УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ НА ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ С ПОМОЩЬЮ ДИАГРАММ АРГАНДА

¹КАЛУГИН А. И., ¹АНТОНОВ Е. А., ²ПЕРЕВОЩИКОВ Д. А., ³СОБОЛЕВ В. Вал.

¹ Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН, 426067, г. Ижевск, ул. им. Т. Барамзиной, 34

² АО «Ижевский Радиозавод», 426034, г. Ижевск, ул. Базисная, 19

³ Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7

АННОТАЦИЯ. Экспериментальные оптические спектры являются результатом наложения многих полос переходов. Проблема разложения спектральной кривой на элементарные компоненты представляет принципиально важный интерес для объяснения оптических свойств и электронной структуры твердых тел. В статье рассмотрен метод разложения интегральных спектров диэлектрической проницаемости и характеристических потерь на лорентцевские компоненты с помощью объединенных диаграмм Арганда. Показана эффективность этого метода для однозначного определения минимального набора осцилляторов и их параметров (энергии, полуширины и интенсивности полос).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: обратная спектроскопическая задача, диаграмма Арганда, осциллятор Лорентца, диэлектрическая проницаемость, характеристические потери.

ВВЕДЕНИЕ

В оптической спектроскопии твердых тел можно сформулировать две основных задачи. Первая – это задача определения оптических спектров. Она решается путем измерения спектра какой-либо оптической функции и последующего расчета на его основе спектров остальных оптических функций. Известно, что спектр любой оптической функции обусловлен суммарным вкладом большого количества актов взаимодействия излучения с веществом. Каждый элементарный акт происходит при определенных условиях и характеризуется интервалом энергии E и интенсивностью (вероятностью). Поэтому, второй задачей спектроскопии твердых тел является выявление элементарных компонент интегрального спектра и их параметров. Эта проблема является классической обратной задачей, которая, вообще говоря, не имеет однозначного решения. Исследованиям этой задачи посвящено очень много работ, предложено много методов воспроизведения интегральной кривой совокупностью простых компонент с большим набором подгоночных параметров. Первая проблема, которая возникает при рассмотрении обратной задачи, это форма элементарных полос и их количество.

Формы полос оптических функций подробно рассмотрены в [1]. Показано, что наиболее оптимально описывают форму экспериментальных полос контуры Лорентца, Гаусса или их свертка – контур Фойгта. Существует множество методов разложения интегральных кривых на эти элементарные полосы переходов [2 – 5]. При этом используются методы оптимизации (подгонки) параметров в основном путем минимизации некоторой функции, которая, как правило, представляет собой сумму квадратов отклонений экспериментальной кривой от расчетной. При этом число полос выбирается по количеству особенностей интегрального спектра. В редких случаях предлагается в качестве дополнительной информации использовать третьи и четвертые производные спектров. Однако все эти методы не снимают вопроса о неоднозначности определения числа полос и их параметров. Поэтому существует проблема поиска ограничения числа возможных решений.

МЕТОДИКА РАЗЛОЖЕНИЯ

В [1] в качестве такого ограничения предложено использовать аналитическую связь реальной и мнимой частей оптических функций между собой. Наиболее простой вид она имеет для полос переходов в спектрах реальной ε_1 и мнимой ε_2 частей диэлектрической проницаемости. Общеизвестно, что контуры полос $\varepsilon(E)$ имеют вид лорентциана (рис. 1, а):

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma E_0(E_0^2 - E^2)}{(E_0^2 - E^2)^2 + \Gamma^2 E^2}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma^2 E E_0}{(E_0^2 - E^2)^2 + \Gamma^2 E^2}, \quad (2)$$

где E_0 – энергия полосы перехода, Γ – полуширина полосы, $\varepsilon_{\max}$ – высота полосы. При этом энергия максимума полосы ε_2 равна:

$$E_{\max} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{2E_0^2 - \Gamma^2 + \sqrt{(12E_0^4 + (2E_0^2 - \Gamma^2)^2)}}, \quad (3)$$

а площадь полосы:

$$S = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma E_0}{\sqrt{4E_0^2 - \Gamma^2}} \left[\pi + 2 \arctg \left(\frac{2E_0^2 - \Gamma^2}{\Gamma \sqrt{4E_0^2 - \Gamma^2}} \right) \right]. \quad (4)$$

В случае $E_0 \gg \Gamma$ выражение для S приобретает вид

$$S \approx \frac{\pi}{2} \Gamma \varepsilon_{\max}.$$

Рис. 1. Контур элементарных полос в спектрах ε_1 и ε_2 (а), диаграмма Арганда для одного лорентцевского осциллятора (б)

Из (1) и (2) следует, что кривая $\varepsilon_2(\varepsilon_1)$ для одного лорентцевского осциллятора очень близка к окружности (даже при больших отношениях $E_0/\Gamma \sim 2$) (рис. 1, б):

$$(\varepsilon_2 - x)^2 + (\varepsilon_1 - 1 - y)^2 = R^2. \quad (5)$$

При этом центр окружности имеет координаты:

$$x = \frac{1}{2} \varepsilon_{\max}, \quad (6)$$

$$y = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma}{E_0}, \quad (7)$$

а радиус окружности равен:

$$R = \frac{1}{2} \varepsilon_{\max} \sqrt{1 + \frac{\Gamma^2}{4E_0^2}}. \quad (8)$$

Сумма полос многих осцилляторов дает сложную кривую (диаграмма Арганда), на которой выделяются участки, соответствующие окружностям, отвечающим за отдельные полосы. В [1] предложено строить по таким участкам полные окружности и, исходя из (6) – (8), рассчитывать параметры осцилляторов E_0 , Γ и $\varepsilon_{\max}$. Однако эти соотношения не являются независимыми и поэтому из них возможно найти только два из трех параметров. Для решения этой проблемы воспользуемся тем, что близко расположенные по энергии осцилляторы в сумме дают также лорентцевский осциллятор. Таким образом, можно ограничиться нахождением минимального количества полос, каждая из которых может состоять из нескольких компонент. В этом случае, можно предположить слабое перекрытие полос переходов между собой и, следовательно, слабое влияние соседних осцилляторов на кривизну интегральной кривой вблизи максимума полосы. Это означает равенство вторых производных от спектра $\varepsilon_2(E)$ и полосы лорентцевского осциллятора при $E = E_0$. Это условие позволяет найти третий параметр осциллятора.

Из вышесказанного можно сформулировать следующую методику однозначного разложения спектров ε_1 и ε_2 на лорентцевские осцилляторы. Начинать разложение необходимо с наиболее интенсивных полос, максимумы которых хорошо выделяются на интегральной кривой. Этим полосам на диаграмме Арганда соответствуют наиболее крупные участки окружностей. Построив по дуге полную окружность и найдя по ней положение максимума полосы ε_2 , значение второй производной интегральной кривой ε_2 в максимуме полосы, радиус и координаты центра окружности, можно определить параметры осциллятора. Далее выделенная полоса вычитается из интегральных спектров ε_1 и ε_2 и диаграмма Арганда вновь перестраивается без её учета. При этом могут появиться новые структуры, которые до этого не проявлялись в интегральных спектрах на фоне интенсивной полосы. Осцилляторы выделяются до тех пор, пока остаток интегральных спектров ε_1 и ε_2 не станет меньше погрешности во всем интервале энергии. Данная процедура позволяет однозначно разложить два оптических спектра ε_1 и ε_2 на минимальное количество лорентцевских осцилляторов и определить их параметры. У нее есть два основных недостатка. Во-первых, даже при слабом перекрытии полос осцилляторов каждый из них дает небольшой вклад в интенсивность максимума полосы (но не в полуширину и энергию). Поэтому радиус окружности даст завышенное значение высоты $\varepsilon_{\max}$. Как показывает опыт разложения, ошибка может достигать 10 – 20 %. Во-вторых, как уже указывалось, каждая полоса может представлять собой совокупность нескольких близких по энергии полос. Но при этом они могут иметь принципиально разную природу, установить которую не представляется возможным. Следовательно, требуются дополнительные сведения для дальнейшего уточнения набора осцилляторов и их параметров.

Известно, что в оптических спектрах диэлектрической проницаемости проявляются поперечные компоненты переходов. Продольные компоненты возбуждаются потоком быстрых электронов и наблюдаются в спектрах характеристических потерь $\varepsilon^{-1}(E)$. Спектры диэлектрической проницаемости и характеристических потерь связаны между собой соотношениями:

$$-Im\varepsilon^{-1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}, \quad (9)$$

$$Re\varepsilon^{-1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}. \quad (10)$$

С помощью формул (9) – (10) можно показать, что продольный аналог поперечной лорентцевской полосы также будет иметь вид лорентциана. При этом параметры продольной и поперечной компонент связаны следующими соотношениями:

$$\Gamma' = \Gamma, \quad (11)$$

$$E'_0 = E_0 \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma}{E_0}}, \quad (12)$$

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_{\max}\Gamma}{E_0}}}. \quad (13)$$

Отсюда видно, что максимум продольной полосы будет смещен в сторону больших энергий на величину продольно-поперечного расщепления:

$$\Delta E_{lt} = E_{max}(-Im\varepsilon^{-1}) - E_{max}(\varepsilon_2).$$

В случае $E_0 \gg \Gamma$ это выражение приобретает вид:

$$\Delta E_{lt} \approx \frac{1}{2} \Gamma \varepsilon_{max} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\Gamma^2 \varepsilon_{max}}{E_0} \right), \quad (14)$$

или

$$\Delta E_{lt} \approx \frac{s}{\pi}, \quad (15)$$

то есть сдвиг продольной компоненты прямо пропорционален площади (или интенсивности) полосы.

Лорентцева форма продольной полосы позволяет применить для разложения спектров характеристических потерь метод диаграмм Арганда. Однако природа выделенных полос не будет иметь прямого соответствия с поперечными полосами, полученными из спектра диэлектрической проницаемости из-за неоднозначной природы полосы и ее составной структуры. Для того чтобы привести эти два разложения спектров ε и ε^{-1} в соответствие друг с другом можно применить формулы (11) – (13). Это позволит выявить дополнительную тонкую структуру полос и их параметры.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Метод разложения интегральных кривых на элементарные компоненты с помощью объединенных диаграмм Арганда был неоднократно апробирован для многих кристаллов [6 – 8]. В качестве примера рассмотрим результаты разложения спектров диэлектрической проницаемости и характеристических потерь электронов кристалла кремния. Спектры диэлектрической проницаемости экспериментально исследовались в работах [9 – 11]. Спектры характеристических потерь были рассчитаны нами на основе экспериментальных спектров $\varepsilon_2(E)$ и $\varepsilon_1(E)$ [10].

В [12] установлено, что в экспериментальных спектрах отражения кремния проявляется пять структур. Поэтому традиционно, при разложении спектров диэлектрической проницаемости, используется не менее пяти осцилляторов. Например, в работе [13] спектры $\varepsilon_2(E)$ и $\varepsilon_1(E)$ кремния смоделированы с помощью шести лорентцевских полос. Используя метод объединенных диаграмм Арганда спектры $\varepsilon_2(E)$ и $\varepsilon_1(E)$ кремния были разложены нами на одиннадцать простых полос. На рис. 2 приведена диаграмма Арганда (рис. 2, а) и спектр $\varepsilon_2(E)$ (рис. 2, в) кремния. В отличие от более структурного спектра отражения, в экспериментальном спектре $\varepsilon_2(E)$ наблюдаются только три полосы.

Полосе с максимумом при 3,47 эВ на диаграмме Арганда соответствует окружность, обозначенная пунктиром на рис. 2, а. При малых энергиях дуга окружности точно описывает участок кривой Арганда. При больших энергиях вклад других осцилляторов заметно искривляет диаграмму. После вычитания полосы №1 получается новая диаграмма Арганда, приведенная на рис. 2, б. Наиболее интенсивной полосе №2' с максимумом при 4,3 эВ соответствует довольно значительный участок кривой. Однако, этот участок имеет заметные отклонения от дуги окружности из-за вклада соседних полос, не проявляющихся на интегральной кривой. В результате вычитания этой выделенной интенсивной полосы, скрытые компоненты легко обнаружить и определить их параметры.

На рис. 3, а представлена экспериментальная кривая $\varepsilon_2(E)$ и результаты ее разложения на простые осцилляторы. Кроме спектров $\varepsilon_2(E)$ и $\varepsilon_1(E)$ кремния также были разложены спектры $-Im\varepsilon^{-1}$ и $Re\varepsilon^{-1}$ (рис. 3, б). В результате совместного анализа четырех спектров установлено по одиннадцать поперечных и продольных компонент полос переходов (таблица). При этом обнаружено, что интенсивной полосе №2' соответствует две компоненты (№№ 6, 7). Большинство продольных компонент, как и ожидалось, оказались смещенными в сторону больших энергий на величину продольно-поперечного расщепления

$\Delta E_{lt} \approx 0,01 - 0,1$ эВ. Значения полуширин поперечных и продольных полос переходов отличаются в основном не более чем на 5 %, то есть хорошо коррелируют. Однако, интенсивности выделенных полос в спектрах характеристических потерь слабее своих аналогов в спектрах диэлектрической проницаемости в сотни раз. Наиболее вероятно, это связано с тем, что модель Лорентца косвенно учитывает только вероятность возбуждения поперечной составляющей переходов. Тогда как вероятность возбуждения продольных компонент намного меньше, чем это предсказывается в классических моделях.

Рис. 2. Диаграмма Арганда (а, б), интегральный спектр ϵ_2 (1) и его остаток (2)

Рис. 3. Интегральные спектры ϵ_2 и $-\text{Im}\epsilon^{-1}$, разложенные на элементарные компоненты

Таким образом, метод диаграмм Арганда может успешно применяться для разложения интегральных спектров оптических функций на элементарные лорентцевские компоненты и определения их параметров. Метод позволяет установить тонкую структуру спектров, которую невозможно выявить на основе анализа интегральных кривых.

Таблица

Параметры осцилляторов разложения спектров диэлектрической проницаемости и характеристических потерь кремния

№	E		Г		ϵ_{max}	
	ϵ_2	$-\text{Im}\epsilon^{-1}$	ϵ_2	$-\text{Im}\epsilon^{-1}$	ϵ_2	$-\text{Im}\epsilon^{-1}$
1	3,47	3,51	0,19	0,22	41,0	0,016
2	3,62	3,62	0,18	0,18	15,7	0,011
3	3,77	3,77	0,17	0,17	22,7	0,017
4	3,93	3,93	0,21	0,20	24,7	0,018
5	4,08	4,08	0,21	0,21	19,8	0,012
6	4,23	4,23	0,22	0,27	25,7	0,012
7	4,34	4,37	0,22	0,29	25,9	0,013
8	4,50	4,52	0,19	0,24	15,6	0,014
9	4,71	4,73	0,20	0,20	11,2	0,025
10	4,94	4,97	0,34	0,34	8,1	0,033
11	5,32	5,32	0,50	0,55	10,9	0,058

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены существующие методы разложения сложных функций на элементарные компоненты. Для решения этой обратной спектроскопической задачи предложено использовать связи между разными функциями, что позволяет ограничить количество решений. Предложен усовершенствованный метод объединенных диаграмм Арганда. Применение данного метода позволяет однозначно разложить функции на минимальное количество лорентцевских осцилляторов. Данный способ выделения элементарных полос из интегрального спектра был неоднократно апробирован на различных кристаллах. Результаты свидетельствуют о высокой эффективности данного метода.

Работа выполнена в рамках темы НИР УдмФИЦ УрО РАН «Искусственный интеллект в разработке, обучении и сопровождении экспертных систем представления и использования знаний в естественно-научных, технических и социогуманитарных направлениях» АААА-А19-119092690104-4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев В. В. Оптические свойства и электронная структура неметаллов. Т. II. Моделирование интегральных спектров элементарными полосами. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. 416 с.
2. Belafhal A. The shape of spectral lines: widths and equivalent widths of the Voigt profile // *Optics Communication*, 2000, vol. 177, iss. 1, pp. 111-118.
3. Черкасов М. Р. Унифицированная функция для аппроксимации контура спектральной линии // *Журнал прикладной спектроскопии*. 2005. Т. 72, № 6. С. 707-712.
4. Di Rocco H. O., Cruzado A. The Voigt Profile as a Sum of a Gaussian and a Lorentzian Functions, when the Weight Coefficient Depends Only on the Widths Ratio. *Acta Physica Polonica A*, 2012, vol. 122, iss. 4, pp. 666-669.
5. Green M. A. Improved value for the silicon free exciton binding energy // *AIP Advances*, 2013, vol. 3, iss. 11, p. 112104(15).
6. Kalugin A. I., Sobolev V. V. Electronic structure of cadmium fluoride // *Physical Review B*, 2005, vol. 71, iss. 11-15, p. 125112 (7).
7. Соболев В. В., Антонов Е. А., Соболев В. Вал. Непрямые межзонные переходы графита с большой энергией квазищели // *Физика и техника полупроводников*. 2010. Т. 44, № 9. С. 1206-1211.
8. Перевощиков Д. А., Соболев В. В. Оптические переходы с остовных d-уровней арсенида галлия // *Физика твердого тела*. 2018. Т. 60, № 3. С. 476-481. <http://dx.doi.org/10.21883/FTT.2018.03.45547.461>
9. Aspnes D. E., Studna A. A. Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV // *Physical Review B*, 1983, vol. 27, iss. 2-15, pp. 985-997.
10. Lautenschlager P., Garriga M., Vina L., Cardona M. Temperature dependence of the dielectric function and interband critical points in silicon // *Physical Review B*, 1987, vol. 36, iss. 9-15, pp. 4821-4830.
11. Jellison G. E., Modine F. A. Parameterization of the optical functions of amorphous materials in the interband region // *Applied Physics Letters*, 1996, vol. 69, iss. 3, pp. 371-373.
11. Jellison G. E., Modine F. A. Parameterization of the optical functions of amorphous materials in the interband region. *Applied Physics Letters*, 1996, vol. 69, iss. 3, pp. 371-373. <https://doi.org/10.1063/1.118064>
12. Соболев В. В. Собственные энергетические уровни твердых тел группы A^{IV}. Кишинев: Штиинца, 1978. 207 с.
13. Adachi S. Model dielectric constants of Si and Ge // *Physical Review B*, 1988, vol. 38, iss. 18-15, pp. 12966-12976.

IMPROVED METHOD FOR DECOMPOSING INTEGRAL OPTICAL SPECTRA TO ELEMENTARY COMPONENTS BY ARGAND DIAGRAMS

¹Kalugin A. I., ¹Antonov E. A., ²Perevoshchikov D. A., ³Sobolev V. Val.

¹Udmurt Federal Research Center, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russia

²AO "Izhevskiy Radiozavod", Izhevsk, Russia

³Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

SUMMARY. The interaction of light with matter is extremely complex. It is described by wide complex of optical functions. The experimental spectra are the result of superposition of many transition bands. The problem of decomposition of the integral curve into elementary components has fundamental interest for explaining the optical properties and electronic structure of solids. This problem is a classical inverse problem, and it does not have a unique solution in general case. However, taking into account the interconnection of optical functions, some conditions, that allow to limit the number of

possible solutions, can be found. It is known that the Lorentz model of oscillators describes transition bands of the optical permittivity spectra more accurate. The method of decomposition of the integrated spectra of the dielectric constant ε and the integrated spectra of the characteristic losses ε^{-1} into Lorentz components using the combined Argand diagrams is considered. The Argand diagram represents the dependence of the imaginary part of the optical function on its real part. It has the form of a curve that is very close to a circle in case of the Lorentz band. This feature allows us to build a full circle on a plot of the Argand diagram and to determine the parameters of the oscillator uniquely. The spectra of real and imaginary parts of the dielectric constant can be decomposed into a minimal set of Lorentz components with sequentially distinguishing transition bands. It is shown in paper that the Argand diagram method can also be applied for the characteristic loss spectra in which the longitudinal components of the transitions appear. Using the analytical relationship between the two functions ε and ε^{-1} , it is possible to establish an additional fine structure of the selected bands. The Argand diagram method was used to decompose the spectra of many crystals. As a result, its high efficiency in determining the set of components that form the optical spectra and their parameters was established. At the same time, it is possible to identify many bands that do not appear in the integrated spectra. The decomposition of the optical spectra of a silicon crystal is considered as an example in paper. Eleven elementary components were obtained instead of five features of the integrated spectrum. The energies, half-widths, and intensities of these components, and also the longitudinal-transverse splitting of transition bands, were established. The paper shows that there is a relationship between the parameters of the transverse and longitudinal components. Thus, the Argand combined diagram method is an effective method for solving the inverse spectroscopic problem and it allows to obtain valuable information on the optical properties and electronic structure of solids.

KEYWORDS: inverse spectroscopic problem, Argand diagram, Lorentz oscillator, permittivity, electron energy loss spectra.

REFERENCES

1. Sobolev V. V. *Opticheskie svoystva I elektronnaya struktura nemetallov. T. II. Modelirovanie integral'nykh spektrov elementarnymi polosami* [Optical properties and electronic structure of non-metals. Volume II. Modeling of integrated spectra by elementary bands]. Moscow-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ., 2012. 416 p.
2. Belafhal A. The shape of spectral lines: widths and equivalent widths of the Voigt profile. *Optics Communication*, 2000, vol. 177, iss. 1, pp. 111-118. [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(00\)00564-2](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(00)00564-2)
3. Cherkasov M. R. A unified function for approximating the spectral-line contour. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2005, vol. 72, no. 6, pp. 883-886. <https://doi.org/10.1007/s10812-006-0020-5>
4. Di Rocco H. O., Cruzado A. The Voigt Profile as a Sum of a Gaussian and a Lorentzian Functions, when the Weight Coefficient Depends Only on the Widths Ratio. *Acta Physica Polonica A*, 2012, vol. 122, iss. 4, pp. 666-669. <http://dx.doi.org/10.12693/APhysPolA.122.666>
5. Green M. A. Improved value for the silicon free exciton binding energy. *AIP Advances*, 2013, vol. 3, iss. 11, p. 112104(15). <https://doi.org/10.1063/1.4828730>
6. Kalugin A. I., Sobolev V. V. Electronic structure of cadmium fluoride. *Physical Review B*, 2005, vol. 71, iss. 11-15, p. 125112 (7). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.115112>
7. Sobolev V. V., Antonov E. A., Sobolev V. Val. Indirect interband transitions in graphite with a wide quasigap. *Semiconductors*, 2010, vol. 44, no. 9, pp. 1170-1175. <https://doi.org/10.1134/S1063782610090113>
8. Perevoshchikov D. A., Sobolev V. V. Optical Transitions from Core d Levels of Gallium Arsenide. *Physics of the Solid State*, 2018, vol. 60, iss. 3, pp 481-486. <https://doi.org/10.21883/FTT.2018.03.45547.461>
9. Aspnes D. E., Studna A. A. Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV. *Physical Review B*, 1983, vol. 27, iss. 2-15, pp. 985-997. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.27.985>
10. Lautenschlager P., Garriga M., Vina L., Cardona M. Temperature dependence of the dielectric function and interband critical points in silicon. *Physical Review B*, 1987, vol. 36, iss. 9-15, pp. 4821-4830. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.36.4821>
12. Sobolev V. V. *Sobstvennyye energeticheskie urovni tverdykh tel grupy A^{IV}* [Own energy levels of solids of group A^{IV}]. Kishinev: Shtiintsa Publ., 1978. 207 p.
13. Adachi S. Model dielectric constants of Si and Ge. *Physical Review B*, 1988, vol. 38, iss. 18-15, pp. 12966-12976. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.38.12966>

Калугин Алексей Игоревич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, УдмФИЦ УрО РАН, тел. +79124617498, e-mail: ackad1976@yandex.ru

Антонов Егор Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, УдмФИЦ УрО РАН, e-mail: slick25@mail.ru

Перевоицков Дмитрий Анатольевич, инженер, Ижевский Радиозавод, e-mail: perevdm@mail.ru

Соболев Валентин Валентинович, доктор физико-математических наук, доцент, декан, профессор кафедры, ИжГТУ им. М.Т. Калашиникова, e-mail: soboleff.val@yandex.ru