



FOUNDATIONS
ADVANCES

Volume 76 (2020)

Supporting information for article:

Thermoelectric transport properties in magnetically ordered crystals. Further corrigenda and addenda

Hans Grimmer

Table 1 The tensors describing the thermoelectric transport properties considered

Even Tensors (invariant under $\bar{1}$ and $1'$) describing effects allowed in all 122 crystallographic and 21 limit point groups		Magnetic Tensors (invariant under $\bar{1}$, change sign under $1'$) describing		Number of point groups allowing the effect
ρ_{ij}^{0+}	electric resistance (H=0)	ρ_{ij}^{0-}	spontaneous Hall effect (H=0)	31 + 2
ρ_{ijl}^-	(ordinary) Hall effect	ρ_{ijl}^+	linear magneto-resistance	66 + 8
ρ_{ijlm}^+	(quadratic) magneto-resistance	ρ_{ijlm}^-	(quadratic) anomalous Hall effect	66 + 8
k_{ij}^{0+}	heat conductivity (H=0)	k_{ij}^{0-}	spontaneous Righi-Leduc effect (H=0)	31 + 2
k_{ijl}^-	(ordinary) Righi-Leduc effect	k_{ijl}^+	linear magneto-heat-conductivity	66 + 8
k_{ijlm}^+	(quadratic) magneto-heat-conductivity	k_{ijlm}^-	(quadratic) anomalous Righi-Leduc effect	66 + 8
$\Sigma_{ij}^{\prime 0+}$	Seebeck effect (H=0)	$\Sigma_{ij}^{\prime 0-}$	spontaneous Nernst effect (H=0)	58 + 8
$\Sigma_{ijl}^{\prime -}$	(ordinary) Nernst effect	$\Sigma_{ijl}^{\prime +}$	linear magneto-Seebeck effect	69 + 10
$\Sigma_{ijlm}^{\prime +}$	(quadratic) magneto-Seebeck effect	$\Sigma_{ijlm}^{\prime -}$	(quadratic) anomalous Nernst effect	69 + 10
$T\Sigma_{ij}^{\prime\prime 0+}$	Peltier effect (H=0)	$T\Sigma_{ij}^{\prime\prime 0-}$	spontaneous Ettingshausen effect (H=0)	58 + 8
$T\Sigma_{ijl}^{\prime\prime -}$	(ordinary) Ettingshausen effect	$T\Sigma_{ijl}^{\prime\prime +}$	linear magneto-Peltier effect	69 + 10
$T\Sigma_{ijlm}^{\prime\prime +}$	(quadratic) magneto-Peltier effect	$T\Sigma_{ijlm}^{\prime\prime -}$	(quadratic) anomalous Ettingshausen effect	69 + 10

Table 2 The 69 crystallographic and 10 limit space-time point groups for which magnetic tensors can exist and their subdivision into 21 crystallographic and 4 limit magnetic form classes and into two categories. The point groups in the first category are monochrome; they correspond to space group category II. The point groups in the second category are black-white and do not contain $\bar{1}$; they correspond to space group category III^{a1}. The third column begins with the point group containing only rotations (possibly combined with time inversion) and ends with the centrosymmetric point group. The magnetic form classes and the corresponding point groups are listed not only for the standard orientation of the Cartesian coordinate system but, between parentheses, also for the other orientations that will be considered.

Category	Magnetic form class	Point groups
II	1	1, $\bar{1}$
	(211)	(211), ($m11$), ($2/m11$)
	121	121, $1m1$, $12/m1$
	(112)	(112), ($11m$), ($112/m$)
	222	222, $mm2$, ($2mm$), ($m2m$), mmm
	3	3, $\bar{3}$
	321	321, $3m1$, $\bar{3}m1$
	(312)	(312), ($31m$), ($\bar{3}1m$)
	4	4, $\bar{4}$, $4/m$
	422	422, $4mm$, $\bar{4}2m$, ($\bar{4}m2$), $4/mmm$
	6	6, $\bar{6}$, $6/m$
	622	622, $6mm$, $\bar{6}m2$, ($\bar{6}2m$), $6/mmm$
	23	23, $m\bar{3}$
	432	432, $\bar{4}3m$, $m\bar{3}m$
	∞	∞ , ∞/m
	$\infty 2$	$\infty 2$, ∞m , ∞/mm
$\infty \infty$	$\infty \infty$, $\infty \infty m$	
III ^{a1}	(2'11)	(2'11), ($m'11$), ($2'/m'11$)
	12'1	12'1, $1m'1$, $12'/m'1$
	(112')	(112'), ($11m'$), ($112'/m'$)
	(22'2')	(22'2'), ($2m'm'$), ($mm'2'$), ($m2'm'$), ($mm'm'$)
	(2'22')	(2'22'), ($m'2m'$), ($2'mm'$), ($m'm2'$), ($m'mm'$)
	2'2'2	2'2'2, $m'm'2$, $m'2'm$, ($2'm'm$), $m'm'm$
	4'	4', $\bar{4}'$, $4'/m$
	4'22'	4'22', $4'mm'$, $\bar{4}'2m'$, $\bar{4}'m2'$, $4'/mmm'$
	(4'2'2)	(4'2'2), ($4'm'm$), ($\bar{4}'m'2$), ($\bar{4}'2'm$), ($4'/mm'm$)
	32'1	32'1, $3m'1$, $\bar{3}m'1$
	(312')	(312'), ($31m'$), ($\bar{3}1m'$)
	42'2'	42'2', $4m'm'$, $\bar{4}'2m'$, ($\bar{4}'m'2$), $4'/mm'm'$
	62'2'	62'2', $6m'm'$, $\bar{6}'m'2$, ($\bar{6}'2'm$), $6'/mm'm'$
	6'	6', $\bar{6}'$, $6'/m'$
	6'22'	6'22', $6'mm'$, $\bar{6}'m'2$, $\bar{6}'2m'$, $6'/m'mm'$
	(6'2'2)	(6'2'2), ($6'm'm$), ($\bar{6}'2'm$), ($\bar{6}'m'2$), ($6'/m'm'm$)
	4'32'	4'32', $\bar{4}'3m'$, $m\bar{3}m'$
$\infty 2'$	$\infty 2'$, $\infty m'$, ∞/mm'	

Laue classes	i	k_{ij}^{0+}	Σ_{ij}^{0+}
		ρ_{ij}^{0+}	
	$j \downarrow$	$j \downarrow$	$j \downarrow$
	\downarrow	1 2 3	1 2 3
11'	1 2 3		
(2111')	1 2 3		
1211'	1 2 3		
(1121')	1 2 3		
2221'	1 2 3		
31' 41' 61', $\infty 1'$	1 2 3		
3211', (3121') 4221' 6221', $\infty 21'$	1 2 3		
231' 4321' $\infty \infty 1'$	1 2 3		

- vanishing element
- independent element
- (or ○—○) equal elements
- elements equal in modulus but with opposite signs

Figure 1 The restrictions satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the left hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Laue class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

		ρ_{ijl}^-, k_{ijl}^-	$\rho_{ijlm}^+, k_{ijlm}^+$	Σ_{ijl}^-	Σ_{ijlm}^+
Laue class	ij ↓	$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33	$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33
		$l \downarrow$	32 13 21	$l \downarrow$	32 13 21
		1 2 3		1 2 3	
11'	23	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	32	○ ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	31	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	13	○ ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	12	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	21	○ ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	11	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	22	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	33	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
(2111')	23	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	32	○ • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	31	• ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	13	• • ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	12	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	21	• ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	11	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	22	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	33	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
1211'	23	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	32	○ • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	31	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	13	• ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	12	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	21	○ • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	11	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	22	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	33	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
(1121')	23	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	32	○ ○ •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	31	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	13	○ ○ •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	12	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	21	• • ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	11	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	22	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	33	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
2221'	23	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	32	○ • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	31	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	13	• ○ ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	12	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	21	• • ○	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	11	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	22	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •
	33	• • •	• • • • • •	• • •	• • • • • •

(a)

Figure 2 The restrictions satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the left hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Laue class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Anorthic, monoclinic and orthorhombic Laue classes.

Laue class	ij ↓	ρ_{ijl}^-, k_{ijl}^-			$\rho_{ijlm}^+, k_{ijlm}^+$						Σ_{ijl}^-			Σ_{ijlm}^+						
		$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33	$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33	
		1	2	3	32 13 21						1	2	3	32 13 21						
41'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
4221'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
231'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
4321' $\infty\infty 1'$ *	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

* In Laue class $\infty\infty 1'$

$R_{1212} = \frac{1}{2}(R_{1111} - R_{1122})$, where R stands for ρ^+ , k^+ and Σ^+ .

(b)

Figure 2 (continued)

(b) Tetragonal, cubic and spherical Laue classes.

Laue class	ij ↓	ρ_{ijl}^-, k_{ijl}^-	$\rho_{ijlm}^+, k_{ijlm}^+$	Σ_{ijl}^-	Σ_{ijlm}^+
		$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33	$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33
		$l \downarrow$	32 13 21	$l \downarrow$	32 13 21
	1 2 3			1 2 3	
31' * **	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
3211' **	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
(3121') **	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
61' $\infty 1'$ * **	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
6221' $\infty 21'$ **	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				

* $\Sigma_{1112}^+ = \frac{1}{2}(\Sigma_{1222}^+ + \Sigma_{2122}^+)$

** $R_{1212} = \frac{1}{2}(R_{1111} - R_{1122})$, where R stands for ρ^+ , k^+ and Σ^+ .

(c)

Figure 2 (continued)

(c) Trigonal, hexagonal and cylindrical Laue classes

Magnetic form classes		k_{ij}^{0-}	ρ_{ij}^{0-}	Σ_{ij}^{0-}
	i ↓	j ↓		
		1	2	3
1	1 2 3			
(211)	1 2 3			
121	1 2 3			
(112)	1 2 3			
222	1 2 3			
3 4 6, ∞	1 2 3			
321, (312) 422 622, ∞2	1 2 3			
23 432 ∞∞	1 2 3			

Figure 3 The restrictions for the point groups in category II satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

Magnetic form class	$ij \downarrow$	ρ_{ijl}^+, k_{ijl}^+			$\rho_{ijlm}^-, k_{ijlm}^-$						Σ_{ijl}^+			Σ_{ijlm}^-							
		$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33	$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33		
		$l \downarrow$									$l \downarrow$										
		1	2	3							1	2	3								
1	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
(211)	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
121	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
(112)	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
222	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

(a)

Figure 4 The restrictions for the point groups in category II satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Anorthic, monoclinic and orthorhombic magnetic form classes in category II.

		ρ_{ijl}^+, k_{ijl}^+	$\rho_{ijlm}^-, k_{ijlm}^-$	Σ_{ijl}^+	Σ_{ijlm}^-
Magnetic form class	ij ↓	$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33	$lm \rightarrow$	23 31 12 11 22 33
		↓	32 13 21	↓	32 13 21
		1 2 3		1 2 3	
4	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
422	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
23	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				
432 $\infty\infty$ *	23				
	32				
	31				
	13				
	12				
	21				
	11				
	22				
	33				

* $\Sigma_{1212}^- = \frac{1}{2}(\Sigma_{1111}^- - \Sigma_{1122}^-)$ in magnetic form class $\infty\infty$

(b)

Figure 4 (continued)

(b) Tetragonal, cubic and spherical magnetic form classes in category II.

Magnetic form classes	i ↓	k_{ij}^{0-} ρ_{ij}^{0-}			Σ_{ij}^{0-}		
		j ↓ 1	2	3	j ↓ 1	2	3
(2'11)	1 2 3	• ○ •	• • •	○ • •	• • •	• • •	• • •
12'1	1 2 3	• ○ •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
(112')	1 2 3	• • •	• • •	○ • •	• • •	• • •	• • •
(22'2')	1 2 3	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
(2'22')	1 2 3	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
2'2'2	1 2 3	• ○ •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
4'	1 2 3	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
4'22'	1 2 3	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
(4'2'2)	1 2 3	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •
32'1, (312')	1	•	•	•	•	•	•
42'2'	2	○	•	•	○	•	•
62'2', ∞2'	3	•	•	•	•	•	•
6'	1	•	•	•	•	•	•
6'22', (6'2'2)	2	•	•	•	•	•	•
4'32'	3	•	•	•	•	•	•

Figure 5 The restrictions for the point groups in category III^{a1} satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

Magnetic form class	ij ↓	ρ_{ijl}^+, k_{ijl}^+			$\rho_{ijlm}^-, k_{ijlm}^-$			Σ_{ijl}^+			Σ_{ijlm}^-									
		$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$									
		1	2	3	23	31	12	11	22	33	1	2	3	23	31	12	11	22	33	
(2'11)	23	
	32	.	•	•	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•	
	31	
	13	•	
	12	•	
	21	•	
	11	
	22	
33		
12'1	23	
	32	.	•	.	.	•	•	.	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•
	31
	13	•
	12
	21	•
	11
	22
33	
(112')	23
	32	.	•	.	.	•	•	.	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•
	31
	13
	12	•
	21	•
	11
	22
33	
(22'2')	23
	32	.	•	.	.	•	•	.	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•
	31
	13
	12	•
	21	•
	11
	22
33	
(2'22')	23
	32	.	•	.	.	•	•	.	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•
	31
	13
	12	•
	21	•
	11
	22
33	
2'2'2	23
	32	.	•	.	.	•	•	.	.	.	•	•	.	.	•	•	.	.	•	•
	31
	13
	12	•
	21	•
	11
	22
33	

(a)

Figure 6 The restrictions for the point groups in category III^{a1} satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Monoclinic and orthorhombic magnetic form classes in category III^{a1}.

Magnetic form class	ij ↓	ρ_{ijl}^+, k_{ijl}^+			$\rho_{ijlm}^-, k_{ijlm}^-$			Σ_{ijl}^+			Σ_{ijlm}^-						
		$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$			$lm \rightarrow$						
		$l \downarrow$			$l \downarrow$			$l \downarrow$			$l \downarrow$						
		1	2	3	23	31	12	11	22	33	23	31	12	11	22	33	
4'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
4'22'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
(4'2'2)	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
42'2'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
4'32'	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	32	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	31	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	13	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	12	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	21	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	11	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

(b)

Figure 6 (continued)

(b) Tetragonal and cubic magnetic form classes in category III^{a1}.

Magnetic form class	ij ↓	ρ_{ijl}^+, k_{ijl}^+		$\rho_{ijlm}^-, k_{ijlm}^-$						Σ_{ijl}^+			Σ_{ijlm}^-							
		$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33	$lm \rightarrow$			23	31	12	11	22	33	
		1	2	3	32 13 21						1	2	3	32 13 21						
32'1 *	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			
(312') *	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			
62'2' ∞2' *	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			
6'	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			
(6'2'2)	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			
6'22'	23																			
	32																			
	31																			
	13																			
	12																			
	21																			
	11																			
	22																			
	33																			
	33																			

$$* \Sigma_{1112}^- = \frac{1}{2}(\Sigma_{1222}^- + \Sigma_{2122}^-)$$

(c)

Figure 6 (continued)

(c) Trigonal, hexagonal and cylindrical magnetic form classes in category III^{a1}.