ОБ ОДНОМ ФАКТОРЕ РЕЛАМИНАРИЗАЦИИ ВОЗМУЩЕННОГО ВИХРЕВОГО ПОТОКА

¹ЛИПАНОВ А. М., ²КАРСКАНОВ С. А.

¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
125047, Москва, Миусская пл., д. 4

² Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН,
426067, г. Ижевск, ул. Т. Барамзиной, д. 34

АННОТАЦИЯ. На основе прямого численного моделирования выполнены расчеты течения вязкого сжимаемого газа в цилиндрическом сопле с резким расширением. Интегрирование уравнений Навье-Стокса выполнено с помощью алгоритмов высокого порядка аппроксимации. Задавались различные граничные условия на твердой стенке сопла. В первом случае на границе ставилось условие непротекания, во втором – условие вдува. Показано, что вдув газа исключает завихрения потока в трубе. Кроме того, поступление газа через стенку в полость сопла увеличивает массу газа, что приводит к ускорению потока и к его реламинизации.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: прямое численное моделирование, вязкий газ, высокий порядок аппроксимации, условие непротекания, условие вдува.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что ламинарно-турбулентный переход является важным вопросом гидромеханики. От характера и режима течения зависит работоспособность того или иного технического устройства.

В работе [1] рассчитаны потоки газа, протекающие сквозь сужающиеся конические сопла. Показано, что угол сужения сильно влияет на характер течения в сопле. Чем больше угол сужения, тем интенсивнее происходит реламинизация потока.

В данной работе исследуется еще один фактор, приводящий к реламинизации возмущенного вихревого потока, – вдув газа через пористую стенку цилиндрической трубы. На практике причиной вдува может быть пористость стенки или горение твердого топлива.

Как и в работе [1] расчеты выполнены на основе метода прямого численного моделирования с использованием алгоритмов высокого порядка точности аппроксимации частных производных.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнения гидромеханики для расчета потоков сжимаемого газа, представленные в безразмерном виде, записаны ниже в осесимметричной постановке [2]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_r}{\partial r} + \frac{\rho u_r}{r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u_x^2 + P / (k M^2) - \tau_{xx} \right)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho u_x u_r - \tau_{xr})}{\partial r} + \frac{\rho u_x u_r - \tau_{xr}}{r} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u_r}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_x u_r - \tau_{rx})}{\partial x} + \frac{\partial \left(\rho u_r^2 + P / (k M^2) - \tau_{rr} \right)}{\partial r} + \frac{\rho u_r^2 - \tau_{rr} + \tau_{\theta\theta}}{r} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \left(u_x \left(\rho E + P / (k M^2) \right) + q_x - u_x \tau_{xx} - u_r \tau_{rx} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(u_r \left(\rho E + P / (k M^2) \right) + q_r - u_x \tau_{xr} - u_r \tau_{rr} \right)}{\partial r} + \frac{u_r \left(\rho E + P / (k M^2) \right) + q_r - u_x \tau_{xr} - u_r \tau_{rr}}{r} = 0. \quad (4)$$

$$\tau_{xx} = 2 \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \text{div} \mathbf{u}, \quad \tau_{rx} = \tau_{xr} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right),$$

$$\tau_{rr} = 2 \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \text{div} \mathbf{u}, \quad \tau_{\theta\theta} = 2 \frac{1}{\text{Re}} \frac{u_r}{r} - \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \text{div} \mathbf{u},$$

$$q_x = - \frac{1}{(k-1) \text{Pr} M^2} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_r = - \frac{1}{(k-1) \text{Pr} M^2} \frac{\partial T}{\partial r},$$

$$\text{div} \mathbf{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}.$$

Для энергии можно записать

$$E = \frac{u_x^2 + u_r^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{P}{\rho}. \quad (5)$$

x и r являются безразмерными цилиндрическими координатами, t – безразмерное время. Для линейных величин в качестве масштаба служил радиус цилиндрического сопла на входе. Таким образом, на входе радиус сопла равнялся единице. Скорость потока на входе являлась масштабом для скоростей. Для давления и плотности масштабами служили величины давления и плотности окружающей среды. В качестве окружающей среды выступал воздух.

На рис. 1 представлена область интегрирования решаемой задачи. В цилиндрическое сопло с безразмерным радиусом, равным 1, втекает газ с постоянной безразмерной скоростью, равной единице. На расстоянии $x=1$, сопло резко расширяется до радиуса 1.2. Далее сопло имеет постоянный радиус $x=1.2$. Общая длина сопла составляет 12 единиц.

На входе, кроме постоянной скорости, задавалась постоянная температура. Градиент давления на входе равнялся $\partial P / \partial x = 1/\text{Re}$. Радиальная скорость равнялась нулю.

На выходной границе задавались «мягкие» граничные условия сноса для параметров, за исключением давления, которое поддерживаем постоянным:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0, \quad P = \text{const}.$$

Условия симметрии задавались на оси симметрии, совпадающей с координатной осью r .

На вертикальной твердой поверхности ($x=1$) задавались условие прилипания и непротекания. Кроме того, поверхность считалась адиабатической.

На горизонтальной твердой поверхности задаем условие прилипания, то есть для горизонтальной компоненты вектора скоростей полагаем ее равенство нулю. Для радиальной компоненты вектора скорости рассматриваем два условия: непротекания, когда $\rho u_r = 0$, и вдува, когда $\rho u_r = -a$. В безразмерном виде константа a принималась равной 0.05. Результаты расчетов при разных граничных условиях на поверхности цилиндрического сопла сравнивались между собой.

Счет велся на равномерной сетке. Сетка состояла из $2400 \times 240 = 57600$ узлов. Вычислительный процесс распараллеливался с помощью технологии MPI. Расчеты выполнены на суперкомпьютере «Уран» (ИММ УрО РАН, г. Екатеринбург).

Число Рейнольдса, посчитанное по масштабу для скорости, равнялось $\text{Re} = 2.06 \cdot 10^5$. Характерное число Маха равнялось 0.2, число Прандтля – 0.7.

Рис. 1. Область интегрирования

Схема WENO пятого порядка точности использовалась для аппроксимации частных производных по пространству [3].

Для интегрирования уравнений по времени была использована TVD-схема Рунге-Кутты второго порядка точности. Схема выглядит следующим образом [4]:

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^n + \Delta t \mathbf{L}(\mathbf{W}^n),$$

$$\mathbf{W}^{(n+1)} = \frac{1}{2} \mathbf{W}^n + \frac{1}{2} \mathbf{W}^{(1)} + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{L}(\mathbf{W}^{(1)}),$$

где $\mathbf{L}$ – конечно-разностная аппроксимация.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Было проведено моделирование дозвукового течения вязкого газа в цилиндрическом сопле с резким расширением. Численный эксперимент заключался в сравнении результатов двух расчетов. В одном случае на стенке сопла задавалось условие непротекания, в другом – условие вдува. На рис. 2 показаны векторы скорости потока в момент безразмерного времени $t=150$, когда на твердой стенке задавалось условие непротекания. На рис. 3 векторы скорости приведены в тот же момент времени для течения с условием вдува.

Рис. 2. Векторы скорости потока с условием непротекания на стенке

Рис. 3. Векторы скорости потока с условием вдува на стенке

На рис. 2 отчетливо визуализируются вихри, движущиеся вниз по потоку. На рис. 3 вихревого движения не наблюдается. Мгновенная картина течения при задании условия вдува не содержит зон возвратного движения.

Далее, рассмотрим распределение на оси симметрии осредненных параметров течений, получающихся при задании различных граничных условий. На рис. 4 показано распределение продольных компонент вектора скорости. При постановке условия непротекания поток разгоняется до точки расширения сопла, затем скорость падает до $x = 5$, после чего поток снова начинает разгоняться. При постановке условия вдува поток только разгоняется, причем до значительно больших скоростей, чем в сопле с непроницаемыми стенками.

Рис. 4. Распределение продольной компоненты скорости на оси сопла

Изменение безразмерного давления показано на рис. 5. В сопле с условием непротекания изменения давления незначительны. В сопле же с условием вдува давление на входе растет до значения 1.186.

Рис. 5. Распределение давления на оси сопла

На рис. 6 приведено распределение генерации энергии турбулентности P_k для двух рассматриваемых в работе вариантов граничных условий на твердой стенке сопла. В осесимметричной постановке генерация энергии турбулентности имеет вид:

$$P_k = -\langle u'^2_x \rangle \frac{\partial u_x}{\partial x} - \langle u'_x u'_r \rangle \left(\frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) - \langle u'^2_r \rangle \frac{\partial u_r}{\partial r}.$$

В цилиндрическом канале с условием непротекания на верхней стенке генерация происходит по всей длине сопла. То есть, в этом случае энергия потока постоянно тратится на подпитку пульсаций. Таким образом, вихревое движение имеет место по всей длине сопла после резкого расширения.

В сопле с условием вдува на твердой стенке генерация энергии практически равна нулю во всей рассматриваемой области.

Рис. 6. Генерация энергии турбулентности

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование влияния граничного условия на твердой стенке на характер течения в цилиндрическом сопле с резким расширением. Показано, что условие вдува сильно влияет на генерацию и распространение вихревых возмущений. Вдув газа прекращает контакт движущегося потока со стенками трубы и, таким образом, исключает один из основных факторов завихрения потока в трубе. Но поступление газа через стенку в полость сопла увеличивает массу газа, движущегося вдоль по каналу. Это приводит к ускорению потока и, естественно, к реламинаризации потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Липанов А. М., Карсканов С. А. Моделирование течения вязкого газа сквозь сужающиеся конические сопла // *Химическая физика и мезоскопия*. 2020. Т. 22, № 2. С. 175-183.
2. Липанов А. М. Теоретическая гидромеханика ньютоновских сред. М.: Наука, 2011. 551 с.
3. Jiang G. S., Shu C. W. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes // *Journal of Computational Physics*, 1996, vol. 126, no. 1, pp. 202-228.
4. Gottlieb S., Shu C. W. Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes // *Mathematics of Computation*, 1998, vol. 67, pp. 73-85.

On The One Factor A Disturbed Vortex Flow Relaminarization

¹Lipanova A. M., ²Karskanov S. A.

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

² Udmurt Federal Research Center UB RAS, Izhevsk, Russia

SUMMARY. Calculations of the flow of a viscous compressible gas in a cylindrical nozzle with a sudden expansion are performed on the basis of direct numerical simulation. The integration of the Navier-Stokes equations is performed using high-order approximation algorithms. Various boundary conditions were set on the solid wall of the nozzle. In the first case, the impermeability condition was set at the boundary, and in the second, the injection condition. It is shown that gas injection excludes flow turbulence in the pipe. In addition, the flow of gas through the wall into the cavity of the nozzle increases the mass of the gas, which leads to an acceleration of the flow and to its relaminarization.

KEYWORDS: direct numerical simulation, viscous gas, high-order approximation, impermeability condition, injection condition.

REFERENCES

1. Lipanov A. M., Karskanov S. A. Modelirovanie techeniy vyazkogo gaza skvoz suzhauyshiesya konicheskie sopla [Simulation of Viscous Gas Flow Through Tapered Conic Nozzles]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2020, vol. 22, no. 2, pp. 175-183. <https://doi.org/10.15350/17270529.2020.2.17>
2. Lipanov A. M. *Teoreticheskaya gidromekhanika n'yutonovskikh sred* [Theoretical hydromechanics of Newtonian fluids]. Moscow: Nauka Publ., 2011. 551 p.
3. Jiang G. S., Shu C. W. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes. *Journal of Computational Physics*, 1996, vol. 126, no. 1, pp. 202-228. <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0130>
4. Gottlieb S., Shu C. W. Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes. *Mathematics of Computation*, 1998, vol. 67, pp. 73-85. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-98-00913-2>

Липанов Алексей Матвеевич, академик РАН, главный научный сотрудник Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: aml35@yandex.ru

Карсканов Сергей Андреевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник УдмФИЦ УрО РАН, e-mail: ser@udman.ru