеханических параметров потоков свидетельствуют о том, что течение с ростом угла расширения сопла замедляется, однако, ядро потока осредненного течения сохраняет свою форму, увеличившиеся за счет расширения объема сопла заняты областями с замедленным течением. Зоны высоких значений пульсационных характеристик потоков увеличиваются, но роста амплитуды колебаний параметров не происходит.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Липанов А. М., Карсканов С. А. Моделирование течения вязкого газа сквозь сужающиеся конические сопла // Химическая физика и мезоскопия. 2020. Т. 22, № 2. С. 175-183. <https://doi.org/10.15350/17270529.2020.2.17>
2. Карсканов С. А. Параметрическое исследование потоков газа, протекающих сквозь сужающиеся конические сопла // Химическая физика и мезоскопия. 2020. Т. 22, № 3. С. 261-268. <https://doi.org/10.15350/17270529.2020.3.25>
3. Gottlieb S., Shu C. W. Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes // Mathematics of Computation, 1998, vol. 67, pp. 73-85. <http://dx.doi.org/10.1090/S0025-5718-98-00913-2>

REFERENCES

1. Lipanov A. M., Karskanov S. A. Modelirovanie techeniy vyazkogo gaza skvoz suzhauyshiesya konicheskie sopla [Simulation of Viscous Gas Flow Through Tapered Conic Nozzles]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2020, vol. 22, no. 2, pp. 175-183. (In Russian). <https://doi.org/10.15350/17270529.2020.2.17>
2. Karskanov S.A Parametricheskoe issledovanie potokov gaza, protekayushih skvoz suzhauyshiesya konicheskie sopla [Parametrical Study of Gas Flow Through Tapered Conic Nozzles]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2020, vol. 22, no. 3, pp. 261-268. (In Russian). <https://doi.org/10.15350/17270529.2020.3.25>
3. Gottlieb S., Shu C.W. Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes. *Mathematics of Computation*, 1998, vol. 67, pp. 73-85. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-98-00913-2>

Поступила 05.07.2021; принята к опубликованию 08.07.2021
Received 05 July 2021; accepted 08 July 2021

Карсканов Сергей Андреевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Российская Федерация, e-mail: ser@udman.ru

Sergey A. Karskanov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Udmurt Federal Research Center UB RAS, Izhevsk, Russian Federation, e-mail: ser@udman.ru