РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ОРЕБРЕННОЙ ТРУБКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ OPENFOAM

БАЙМЕТОВА Е. С., ГИЗЗАТУЛЛИНА А. Ф., ПУШКАРЕВ Ф. Н.

Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова,
426069 г. Ижевск, ул. Студенческая, 7

АННОТАЦИЯ. В работе рассматриваются особенности проведения численного моделирования течений вязких несжимаемых и сжимаемых сред с использованием открытой интегрируемой платформы OpenFOAM. На примере задачи установившегося течения вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе проводится верификация схем и алгоритмов, реализованных в различных классах решателей среды OpenFOAM. Результаты решения тестовой задачи течения в круглой трубе, полученные с использованием разных численных схем и алгоритмов, сравнивались между собой и с известным аналитическим решением. Верификация результатов проводилась на основе сравнения поперечного профиля скорости, градиента давления по длине трубы и напряжения трения. Исследовалась также длина участка стабилизации течения и влияние длины расчетной области на протяженность этого участка. Анализ полученных результатов показал соответствие расчетных данных аналитическим, что позволяет сделать заключение о корректности использования сжимаемого класса решателей расчетной среды OpenFOAM для численного моделирования несжимаемых сред. Протестированные алгоритмы применяются для решения сопряженной задачи теплообмена в цилиндрической оребренной трубке. Полученные результаты позволяют оценить прогрев жидкости по длине канала, а также перепад температур на стенках трубки. Показано, что минимальный перепад температуры жидкости наблюдается в центре трубки, максимальный – ближе к стенкам трубки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: математическое моделирование, оребренная трубка, задача сопряженного теплообмена, гидродинамика, верификация численных схем.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность применения методов вычислительного моделирования для исследования физических процессов в технических устройствах не вызывает сомнений [1 – 4]. На сегодняшний день существуют различные пакеты прикладных программ и программных комплексов (ПК), позволяющие решать вычислительные задачи механики сплошных сред: ANSYS, OpenFOAM, FlowVision и другие [5, 6].

OpenFOAM является свободно распространяемым программным продуктом, включающим набор библиотек, позволяющий не только использовать стандартные инструменты моделирования задач механики сплошных сред, но и средства разработки на базе этих библиотек новых численных алгоритмов. Особенностью общего подхода решения задач средствами OpenFOAM является жесткая связь математической модели процесса. При этом моделирование в OpenFOAM требует как корректного символьного описания математических моделей, так и учета особенностей постановки при выборе используемых численных схем. Так, например, математические модели для описания сжимаемых и несжимаемых течений относятся к разным классам решаемых задач. Изменение класса приводит к изменению выбора численных методов и набора входных параметров. Основа OpenFOAM – решатели, самостоятельные приложения, использующие все доступные библиотеки OpenFOAM для интегрирования уравнений сохранения с использованием метода конечных объемов. Наборы решателей сгруппированы согласно физическим особенностям моделируемых явлений. К группе сжимаемых решателей отнесены rhoCentralFoam, rhoPimpleFoam, rhoPorousSimpleFoam, rhoSimpleFoam, а к несжимаемым – pimpleFoam, icoFoam, simpleFoam, boundaryFoam, porousSimpleFoam, SRFpimpleFoam, SRFSimpleFoam, shallowWaterFoam, adjointShapeOptimizationFoam, nonNewtonianIcoFoam. При этом учет сжимаемости предполагает дополнение системы уравнений Навье-Стокса уравнением энергии [7].

Поскольку в каноническом виде модель несжимаемой жидкости [8] не включает уравнение энергии, исследование процессов теплопереноса, как и учет температурных зависимостей для вязкости, в рамках стандартных несжимаемых решателей не реализуется. С другой стороны, несжимаемая постановка при реализации требует существенно меньших вычислительных затрат [9], что привело к широкому распространению данного класса решателей, в том числе и для расчета низкоскоростных течений сжимаемых сред (число Маха менее 0.3).

Согласно [10, 11] класс сжимаемых решателей позволяет изучать процессы тепломассопереноса в различных средах. Однако, применение модели сжимаемой жидкости для среды с постоянной плотностью требует использования соответствующих уравнений состояния [12], границы применимости которых малоизученны.

В работе проводятся тестовые расчеты течений вязкой среды в круглой трубе с использованием сжимаемых и несжимаемых решателей, а также приводится решение сопряженной задачи теплообмена. Тестовые расчеты показывают возможность корректного использования сжимаемого решателя для моделирования процессов тепломассопереноса в несжимаемой жидкости.

Целью работы является исследование возможностей применения алгоритмов, ориентированных на моделирование течений сжимаемых сред, для расчета несжимаемых потоков с использованием специального класса уравнений состояния, что позволяет изучать процессы тепломассопереноса в средах с постоянной плотностью и не требует пользовательской корректировки исходного кода оригинальной схемы и также позволяют применить тестовые алгоритмы для решения сопряженной задачи теплообмена.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Система уравнений Навье-Стокса для сжимаемой жидкости в декартовой системе имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho g_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho g_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho g_i g_j}{\partial x_j} + p = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho g_i H}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau_{ij} g_i}{\partial x_j} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (3)$$

$$p = \rho RT, \quad (4)$$

где ρ – плотность, t – время, g_i – компонента скорости, x_i – пространственные координаты,

p – давление, $\tau_{ij} = 2\mu \cdot \varepsilon_{ij} - \frac{2}{3}\mu \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_i} \cdot \delta_{ij}$ – тензор напряжений, в котором $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_i}{\partial x_j} + \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right)$,

$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$, μ – динамическая вязкость, $E = \frac{g_i^2}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}$ – энергия, $H = E + \frac{p}{\rho}$ –

энтальпия, $q = -\lambda \text{grad} T$ – закон Фурье, где λ – коэффициент теплопроводности, T – температура, R – универсальная газовая постоянная.

В случае несжимаемой жидкости с постоянным коэффициентом вязкости система (1) – (4) примет вид:

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + \frac{\partial g_i g_j}{\partial x_j} + p / \rho = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (6)$$

Для случая течения несжимаемой вязкой жидкости в цилиндрической трубе диаметром D и длиной L система уравнений (5) – (6) имеет аналитическое решение [13] для участка стабилизированного ламинарного течения. В этом случае течение подчиняется закону Гагена-Пуазейля [7, 8, 13], для которого справедливы соотношения (7) – (11).

Течение Пуазейля реализуется на участке стабилизации и характеризуется постоянным параболическим профилем скорости в поперечном сечении и линейным падением давления. Внутренние напряжения изменяются линейно от нуля в центре трубы, до максимального значения на стенках канала. Аналитическое решение данной задачи, как правило, представляется в полярной системе координат [13] через радиус вектор точки r .

Для скорости жидкости справедливо соотношение:

$$g(r) = \frac{R^2}{4\mu} \frac{\Delta p}{L} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (7)$$

где Δp – продольный перепад давления на участке трубы длиной L .

Максимальная скорость достигается в центре трубы ($r = 0$):

$$g^{\max} = \frac{R^2}{4\mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad g_{cp} = 0.5g^{\max}. \quad (8)$$

Потери давления по трубе, согласно формуле Вейсбаха-Дарси [14], определяются следующим образом:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho g_{cp}^2}{2}. \quad (9)$$

В области ламинарного режима течения коэффициент сопротивления λ зависит только от числа Рейнольдса, рассчитываемого по средней скорости потока g_{cp} и диаметру трубы D :

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad \text{Re} = \frac{\rho g_{cp} D}{\mu}. \quad (10)$$

Напряжение трения в жидкости вычисляется по формуле:

$$\tau(r) = \mu \frac{dg}{dr} = \frac{\Delta p}{L} \frac{r}{2}, \quad (11)$$

изменяется линейно от 0 в центре канала, до максимального значения на стенках $\tau_w = 0.25 \cdot D \cdot \Delta p / L$.

Рассматривается течение несжимаемой гидравлической жидкости (плотность $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$, динамическая вязкость $\mu = 0.11 \text{ Па}\cdot\text{с}$) в прямолинейной круглой трубе ($D = 0.02 \text{ м}$, $L = 0.4 \text{ м}$) со скоростью, обеспечивающей ламинарный режим ($\text{Re} = 200$) течения. Длина участка стабилизации, согласно соотношению в работе [15] $L_0 = 0.0575 \cdot D \cdot \text{Re}$, составляет 0.23 м .

ВЕРИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ

Численное моделирование течения жидкости в несжимаемой постановке проводилось на основе системы уравнений (5) – (6) с использованием решателя simpleFoam, а в сжимаемой постановке – с использованием системы уравнений (1) – (4) на основе решателя rhoSimpleFoam.

Граничные условия определены следующим образом: на входе – равномерная скорость жидкости $g_{cp} = 1 \text{ м/с}$, на стенках трубы – условие прилипания, на выходе – атмосферное давление.

Результаты расчетов представлены на рис. 1 – 4. Перестройка течения на начальном участке трубы связана со стабилизацией течения, и наблюдается на участке трубы

$x = 0 \div 0.23$ м. После стабилизации течения ($x \geq 0.23$ м), профиль скорости устанавливается (рис. 1, а). При этом максимальное значение скорости по оси канала в 2 раза превышает среднее значение скорости на входе в канал, что полностью соответствует аналитическому профилю Пуазейля.

На рис. 1, б представлено распределение напряжения трения в выходном сечении канала по радиусу трубы. В соответствии с аналитическим распределением минимальное напряжение трения наблюдается в центре канала, максимальное – на стенках и имеет линейный характер изменения.

На рис. 1 видно, что результаты различных методов расчета (аналитический, simpleFoam, rhoSimpleFoam) идентичны.

Рис. 1. Распределение по радиусу:

а) – скорости и б) – напряжения τ_w в выходном сечении канала,
где ▲ – simpleFoam, ● – rhoSimpleFoam, ■ – аналитический расчет

На рис. 2 показано изменение избыточного давления на оси канала по длине трубы. Сплошной линией изображена аналитическая зависимость. Характер изменения давления на участке стабилизации на расчетах кривых связан с формированием пограничного слоя на стенках трубы. Видно, что перепад давления соответствует аналитическому решению только на последних 10 см.

Рис. 2. Изменение давления по длине канала

Как видно из рис. 2, участок стабилизации давления составляет 0.3 м, что превышает аналогичный участок стабилизации профиля скорости. Для оценки влияния протяженности канала на длину участка стабилизации давления, были проведены расчеты для труб длиной 50 и 60 см. Полученные перепады давлений приведены на рис. 3. Во всех случаях градиент давления выходит на стационарное значение на участке длиной ~ 30 см.

Рис. 3. Продольный перепад давления в трубах различной длины

Полученные результаты численного моделирования и аналитического расчета, представлены в таблице.

Таблица

Сравнение параметров при различных методах решения

Метод решения	$g_{\text{пнх}}, \text{м/с}$	$\tau_w, \text{Па}$	$\Delta p / L, \text{Па / м}$
Аналитический	2.00	44.00	8800.00
rhoSimpleFoam	1.98	44.22	8845.76
simpleFoam	1.99	44.50	8900.00

Оба метода хорошо согласуются с аналитическим решением. Ошибка не превышает 1.14 %. Таким образом, исходя из анализа приведенных результатов, следует, что решатель rhoSimpleFoam позволяет корректно моделировать течения вязкой несжимаемой жидкости и может быть использован для моделирования процесса тепломассопереноса в несжимаемых средах.

Решение сопряженной задачи теплообмена в OpenFOAM реализовано в рамках решателя chtMultiRegionSimpleFoam, который использует алгоритм rhoSimpleFoam, что позволяет учесть ранее приведенные верифицированные схемы и алгоритмы.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ОРЕБРЕННОЙ ТРУБКЕ

Рассматривается процесс теплообмена между потоком воздуха и охлажденной оребренной трубкой. Элементом охлаждения является оребренная трубка, по которой движется охлаждающая несжимаемая жидкость (рис. 4). Наличие протяженной поверхности теплоотдачи вызывает вопрос о прогреве хладагента внутри трубки и эффективности в этом случае охлаждения воздуха по всей длине рабочего элемента.

Моделирование проводилось на основе открытой интегрируемой платформы для численного решения задач механики сплошных сред OpenFOAM [16 – 20], на основе тестированных выше решателей.

Параметры оребренной трубки – внутренний диаметр 25 мм, толщина стенки 2 мм, радиус ребра 10 мм, толщина ребра 1 мм, расстояние между ребрами 5 мм.

Математическая модель сопряженного теплообмена представлена в работе [21], там же приведены теплофизические характеристики рассматриваемых сред.

В качестве граничных условий задачи принимались:

- слева подается нагретый поток воздуха со скоростью 8.5 м/с через поперечное сечение площадью более 1 м².
- во входном сечении и на верхней границе задавались скорость и температура набегающего потока;
- в выходном сечении – условия нулевого градиента для скорости и температуры, фиксированное значение давления;
- на твердых поверхностях, не участвующих в теплопередаче – условия прилипания для скорости и нулевого градиента для температуры и давления;
- на границах сопряжения – граничные условия 4 рода, включающие равенство температур стенок и тепловых потоков.

Рис. 4. Схема расчетной области

Результаты исследования сеточной сходимости, которые были проведены на стационарном режиме отражены в работе [21].

В результате численного моделирования получены поля распределения температуры и скорости внутри трубки (рис. 5).

Рис. 5. Распределение полей температуры (а) и скорости (б) в продольном сечении трубки

Температурный профиль по длине цилиндрического канала, представленный на рис. 5, а, показал, что в выходном сечении по центру трубки происходит нагрев жидкости на 0.7 К. Скоростной профиль по длине цилиндрического канала, представленный на рис. 5, б, показывает, что скорость в выходном сечении возрастает в 2 раза, что полностью удовлетворяет точному решению [13].

Из графиков на рис. 6 видно, что наименьший перепад температуры по длине канала наблюдается в центре трубки, ближе к стенкам трубки перепад температуры незначителен и равняется 2 К. Скорость, согласно профилю Пуазейля, достигает максимального значения в центральной оси канала.

Рис. 6. Графики температуры и скорости по длине канала (черный – по центру трубки, серый – со сдвигом вправо/влево на 0.005 м)

На рис. 7 приведены графики скорости и температуры в поперечном сечении трубки. Из рис. 7 видно, что профили при движении по потоку (-OZ) вытягиваются до классического параболического профиля [13], который можно описать уравнением $y = -17371x^2 + 364.8x + 0.0734$ (скорость), $y = 49944x^2 - 1048.8x + 219.24$ (температура).

Рис. 7. График скорости и температуры в поперечных сечениях трубки

При ламинарном течении перенос теплоты от одного слоя жидкости к другому в направлении нормали к стенке осуществляется путем теплопроводности. В то же время каждый слой имеет в общем случае различную скорость продольного движения. Поэтому наряду с поперечным переносом теплоты путем теплопроводности происходит также конвективный перенос теплоты в продольном направлении. Вследствие этого теплообмен

при ламинарном режиме течения зависит от гидродинамической картины движения. Во входном сечении температура жидкости постоянна и равна 213 К и по величине отличается от температуры стенки трубы, равной 253 К. По мере движения потока между жидкостью и стенкой происходит процесс теплоотдачи и температура жидкости постепенно изменяется. Вначале вблизи от входного сечения изменение температуры происходит лишь в тонком слое около поверхности. Затем по мере удаления от входного сечения все большая часть потока вовлекается в процесс теплообмена. Около поверхности трубы образуется тепловой пограничный слой, толщина которого постепенно увеличивается в направлении движения потока. На некотором расстоянии от входа трубы тепловые пограничные слои смыкаются, и в процессе теплообмена участвует далее весь поток жидкости.

ВЫВОДЫ

В работе проведена верификация численных схем и алгоритмов вязких течений в круглой трубе, реализованных с использованием сжимаемого rhoSimpleFoam и несжимаемого simpleFoam решателей открытой библиотеки OpenFOAM.

В результате расчетов были получены профили скорости и напряжения трения в выходном сечении цилиндрической трубы, перепад давления. Полученные результаты были сопоставлены с аналитическим решением. Показано соответствие расчетных данных теоретическим. Проведен анализ участка стабилизации течения, как по скорости, так и по давлению. Показано, что участок стабилизации течения по давлению длиннее на 7 см по сравнению со скоростным.

По полученным данным можно сделать вывод, что решатель rhoSimpleFoam позволяет корректно моделировать течения вязкой несжимаемой жидкости и может быть использован для моделирования процесса тепломассопереноса в несжимаемых средах.

С использованием тестированных решателей была решена сопряженная задача теплообмена. Показано, что минимальный перепад температуры жидкости наблюдается в центре трубки, максимальный – ближе к стенкам трубки, так как между стенкой и жидкостью происходит процесс теплоотдачи.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова в рамках выполнения научного проекта № ЧАА/20-30-07.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков К. Н., Денесихин С. В., Емельянов В. Н. Моделирование внутренней газодинамики ракетных двигателей твердого топлива на основе средств пакета STAR-CD // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79, № 4. С. 50-56.
2. Редер Т., Тененев В. А., Чернова А. А. Численное моделирование неустойчивых режимов работы предохранительного клапана // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 141-157. <https://doi.org/10.17223/19988621/68/13>
3. Королева М. Р. Некоторые результаты численного моделирования турбулентных дозвуковых течений // Химическая физика и мезоскопия. 2008. Т. 10, № 4. С. 396-401.
4. Копысов С. П., Тонков Л. Е., Чернова А. А. Численное моделирование отрывных течений при старте сопла // Интеллектуальные системы в производстве. 2013. № 2(22). С. 24-31.
5. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2012. 468 с.
6. Исаев С. А., Гувернюк С. В., Малахова Т. В. Решение уравнений Навье-Стокса и теплопроводности с помощью многоблочных Эйлеровых и бессеточных Лагранжевых вычислительных технологий, реализованных в отечественных программных комплексах VP2/3 и VVHDFLOW // Сеточные методы для краевых задач и приложения: Материалы Девятой Всероссийской конференции. Казань: Отечество, 2012. С. 191-196.
7. Гинзбург И. П. Аэрогазодинамика. М.: Высшая школа, 1968. 404 с.

8. Черный Г. Г. Газовая динамика. Учебник для университетов и вузов. М.: Наука, 1988. 424 с.
9. Koroleva M. R., Mishchenkova O. V., Kelemen M., Chernova A. A. Theoretical research of the internal gas dynamics processes of measurement of hot air curtain with cross-flow fan // *MM Science Journal*, 2020, vol. 2020, no. June, pp. 3966-3972.
10. Липанов А. М., Дадикина С. Ю., Шумихин А. А., Королева М. Р., Карпов А. И. Численное моделирование внутрикамерных нестационарных турбулентных течений. Часть 1 // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование*. 2019. Т. 12, № 1. С. 32-43.
11. Королева М. Р., Мищенко О. В., Редер Т., Тененев В. А., Чернова А. А. Численное моделирование процесса срабатывания предохранительного клапана // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2018. Т. 10, № 4. С. 495-509.
12. Raeder T., Tenenev V. A., Koroleva M. R., Mishchenkova O. V. Nonlinear Processes in Safety Systems for Substances with Parameters Close to a Critical State // *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2021, vol. 17, no. 1, pp. 119-138.
13. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
14. Гейер В. Г., Дулин В. С., Заря А. Н. Гидравлика и гидропривод. М.: Недра, 1991. 331 с.
15. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. Изд. 5-е, стер. М.: ООО "ТИД Арис", 2014. 416 с.
16. Luc'ia Cheung Yau. Conjugate Heat Transfer with the Multiphysics Coupling Library preCICE // Master's Thesis. Computational Science and Engineering (Int. Master's Program) Technische Universit at Munchen Master's Thesis, 2016. 88 p.
17. Finned ChtMultiRegionFoamOpenFoam. Solver for steady or transient fluid flow and solid heat conduction, with conjugate heat transfer between regions, buoyancy effects, turbulence, reactions and radiation modelling. URL: <https://openfoamwiki.net/index.php/ChtMultiRegionFoam> (дата обращения 22.03.2020).
18. Finned paraView. URL: <http://www.paraview.org/> (дата обращения 22.04.2020).
19. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // *Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Antalya, Turkey, 12-17 October, 2003. Begell House, 2003, pp. 625-632. URL: https://cfds.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2003_Menter,%20Kuntz,%20Langtry_Ten%20years%20of%20industrial%20experience%20with%20the%20SST%20turbulence%20model.pdf (дата обращения 22.04.2020).
20. Шарфарец Б. П., Дмитриев С. П. Моделирование турбулентного движения жидкости на основе гипотезы Буссинеска. Обзор // *Научное приборостроение*. 2018. Т. 28, № 3. С. 101-108.
21. Gizzatullina A., Koroleva M., Mishchenkova O., Chernova A. Numerical investigation of cooling down and aerodynamic resistance processes in ribbed tubular elements // 2020 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS), 2020, pp. 142-149.

Solving the Conjugate Heat Transfer Problem in the Ribbed Tube with OpenFOAM

Baimetova E. S., Gizzatullina A. F., Pushkarev F. N.

Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

SUMMARY. The paper discusses the features of the numerical simulation of viscous laminar flows of incompressible and compressible media using the open integrated platform OpenFOAM. On the example of the problem of a steady flow of a viscous incompressible fluid in a circular pipe, the verification of schemes and algorithms implemented in various classes of solvers of the OpenFOAM environment is carried out. The results, obtained using different numerical schemes and algorithms, were compared with each other and with a known analytical solution. The results were verified by comparing the transverse velocity profile, pressure gradient along the pipe length, and frictional stress in the flow. The length of the flow stabilization section and the effect of the length of the computational domain on it were also investigated. The analysis of the results obtained showed the correspondence of the calculated data to the analytical ones, which makes it possible to draw a conclusion about the possibility of using a compressible class of solvers of the OpenFOAM computational environment for numerical simulation of incompressible media. The tested

algorithms are used to solve the conjugate heat transfer problem in the ribbed tube. The results allowed to estimate liquid heating along the tube length and temperature difference on the tube walls. The minimum temperature difference in the liquid corresponded to the axis tube, and maximum temperature difference observed near the wall tube.

KEYWORDS: mathematical modeling, ribbed tube, conjugate heat transfer problem, hydrodynamic, numerical schemes verification.

REFERENCES

1. Volkov K. N., Denisikhin S. V., Emel'yanov V. N. Simulation of the internal dynamics of solid-fuel rocket engines on the basis of the STAR-CD suite. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2006, vol. 79, no. 4, pp. 678-684. (In Russian). <https://doi.org/10.1007/s10891-006-0153-7>
2. Reder T., Tenenev V. A., Chernova A. A. Chislennoe modelirovanie neustoychivyykh rezhimov raboty predokhranitel'nogo klapan [Numerical simulation of unstable safety valve modes]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics], 2020, no. 68, pp. 141-157. (In Russian). <https://doi.org/10.17223/19988621/68/13>
3. Koroleva M. R. Nekotorye rezul'taty chislennogo modelirovaniya turbulentnykh dozvukovykh techeniy [Some results of numerical modeling of turbulent subsonic flows]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2008, vol. 10, no. 4, pp. 396-401. (In Russian).
4. Kopysov S. P., Tonkov L. E., Chernova A. A. Chislennoe modelirovanie otryvnykh techeniy pri starte sopla [Numerical modeling of separation flow at start up of nozzles]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve* [Intelligent systems in manufacturing], 2013, no. 2(22), pp. 24-31. (In Russian).
5. Volkov K. N., Emel'yanov V. N. *Vychislitel'nye tekhnologii v zadachakh mekhaniki zhidkosti i gaza* [Computational technologies in problems of fluid mechanics]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2012. 468 p.
6. Isaev S. A., Guvernyuk S. V., Malakhova T. V. Reshenie uravneniy Nav'e-Stoksa i teploprovodnosti s pomoshch'yu mnogoblochnykh Eylerovykh i bessetochnykh Lagranzhevykh vychislitel'nykh tekhnologiy, realizovannykh v otechestvennykh programmnykh kompleksakh VP2/3 i VVHDFLOW [Solution of Navier-Stokes and thermal conductivity using multiblock Euler and Lagrange gridless computing technology embodied in the domestic software systems VP2/3 and VVHDFLOW]. *Setochnye metody dlya kraevykh zadach i prilozheniya: Materialy Devyatoy Vserossiyskoy konferentsii* [Grid methods for boundary value problems and applications. Proceedings of the Ninth All-Russian Conference]. Kazan': Otechestvo Publ., 2012, pp. 191-196. (In Russian).
7. Ginzburg I. P. *Aerogazodinamika* [Aerogasodynamics]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1968. 404 p.
8. Chernyy G. G. *Gazovaya dinamika. Uchebnik dlya universitetov i vtuzov* [Gas dynamics. Textbook for universities and higher education institutions]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 424 p.
9. Koroleva M. R., Mishchenkova O. V., Kelemen M., Chernova A. A. Theoretical research of the internal gas dynamics processes of measurement of hot air curtain with cross-flow fan. *MM Science Journal*, 2020, vol. 2020, no. June, pp. 3966-3972. https://doi.org/10.17973/MMSJ.2020_06_2020028
10. Lipanov A. M., Dadikina S. Yu., Shumikhin A. A., Koroleva M. R., Karpov A. I. Chislennoe modelirovanie vnutrikamernykh nestatsionarnykh turbulentnykh techeniy. Chast' 1 [Numerical simulation intra-chamber of unsteady turbulent flows stimulate. Part 1]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software], 2019, vol. 12, no. 1, pp. 32-43. (In Russian). <https://doi.org/10.14529/mmp190103>
11. Koroleva M. R., Mishchenkova O. V., Reder T., Tenenev V. A., Chernova A. A. Chislennoe modelirovanie protsessa srabatyvaniya predokhranitel'nogo klapan [Numerical simulation of the process of activation of the safety valve]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie* [Computer Research and Modeling], 2018, vol. 10, no. 4, pp. 495-509. (In Russian). <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2018-10-4-495-509>
12. Raeder T., Tenenev V. A., Koroleva M. R., Mishchenkova O. V. Nonlinear Processes in Safety Systems for Substances with Parameters Close to a Critical State. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2021, vol. 17, no. 1, pp. 119-138. (In Russian).
13. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow: Nauka Publ., 1970. 904 p.

14. Geyer V. G., Dulin V. S., Zarya A. N. *Gidravlika i gidroprivod* [Hydraulics and hydraulic drive]. Moscow: Nedra Publ., 1991. 331 p.
15. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Izd. 5-e, ster. Moscow: OOO "TID Aris" Publ., 2014. 416 p.
16. Luc'ia Cheung Yau. *Conjugate Heat Transfer with the Multiphysics Coupling Library preCICE*. Master's Thesis. Computational Science and Engineering (Int. Master's Program) Technische Universität München Master's Thesis, 2016. 88 p. https://www5.in.tum.de/pub/Cheung2016_Thesis.pdf
17. *Finned ChtMultiRegionFoamOpenFoam*. Solver for steady or transient fluid flow and solid heat conduction, with conjugate heat transfer between regions, buoyancy effects, turbulence, reactions and radiation modelling. URL: <https://openfoamwiki.net/index.php/ChtMultiRegionFoam> (accessed March 22, 2020).
18. *Finned paraView*. URL: <http://www.paraview.org/> (accessed April 22, 2020).
19. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Antalya, Turkey, 12-17 October, 2003. Begell House, 2003, pp. 625-632. URL: https://cfds.spbstu.ru/agarbaruk/doc/2003_Menter,%20Kuntz,%20Langtry_Ten%20years%20of%20industrial%20experience%20with%20the%20SST%20turbulence%20model.pdf (accessed April 22, 2020).
20. Sharfarets B. P., Dmitriev S. P. Modelirovanie turbulentnogo dvizheniya zhidkosti na osnove gipotezy Bussineska. Obzor [Modeling of turbulent fluid motion based on the boussinesq hypothesis. Overview]. *Nauchnoe priborostroenie* [Scientific instrumentation], 2018, vol. 28, no. 3, pp. 101-108. (In Russian). <https://doi.org/10.18358/np-28-3-i101108>
21. Gizzatullina A., Koroleva M., Mishchenkova O., Chernova A. Numerical investigation of cooling down and aerodynamic resistance processes in ribbed tubular elements. *2020 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS)*, 2020, pp. 142-149. (In Russian). <https://doi.org/10.1109/ISPRAS51486.2020.00028>

Байметова Елена Сергеевна, аспирант 4 курса направления подготовки «Математика и механика», ИжГТУ, тел. +7(912)4478295, e-mail: pushina.e.s@gmail.com

Гиззатуллина Альбина Фирдавесовна, аспирант 3 курса направления подготовки «Математика и механика», ИжГТУ, тел. +7(982)8233834, e-mail: gialfi@mail.ru

Пушкарев Федор Николаевич, магистрант 2 курса направления подготовки «Механика и математическое моделирование», ИжГТУ, тел. +7(919)9104101, e-mail: feddokk1great@gmail.com