УДК 536.46

Численное исследование распространения пламени по цилиндрической поверхности полимерного горючего материала

А. И. Карпов, А. А. Шаклеин, Г. Морар

Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, Россия, 426067, Ижевск, ул. Т. Барамзиной, д. 34

Аннотация. Проведено численное исследование распространения ламинарного диффузионного пламени по поверхности образцов полиметилметакрилата цилиндрической формы. Результаты расчетов показали, что интенсивность горения при данной конфигурации выше по сравнению с плоскими образцами. Установлено, что при увеличении диаметра цилиндра (уменьшении кривизны поверхности) происходит сближение обеих конфигураций по скорости распространения пламени и длине зоны пиролиза. Получено, что в рассмотренном случае, при диаметре образца 9.6 мм длины зон пиролиза и пламени практически идентичны.

Ключевые слова: распространение пламени, численное моделирование, сопряженный теплоперенос, горение полиметилметакрилата.

✉ Александр Карпов, e-mail: karpov@udman.ru

Numerical Study of Flame Spread over Cylindrical Surface of Solid Fuel

Alexander I. Karpov, Artem A. Shaklein, Gabriela Morar

Udmurt Federal Research Center UB RAS (T. Baramzina Str., 34, Izhevsk, 426067, Russian Federation)

Summary. Wide known numerous studies of the model flame spread behavior over the surface of solid polymeric fuels relate to the following background. Experimentally, steady-state propagation regime is ensured by the opposed flow mode, and numerically, laminar flow regime at flame leading edge is confirmed to be valid. Then, two-dimensional mathematical formulation would be reasonably employed if solid fuel sample is sufficiently wide with side surface inhibited. Polymethylmethacrylate polymer is considered as a model solid fuel, which is also involved into the present study. Unlike the previous reports dealing with the flame spread over flat burning surface, which is predicted in the Cartesian coordinates, the cylindrical samples is considered here based on the axisymmetric formulation. Predictions showed the increased intensity of burning process for the cylindrical configuration in comparison with the planar one. This relates to the flame spread rate and pyrolysis length values. It has been established that the difference between the cylindrical and planar samples is decreased with the rise of sample diameter (surface curvature). For the particular case considered here, the diameter of 9.6 mm is found to be limit for which the pyrolysis and flame zone length coincide.

Keywords: flame spread, numerical simulation, coupled heat transfer, polymethylmethacrylate burning.

✉ Alexander Karpov, e-mail: karpov@udman.ru

ВВЕДЕНИЕ

Исследование распространения диффузионного пламени по поверхности твердого полимерного горючего материала представляет собой модельную (в определенной степени, классическую) задачу горения, решение которой дает представление о фундаментальных закономерностях, характеризующих локальные характеристики процессов, изучение которых в целом связано с проблемами пожаробезопасности. Типичными конфигурациями здесь являются распространение пламени по горизонтальной и вниз по вертикальной (downward) поверхностям твердого горючего материала (например [1 – 4], включая обзоры предыдущих исследований, представленные в этих работах). В данных случаях реализуется стационарный режим, что позволяет достаточно просто измерить скорость распространения пламени – ключевой макроскопический параметр, одним числом определяющий общий результат взаимодействия разнообразных физико-химических, тепловых, кинетических и других возможных факторов, участвующих в процессе. С точки зрения математического моделирования, основная привлекательность данной задачи заключается в обоснованной

возможности использования двухмерной формулировки (для достаточно широких образцов, забронированных по краям) и допущения ламинарного течения в лидирующей кромке пламени, тепловой баланс в которой определяет механизм и скорость его распространения (при этом не исключается возможное наличие вихревых и пульсационных/турбулентных режимов в факеле пламени).

Следующий аспект рассматриваемого исследования касается выбора горючего материала. Как показано в [1–4], наиболее распространенным материалом является полиметилметакрилат (ПММА). Данный полимер обладает всеми необходимыми свойствами модельного горючего материала: его состав и теплофизические характеристики практически неизменны для различных производителей по всему миру (здесь рассматривается литой (cast) ПММА). Соответственно, параметры пиролиза, горения и распространения пламени по его поверхности показывают максимально высокую повторяемость, подтверждаемую результатами многочисленных экспериментальных и численных исследований различных авторов (обзоры в [1–4]).

Во всех указанных выше исследованиях рассматривается распространение пламени по плоской поверхности горючего материала. Если для горизонтального распространения пламени математическое моделирование в двухмерной постановке предполагает использование только декартовой системы координат, то распространение пламени по вертикальной поверхности дает возможность провести расчеты для цилиндрических образцов в двухмерной осесимметричной формулировке. Известны экспериментальные [5, 6], асимптотические [7] и численные [8] исследования распространения пламени по цилиндрическим образцам горючих материалов. Целью настоящего исследования является прямое сравнение результатов численных расчетов распространения пламени по плоским и цилиндрическим поверхностям образцов ПММА.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнения сохранения

Рассматривается сопряженная постановка, описывающая сопряженный тепломассообмен между газовой фазой и горючим материалом [2–4]. Ламинарное течение многокомпонентного реагирующего газа описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_r r^m}{\partial r} + \frac{\partial \rho u_z r^m}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} r^m \mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial u_r}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} r^m \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + (\rho_a - \rho) g, \quad (3)$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u_r C \frac{\partial T}{\partial r} + \rho u_z C \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \lambda r^m \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \rho W Q, \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial Y_k}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial Y_k}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial Y_k}{\partial z} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} r^m D \frac{\partial Y_k}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} D \frac{\partial Y_k}{\partial z} + v_k \rho W, \quad (5)$$

$$p = \rho R T, \quad (6)$$

где $Y_k = \{Y_F, Y_O, Y_P\}$, $v_k = \{-1, -v_O, 1 + v_O\}$, $m = 0$ для плоской и $m = 1$ для осесимметричной постановок.

Газофазное горение описывается макроскопической реакцией вида

где F – горючее (метилметакрилат, MMA), O – O_2 , P – $CO_2 + H_2O$, I – N_2 . Скорость реакции горения рассчитывается по модели Аррениуса:

$$W = k Y_F Y_O \exp(-E / R_0 T). \quad (8)$$

В твердом материале уравнение сохранения энергии имеет следующий вид:

$$\rho_s C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{1}{r^m} \frac{\partial}{\partial r} \lambda_s r^m \frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} + \rho_s W_s Q_s. \quad (9)$$

Предполагается, что в результате пиролиза горючий полимерный материал разлагается в его газообразный мономер:

Скорость реакции пиролиза определяется по модели Аррениуса

$$W_s = (1 - \alpha)^n k_s \exp(-E_s / R_0 T_s). \quad (11)$$

Степень превращения реакции рассчитывается как

$$\frac{d\alpha}{dt} = W_s. \quad (12)$$

Скорость газификации твердого полимера на поверхности горения определяется как

$$u_s(z) = \frac{1}{L_s^m(z)} \int_0^{L_s(z)} W_s r^m dr. \quad (13)$$

В результате термического разложения твердого материала и выделения газообразных продуктов пиролиза в газовую фазу толщина полимерного материала изменяется по следующей зависимости

$$L_s(z, t) = L_s(z, 0) - \int_0^t u_s(z) dt. \quad (14)$$

Граничные условия

Граничные условия для уравнений (1)–(5), (9) определяются в соответствии с расчетной областью, представленной на рис. 1.

Рис. 1. Схема расчетной области
Fig. 1. Arrangement of computation domain

$$\begin{aligned}
z = 0: & \quad T = T_a, Y_O = Y_{O,a}, Y_F = 0, Y_P = 0, \partial u_z / \partial z = 0, u_r = 0; \\
z = L_z: & \quad \partial \phi / \partial z = 0, \phi = \{u_r, u_z, T, Y_k\}, k = \{F, O, P\}; \\
r = L_r: & \quad T = T_a, Y_O = Y_{O,a}, Y_F = 0, Y_P = 0, u_z = 0, \partial u_r / \partial r = 0; \\
r = 0, 0 < z < L_p(t): & \quad \partial T_s / \partial r = 0; \\
r = 0, L_p(t) < z < L_z: & \quad u_r = 0, \partial \phi / \partial r = 0, \phi = \{u_z, T, Y_k\}, k = \{F, O, P\}; \\
r = L_s(z, t), 0 < z < L_p(t): & \quad u_z = 0, \rho u_r = \rho_s u_s, T_s = T, \\
& \quad -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} + (\rho u CT)_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + \rho u_r CT, \\
& \quad -\rho D \frac{\partial Y_F}{\partial r} + \rho u_r Y_F = \rho_s u_s, \\
& \quad -\rho D \frac{\partial Y_k}{\partial r} + \rho u_r Y_k = 0, k = \{O, P\};
\end{aligned}$$

Методика расчета

Вычислительный алгоритм основан на результатах работ [2, 4]. Исходные дифференциальные уравнения (1) – (5), (9) интегрируются методом конечных объемов. Дискретизация уравнений осуществляется на смещенной (скорость-давление) расчетной сетке. Вводится итерационная процедура на каждом временном шаге для обеспечения согласованности всех расчетных параметров. Расчет полей скорости и давления обеспечивается применением процедуры SIMPLE. Конвективные слагаемые аппроксимируются противопоточной схемой первого порядка, диффузионные - линейной схемой второго порядка. Вычислительный алгоритм реализован в собственном коде. Размеры шагов по времени и пространству определяются в ходе проведения предварительных расчетов для обеспечения независимости результатов от данных параметров.

Исходные данные

В работе использованы следующие теплофизические параметры твердого материала (ПММА): $\rho_s = 1160 \text{ кг/м}^3$ [1], $\lambda_s = 0.188 \text{ Вт/(м К)}$ [9], $C_s = 1.01 + 0.00858T \text{ Дж/(г } ^\circ\text{C)}$ при $T \leq 130 ^\circ\text{C}$ и $C_s = 1.78 + 0.0024T \text{ Дж/(г } ^\circ\text{C)}$ при $T > 130 ^\circ\text{C}$ [10], $Q_s = -0.87 \text{ МДж/кг}$ [10]. Кинетические параметры реакции пиролиза $k_s = 4.75 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $E_s = 177.6 \text{ кДж/моль}$, $n = 1.3$ [11]. Параметры реакции газофазного горения $k = 1 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ [2], $E = 90 \text{ кДж/моль}$ [9], $Q = 25.9 \text{ МДж/кг}$ [9]. Значения параметров переноса в газовой фазе (в зависимости от состава смеси и температуры) определяются с использованием известных баз данных для низкомолекулярных соединений, представленных в [2 – 4].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Исследуется распространение пламени по поверхности образцов ПММА цилиндрической формы диаметрами 1.0, 2.0, 4.6 и 9.6 мм. Для сравнения приводятся полученные ранее [2] результаты расчетов распространения пламени по поверхности плоских образцов ПММА с аналогичными толщинами. Расчетные значения скорости распространения пламени сведены в табл. 1. Следует отметить, что при той же толщине скорость распространения пламени для образцов цилиндрической формы больше соответствующих значений для образцов формы параллелепипеда, поскольку в первом случае объем твердого материала меньше, и больше тепла поступает в направлении распространения пламени, прогревая материал.

Таблица 1. Скорость распространения пламени
Table 1. Flame spread rate

$L_s(0)$, [мм]; [mm]	u_f , [мм/с]; [mm/sec]	
	плоская постановка [2] planar formulation [2]	осесимметричная постановка axisymmetric formulation
1	0.16	0.25
2	0.10	0.16
4.6	0.072	0.102
9.6	0.06	0.081

На рис. 2 представлена зависимость скорости распространения пламени от толщины образца, показывающая ожидаемое уменьшение различия при увеличении диаметра (уменьшения кривизны поверхности). Поскольку используется нестационарная постановка задачи, скорость распространения пламени определяется по скорости перемещения точки максимального теплового потока на поверхности горения при достижении стационарного режима.

Рис. 2. Зависимость скорости распространения пламени от толщины плоского и диаметра цилиндрического образцов

Fig. 2. Dependence of flame spread rate upon the thickness of planar and diameter of cylindrical samples

Расчетные значения длины зоны пиролиза сведены в табл. 2. Длина зоны пиролиза меньше для цилиндрических образцов. Данное наблюдение объясняется по аналогии со скоростью распространения пламени: для цилиндрических образцов при той же толщине количества твердого вещества в каждом поперечном сечении меньше, чем для образцов формы параллелепипеда, поэтому образец быстрее прогревается и выгорает.

Таблица 2. Размер зоны пиролиза
Table 2. Pyrolysis zone length

$L_s(0)$, [мм]; [mm]	L_p , [мм]; [mm]	
	плоская постановка [2] planar formulation [2]	осесимметричная постановка axisymmetric formulation
1	1.6	0.8
2	2.7	1.9
4.6	7.4	6.9
9.6	17.7	17.6

Распределение температуры в расчетной области представлено на рис. 3. Подобно зависимости скорости распространения пламени различие в длине зоны пиролиза и размера пламенной между плоским и цилиндрическим образцами уменьшается при уменьшении кривизны поверхности. В рассмотренном конкретном случае данные параметры практически идентичны при толщине (диаметре) образца 9.6. мм.

Рис. 3. Поля температуры при распространении пламени по поверхности образцов ПММА толщиной:

a) – 1 мм, b) – 2 мм, c) – 4.6 мм, d) – 9.6 мм

Fig. 3. Temperature fields under flame propagation over PMMA surface; thickness:

a) – 1 mm, b) – 2 mm, c) – 4.6 mm, d) – 9.6 mm

Представленное на рис. 4 (слева) распределение температуры поверхности горения (нормированное по точке начала интенсивного пиролиза в области немного более 3 мм) показывает незначительное ее увеличение для цилиндрического образца по сравнению с плоским. Тем не менее, в силу существенно нелинейной зависимости скорости реакции пиролиза от температуры, этого оказывается достаточно для того, чтобы линейная скорость пиролиза значительно возросла (правый график рис. 4). Соответственно, значение интеграла $\int_x u_s dx$, определяющего массовую скорость горения (потери массы), составляет 7.3E-11 м²/с для плоского и 9.6E-11 м²/с для цилиндрического образцов. Соотношение между этими значениями составляет 1.3, что вполне согласуется с соотношением по скорости распространения пламени (1.5 из табл. 1).

Рис. 4. Температура поверхности горения (слева) и линейная скорость пиролиза (справа) вдоль поверхности образца толщиной 1 мм

Fig. 4. Burning surface temperature (left) and linear pyrolysis rate (right) over surface of sample of 1 mm thickness

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные численные исследования закономерностей распространения пламени по поверхности цилиндрического образца ПММА показали, что интенсивность горения при данной конфигурации выше по сравнению с плоскими образцами. При увеличении диаметра цилиндра (уменьшении кривизны поверхности) происходит сближение обеих конфигураций по скорости распространения пламени и длине зоны пиролиза, что, в общем ожидаемо. Установлено, что в рассмотренном случае, при диаметре образца 9.6 мм длины зон пиролиза и пламени практически идентичны. В качестве некоторой аналогии (основанной впрочем, на весьма эвристических соображениях) можно привести известный факт из гидродинамики, показывающий, что при развитии пограничного слоя от заданного на входе однородного профиля, установившееся значение скорости на оси составляет 1.5 от среднего для плоского канала и 2.0 для круглой трубы [12].

Обозначения		Греческие символы	
C	удельная теплоемкость [Дж/(кг·К)]	α	степень превращения [-]
D	коэффициент диффузии [м ² /с]	λ	теплопроводность [Вт/(м·К)]
E	энергия активации [Дж/моль]	μ	молекулярная вязкость [кг/(м·с)]
g	ускорение свободного падения [м/с ²]	ν	стехиометрический коэффициент [-]
k	предэкспонент скорости реакции [с ⁻¹]	ρ	плотность [кг/м ³]
L	длина [м]	Нижние индексы	
n	порядок реакции пиролиза [-]	a	окружающий
p	давление [Па]	F	горючее
Q	тепловой эффект реакции [Дж/кг]	I	инертный компонент
R	удельная газовая постоянная [Дж/(кг·К)]	O	окислитель
R_0	универсальная газовая постоянная [Дж/(моль·К)]	P	продукты
T	температура [К]	p	пиролиз
t	время [с]	S	твердое тело
u_r, u_z	компоненты скорости [м/с]		
u_s	линейная скорость регрессии [м/с]		
W	скорость реакции [с ⁻¹]		
r, z	координаты [м]		
Y	массовая доля [-]		

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Проект № 20-08-00481_a).

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 20-08-00481_a).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Korobeinichev O., Gonchikzhapov M., Tereshchenko A., Gerasimov I., Shmakov A., Paletsky A., Karpov A. An experimental study of horizontal flame spread over PMMA surface in still air // *Combustion and Flame*, 2018, vol. 188, pp. 388-398. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2017.10.008>
2. Korobeinichev O. P., Karpov A. I., Bolkisev A. A., Shaklein A. A., Gonchikzhapov M. B., Paletsky A. A., Tereshchenko A. G., Shmakov A. G., Gerasimov I. E., Kumar A. An experimental and numerical study of thermal and chemical structure of downward flame spread over PMMA surface in still air // *Proceedings of the Combustion Institute*, 2019, vol. 37, iss. 3, pp. 4017-4024. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2018.06.005>
3. Karpov A. I., Korobeinichev O. P., Shaklein A. A., Bolkisev A. A., Kumar A., Shmakov A. G. Numerical study of horizontal flame spread over PMMA surface in still air // *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 144, pp. 937-944. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.08.106>
4. Shaklein A. A., Bolkisev A. A., Karpov A. I., Korobeinichev O. P., Trubachev S. A. Two-step gas-phase reaction model for the combustion of polymeric fuel // *Fuel*, 2019, vol. 255, Article no. 115878. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2019.115878>
5. Link S., Huang X., Fernandez-Pello C., Olson S., Ferkul P. The effect of gravity on flame spread over PMMA cylinders // *Scientific Reports*, 2018, vol. 8, Article no. 120. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-18398-4>
6. Thomsen M., Fernandez-Pello C., Huang X., Olson S., Ferkul P. Buoyancy Effect on Downward Flame Spread Over PMMA Cylinders // *Fire Technology*, 2020, vol. 56, pp. 247-269. <https://doi.org/10.1007/s10694-019-00866-0>
7. Delichatsios M. A., Altenkirch R. A., Bundy M. F., Bhattacharjee S., Tang L., Sacksteder K. Creeping flame spread along fuel cylinders in forced and natural flows and microgravity // *Proceedings of the Combustion Institute*, 2000, vol. 28, pp. 2835-2842. [https://doi.org/10.1016/S0082-0784\(00\)80706-7](https://doi.org/10.1016/S0082-0784(00)80706-7)
8. Naresh K., Kumar A., Korobeinichev O., Shmakov A., Osipova K. Downward flame spread along a single pine needle: Numerical modelling // *Combustion and Flame*, 2018, vol. 197, pp. 161-181. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2018.07.019>
9. Bhattacharjee S., King M. D., Paolini C. Structure of downward spreading flames: A comparison of numerical simulation, experimental results and a simplified parabolic theory // *Combustion Theory and Modelling*, 2004, vol. 8, iss. 1, pp. 23-39. <https://doi.org/10.1088/1364-7830/8/1/002>
10. Stoliarov S. I., Walters R. N. Determination of the heats of gasification of polymers using differential scanning calorimetry // *Polymer Degradation and Stability*, 2008, vol. 93, iss. 2, pp. 422-427. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2007.11.022>
11. Snegirev A. Yu., Talalov V. A., Stepanov V. V., Korobeinichev O. P., Gerasimov I. E., Shmakov A. G. Autocatalysis in thermal decomposition of polymers // *Polymer Degradation and Stability*, 2017, vol. 137, pp. 151-161. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2017.01.008>
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 744 с.

REFERENCES

1. Korobeinichev O., Gonchikzhapov M., Tereshchenko A., Gerasimov I., Shmakov A., Paletsky A., Karpov A. An experimental study of horizontal flame spread over PMMA surface in still air. *Combustion and Flame*, 2018, vol. 188, pp. 388-398. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2017.10.008>
2. Korobeinichev O. P., Karpov A. I., Bolkisev A. A., Shaklein A. A., Gonchikzhapov M. B., Paletsky A. A., Tereshchenko A. G., Shmakov A. G., Gerasimov I. E., Kumar A. An experimental and numerical study of thermal and chemical structure of downward flame spread over PMMA surface in still air. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2019, vol. 37, iss. 3, pp. 4017-4024. <https://doi.org/10.1016/j.proci.2018.06.005>
3. Karpov A. I., Korobeinichev O. P., Shaklein A. A., Bolkisev A. A., Kumar A., Shmakov A. G. Numerical study of horizontal flame spread over PMMA surface in still air. *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 144, pp. 937-944. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.08.106>
4. Shaklein A. A., Bolkisev A. A., Karpov A. I., Korobeinichev O. P., Trubachev S. A. Two-step gas-phase reaction model for the combustion of polymeric fuel. *Fuel*, 2019, vol. 255, Article no. 115878. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2019.115878>
5. Link S., Huang X., Fernandez-Pello C., Olson S., Ferkul P. The effect of gravity on flame spread over PMMA cylinders. *Scientific Reports*, 2018, vol. 8, Article no. 120. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-18398-4>
6. Thomsen M., Fernandez-Pello C., Huang X., Olson S., Ferkul P. Buoyancy Effect on Downward Flame Spread Over PMMA Cylinders. *Fire Technology*, 2020, vol. 56, pp. 247-269. <https://doi.org/10.1007/s10694-019-00866-0>
7. Delichatsios M. A., Altenkirch R. A., Bundy M. F., Bhattacharjee S., Tang L., Sacksteder K. Creeping flame spread along fuel cylinders in forced and natural flows and microgravity. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2000, vol. 28, pp. 2835-2842. [https://doi.org/10.1016/S0082-0784\(00\)80706-7](https://doi.org/10.1016/S0082-0784(00)80706-7)
8. Naresh K., Kumar A., Korobeinichev O., Shmakov A., Osipova K. Downward flame spread along a single pine needle: Numerical modelling. *Combustion and Flame*, 2018, vol. 197, pp. 161-181. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2018.07.019>

9. Bhattacharjee S., King M. D., Paolini C. Structure of downward spreading flames: A comparison of numerical simulation, experimental results and a simplified parabolic theory. *Combustion Theory and Modelling*, 2004, vol. 8, iss. 1, pp. 23-39. <https://doi.org/10.1088/1364-7830/8/1/002>
10. Stoliarov S. I., Walters R. N. Determination of the heats of gasification of polymers using differential scanning calorimetry. *Polymer Degradation and Stability*, 2008, vol. 93, iss. 2, pp. 422-427. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2007.11.022>
11. Snegirev A. Yu., Talalov V. A., Stepanov V. V., Korobeinichev O. P., Gerasimov I. E., Shmakov A. G. Autocatalysis in thermal decomposition of polymers. *Polymer Degradation and Stability*, 2017, vol. 137, pp. 151-161. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2017.01.008>
12. Schlichting H. Boundary Layer Theory. McGraw-Hill, New York. 1960.

Поступила 30.07.2021; после доработки 06.08.2021; принята к опубликованию 10.08.2021
Received 30 July 2021; received in revised form 06 August 2021; accepted 10 August 2021

Карпов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Российская Федерация, e-mail: karpov@udman.ru

Alexander I. Karpov, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Chief Researcher, Udmurt Federal Research Center UB RAS, Izhevsk, Russian Federation, e-mail: karpov@udman.ru

Шаклеин Артем Андреевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Российская Федерация

Artem A. Shaklein, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Udmurt Federal Research Center UB RAS, Izhevsk, Russian Federation

Морар Габриела, младший научный сотрудник, аспирант УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Российская Федерация

Gabriela Morar, Junior Researcher, Post-Graduate Student, Udmurt Federal Research Center UB RAS, Izhevsk, Russian Federation