

Volume 76 (2020)

Supporting information for article:

Thermoelectric transport properties in magnetically ordered crystals. Further corrigenda and addenda

Hans Grimmer

	Even Tensors		Magnetic Tensors	Number of
	(invariant under $\overline{1}$ and 1')	(ir	wariant under $\overline{1}$, change sign under 1')	point groups
des	scribing effects allowed in all 122		describing	allowing
crysta	llographic and 21 limit point groups			the effect
ρ_{ij}^{0+}	electric resistance (H=0)	ρ_{ij}^{0-}	spontaneous Hall effect (H=0)	31 + 2
$ ho_{ijl}^{-}$	(ordinary) Hall effect	ρ_{ijl}^{+}	linear magneto-resistance	66 + 8
$ ho_{ijlm}^{+}$	(quadratic) magneto-resistance	ρ_{ijlm}^{-}	(quadratic) anomalous Hall effect	66 + 8
k_{ij}^{0+}	heat conductivity (H=0)	k_{ij}^{0-}	spontaneous Righi-Leduc effect (H=0)	31 + 2
k_{ijl}^{-}	(ordinary) Righi-Leduc effect	k_{ijl}^+	linear magneto-heat-conductivity	66 + 8
k_{ijlm}^+	(quadratic) magneto-heat-	k_{ijlm}^{-}	(quadratic) anomalous Righi-Leduc effect	66 + 8
	conductivity			
$\Sigma_{ij}^{\prime 0+}$	Seebeck effect (H=0)	$\Sigma_{ij}^{\prime 0-}$	spontaneous Nernst effect (H=0)	58 + 8
$\Sigma_{ijl}^{\prime -}$	(ordinary) Nernst effect	$\Sigma_{ijl}^{\prime +}$	linear magneto-Seebeck effect	69 + 10
$\Sigma_{ijlm}^{\prime +}$	(quadratic) magneto-Seebeck effect	$\Sigma_{ijlm}^{\prime -}$	(quadratic) anomalous Nernst effect	69 + 10
$T\Sigma_{ij}^{\prime\prime0+}$	Peltier effect (H=0)	$T \varSigma_{ij}^{\prime\prime 0-}$	spontaneous Ettingshausen effect (H=0)	58 + 8
$T\Sigma_{ijl}^{\prime\prime-}$	(ordinary) Ettingshausen effect	$T\Sigma_{ijl}^{\prime\prime+}$	linear magneto-Peltier effect	69 + 10
$T\Sigma_{ijlm}^{\prime\prime+}$	(quadratic) magneto-Peltier effect	$T\Sigma_{ijlm}^{\prime\prime-}$	(quadratic) anomalous Ettingshausen	69 + 10
			effect	

Table 1 The tensors describing the thermoelectric transport properties considered

Table 2 The 69 crystallographic and 10 limit space-time point groups for which magnetic tensors can exist and their subdivision into 21 crystallographic and 4 limit magnetic form classes and into two categories. The point groups in the first category are monochrome; they correspond to space group category II. The point groups in the second category are black-white and do not contain $\overline{1}$ '; they correspond to space group category III^{a1}. The third column begins with the point group containing only rotations (possibly combined with time inversion) and ends with the centrosymmetric point group. The magnetic form classes and the corresponding point groups are listed not only for the standard orientation of the Cartesian coordinate system but, between parentheses, also for the other orientations that will be considered.

Category	Magnetic	Point
6,	form class	groups
	1	1,1
	(211)	(211), (<i>m</i> 11), (2/ <i>m</i> 11)
	121	121, 1 <i>m</i> 1, 12/ <i>m</i> 1
	(112)	(112), (11 <i>m</i>), (112/ <i>m</i>)
	222	222, <i>mm</i> 2, (2 <i>mm</i>), (<i>m</i> 2 <i>m</i>), <i>mmm</i>
	3	3, 3
	321	$321, 3m1, \overline{3}m1$
	(312)	$(312), (31m), (\overline{3}1m)$
II	4	4, 4, 4/m
	422	$422, 4mm, \bar{4}2m, (\bar{4}m2), 4/mmm$
	6	6, 6 , 6/ <i>m</i>
	622	622, 6mm, 6m2, (62m), 6/mmm
	23	$23, m\overline{3}$
	432	432, <i>4</i> 3 <i>m</i> , <i>m</i> 3 <i>m</i>
	x	$\infty, \infty/m$
	∞2	$\infty 2, \infty m, \infty/mm$
	$\infty \infty$	$\infty \infty, \infty \infty m$
	(2'11)	(2'11), (m'11), (2'/m'11)
	12'1	12'1, 1 <i>m</i> '1, 12'/ <i>m</i> '1
	(112')	(112'), (11 <i>m</i> '), (112'/ <i>m</i> ')
	(22'2')	(22'2'), (2m'm'), (mm'2'), (m2'm'), (mm'm')
	(2'22')	(2'22'), (m'2m'), (2'mm'), (m'm2'), (m'mm')
	2'2'2	2'2'2, <i>m</i> ' <i>m</i> '2, <i>m</i> '2' <i>m</i> , (2' <i>m</i> ' <i>m</i>), <i>m</i> ' <i>m</i> ' <i>m</i>
	4'	4', 4 ', 4'/ <i>m</i>
	4'22'	4'22', 4' <i>mm</i> ', 4'2 <i>m</i> ', 4' <i>mm</i> '
1	(4'2'2)	$(4'2'2), (4'm'm), (\bar{4}'m'2), (\bar{4}'2'm), (4'/mm'm)$
III^{a1}	32'1	32'1, 3 <i>m</i> '1, 3 <i>m</i> '1
	(312')	(312'), (31 <i>m</i> '), (3 ⁻ 31 <i>m</i> ')
	42'2'	42'2', 4 <i>m</i> ' <i>m</i> ', 42' <i>m</i> ', (4 <i>m</i> '2'), 4/ <i>mm</i> ' <i>m</i> '
	62'2'	62'2', 6 <i>m</i> ' <i>m</i> ', 6 <i>m</i> '2', (62' <i>m</i> '), 6/ <i>mm</i> ' <i>m</i> '
	6'	6', 6 ', 6'/ <i>m</i> '
	6'22'	6'22', 6' <i>mm</i> ', 6 ' <i>m</i> 2', 6 '2 <i>m</i> ', 6'/ <i>m</i> ' <i>mm</i> '
	(6'2'2)	$(6'2'2), (6'm'm), (\overline{6}'2'm), (\overline{6}'m'2), (6'/m'm'm)$
	4'32'	4'32', <u>4</u> '3 <i>m</i> ', <i>m</i> 3 <i>m</i> '
	∞2'	$\infty 2', \infty m', \infty/mm'$
	I	

Laue classes			k_{ij}^{0+} ρ_{ij}^{0+}			Σ_{ij}^{0+}	÷
	i		$i\downarrow$			$j\downarrow$	1
	\downarrow	1	2	3	1	2	3
	1	•	1		•	•	•
11'	1 2 3	-	6	۶	•	•	•
		1	-	•	•	•	•
	1	•	•		•	•	
(2111')	2	•	•	۶	•	•	•
	2 3		~			•	•
	1 2 3	•			•		•
1211'	2	· ,				•	
	3	6		•	•		•
	1 2 3	•	1		•	•	
(1121')	2	1			•		
	3		•	•			•
	1 2 3	•		•	•		
2221'	2		•			•	•
	3			•			•
31'	1	•		•	٩	1	
41'	23		>		0	5	
61', ∞1'				•		•	•
3211', (3121')	1	9					
4221'	1 2 3		>			6	
6221', ∞21'	3			•			•
231'	1	٩			٩		
4321'	1 2 3		1			×	
$\infty \infty 1'$	3			>			6

- independent element
- (or o-o) equal elements
- elements equal in modulus but with opposite signs

Figure 1 The restrictions satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the left hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Laue class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

		ρ_{i}	jl, k			ρ_{ij}^+	lm'	k _i	+ jlm			Σ_{ij}		: .		Σ_i	+ jlm		
			lm	\rightarrow		31	12	11	22	33		lm	\rightarrow		31		11	22	33
Laue	$\stackrel{ij}{\downarrow}$		$l\downarrow$		32	13	21					<i>l</i> ↓		32	13	21			
class		1	2	3					de la	<u></u>	1	2	3	-					-
	23	Ĵ	Į	Į	Î	Ť	Ť	Ť	1	Ĩ	•	٠	•	•	•	•	•	•	
	32		0		•			٠		٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	31	Ĵ	Į	Į	1	Ť	Ť	1	1	Ť	•	٠	•	•	•	•	•	•	
1.11	13				•						•	•	•	•	•	•	•	•	
11'	12	Į	Į	Į	1	1	1	1	1	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	21 11	0	0	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
	22		·				•	•				•	•		•	•			
	33	•	•	•											•				
	23	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	-
	23 32	Ĵ	·	·	I	•		Ĩ	Ĩ	ľ		·	·	•	•	•	•		
	31	Ŭ								•			1	•			•	•	J.
	13	·	Į	Ĵ		Ĩ.	T	•				1	1						1
(2111')	12							÷				1	1						
(2111)	21		Į	Į		1	I												1
	11															÷.			
	22							•											
	33							•											
	23			•	•		•				•			•		•			
	32	Ĵ		Į			1								·			۰.	
	31					Ŧ		Ŧ	Ŧ	Ŧ		•			•		•		
	13		Į	•		•						•							
1211'	12	•		Ŧ	•		Ŧ				•		•	•					
	21	Į	•	Ĵ			4				•		•	•		•		۰.	
	11					٠		٠	٠	٠		٠			٠	•	•	•	
	22	5				٠		٠	٠	٠		٠		•	•	•	•	•	•
	33		·	•		•	•	٠	٠	٠	•	•	÷	$\sim 10^{-1}$	•		•		
	23	Ĵ	Ĵ		•	Ť					•	٠		•	٠				
	32	9	δ	·	•	•	÷			·	•	٠	•	•	٠	÷	·		
	31	Ĵ	Į	·	1	Ť		•		•	•	٠		•	٠		•		
	13	9	9	·	•		а.				•	٠		•	٠		•	·	
(1121')	12	·	·	Ĵ	•	·	1	•	Ť	Ť	·	·	٠	•	•	٠	•	٠	•
	21		÷	9	·			•	•	.•			٠	× .	•	٠	٠	٠	•
	11	·		·	•	·	٠	٠	٠	٠	·	·	٠	•	•	٠	٠	٠	•
	22	×		·	· .	·	٠	٠	•	٠	•	·	٠	•		٠	٠	٠	•
	33	·	·	•	·	·	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•
	23	Ĵ	·	•	1	•	•	·	· ·		•	·	•	•	•	•	·		
ж. Т	32	0	·	·	•	·	•	·	·		•	·	•	•		·	·	·	
	31	1	Į	·	•	1	·	·	•	·	•	•	·		•	·	•	·	•
00011	13	÷	0	·	٠.	٠	•	·	·	·	Ť	٠	·	1	•	·	÷	·	
2221'	12		÷	Ĵ	Ľ.	Ċ	1	·	·	Ċ			•	1 ° .	Ċ	•	·	·	•
	21	Ċ	·	0	i.	÷	٠	•	•	•		•	•		•	٠		•	
	11	Ċ.	Ċ	·	1		·	•				•	•	1	•	·	•	•	
	22 33		÷	•		•						•	•		· .	•	•	•	
	22	•	· ·	•	×.,	•	•	•	•				· • .		•	•	•		

Figure 2 The restrictions satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the left hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Laue class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Anorthic, monoclinic and orthorhombic Laue classes.

		$\rho_{\overline{i}}$	j_l, k	ijl		ρ_{ij}^+	lm'	ki	⊦ jlm			Σ_{ijl}^{-}				Σ_i	⊦ jlm		
			lm	\rightarrow	23	31	12	11	22	33		lm	\rightarrow		31	12	11	22	33
Laue class	$\stackrel{ij}{\downarrow}$		<i>l</i> ↓ 2	2	32	13	21					14	2	32	13	21			
class	23	1	2	3		-					1	2	3	_			-		
	32	I	Ţ		I	I		1	÷	÷	1	6		1	1			Ċ	÷
	31	2	5		2	$\langle \cdot \rangle$					2	1		21	5				
	13		ſ		6						1	8		8	1				
41'	12			•			•	•	-9				•		••	•	4	م	9
	21			9	•.		1	Ļ	6				Ŷ		• .		1		9
	11			•			•		۶	Ŷ	•		•			Ť	٩	,>	Ť
	22		•	•	•	•	9		>	•	•	·	•	•	•	9	•	>	•
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	·	•	•	•	•
	23	1	•	•	1	•	•	•	•	•	٩	•	•	٩	·	•	·	·	·
	32	٩		•	4		•	·	•	·	2		•	2		·	•	·	•
1.	31	•	Ì	·	•	ľ	·	•	•	·	·	6	•	•	1	•	·	•	•
4221'	13 12	•	0	•	•	•	·	•	·	·	•	0	·	•		•	·	•	•
4221	21	•	•	Į	•		I	÷	·	•		·	Į	·	·	Ĩ	·	·	•
	11			č								·	Č	Ċ	÷				
· · · · · ·	22							2	$\langle \cdot \rangle$	I							2	$\langle \rangle$	I
	33							•	_								•	_	•
	23	9									٩			٩					
1	32	م				•					9	1.		9					
10	31	•	4	•		7	•			•		1	•	. \	1	•			
	13	•	م	•	•	1				•		91	1.		41	1.		·	·
231'	12	•	•	7	•	·	7	·	•	·	•	. \	10	•	. \	10	·	•	•
	21	•	·	9	•	•	•	•	•	•	•	•	б		•	6	•	•	•
	11	•	•	•	•	•	•	٩	~	2	•	•	•	•	·	•	٩	~	2
	22 33	·	Ċ	·	•	•	•	>	\bigcirc	~	•	·	•	·	·	·	>	\bigcirc	~
		•	•	•		·	·	•			•	•	•	•	•	•			
	23 32	Į		·	I		Ċ	į		·	Į	Ċ		I	•		·		
	31		5			5						5			5				
4321'	13		Į									Į							
∞∞1'	12			>			>									>			
*	21			6			1	•					S	•					
	11							٩	>	-							4	1	-
	22		•	•			•	Ŷ	A		•	·	·	•	•		Ý	X	
	33	•	•		•			-	-	>	•	•	•		•		•	-•	>

* In Laue class $\infty \infty 1'$

 $R_{1212} = \frac{1}{2}(R_{1111} - R_{1122})$, where *R* stands for ρ^+ , k^+ and Σ^+ .

(b)

Figure 2 (continued)

(b) Tetragonal, cubic and spherical Laue classes.

1		ρ_{ijl}			÷.,	ρ_{ij}^+	lm'	k_i	jlm			Σ_{ijl}^{-}				Σ_{ij}^{+}	lm		-
			lm -			31	12	11	22	33	-	lm					11 2	22	33
Laue class	$\downarrow ij$		$l\downarrow$ 2	2	32	13	21				1	14	2	32	13	21			
01055	23	1	•	3							1	2	3			•	-	-0	
	32	4	٦				I	1	J		a	6		2	6	2	la-	-0	
	31		4		P	5	1	P	•		01	1		01	1	1	0	•	
31'	13		ſ	•	Ŷ	ł		6	-	•	1	۶		8	1	1	8	•	
*	12	•	•	Į	1	1	Ť	Ŷ	1	•	•	1	Ĵ	1	1	1	9	1	Į
**	21	•	•	9	5	×	•	مر	•	•	5	×	9	-	×	+	0		9
	11 22	•	•	•	Í	ľ	1	3	<	Î	Ĩ	1	Î	Í	Ĩ	I	>	2	Î
	33							-							•		-		
	23							-	-0								-	-0	
	32	٩			1			Å	P		a			2			la-	-0	
	31		1			4	1					6	•		1	1			
3211'	13	•	Ŷ		·	•	+	·	•			8	÷	:	1	-		•	
**	12 21	•	•	J	•	1	1	•		•	•	1	Ĵ	•	1	Î	·	•	·
4.4	11		•	°	1	^	•					^	0		^	•			
	22				J	į	÷	2	<	I	Ĭ			Į			\geq	<	I
	33							•	-								•	-	
	23	•			•		•				٩			٩		٩			
	32	٩	•	•	1	•	4	•	•	•	2		•	2	•	2	·	·	
(21210)	31	•	1	•	÷	1	·	P	1	•	•	9	·	•	9	·	6	•	
(3121')	13 12	•	0			•.	•	0	•	·	•	0	•	•	•	•	0	•	·
**	21			J	I	ż	I				I		Į	I		I			
	11					P		4	,			1			ò		•	,	•
	22					•		2	5	•		6					~	5	Ļ
1 . A.	33	•	•	•	·	•		•	•	•		•					•	•	•
	23	Į	Î	•	1	1	·	•	•	•	٩	1	••	٩	1	•	•	·	•
61'	32 31	2	2	•	2	<	·	·	·	•	2	6	·	2	2	·	•	•	•
∞1'	13	Ĭ	Ţ		ľ	Ţ		÷		÷	1	6		2	1		÷		ż
*	12			•			•	۴-	-							•	a		Ŧ
**	21			Ĵ			ł	لمر	1				Ŷ			1	~	5	ſ
	11	•	•	•		•	ſ	-		Ť	•	•	Ť	•		1	2	,0	Ŷ
	22	•	•	•	·	•	Ŷ	1	6	•	•	·	•	•	·	9	•	6	•
-	33 23		•	÷	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	32	Į.		:	I								÷	1					
6221'	31		*			>						1		1	1				
∞21'	13		ſ			1				•		۶			1				
	12	•	• .	ſ	·	•	Ť		•			•	Ĵ	•		Ť	•	•	
**	21	•	•	9		•	•	·	·	·	•	•	δ	•	•	•	·	•	
	11 22	•	•		·	•	•	3	<	Î	•	•	•	•	•	·	>	~	1
	33			:			•			•		•			•	•	*		•
	$= \frac{1}{2}$	Ľ.		·				-	-	•		· ·			•			-	

* $\Sigma_{1112}^+ = \frac{1}{2}(\Sigma_{1222}^+ + \Sigma_{2122}^+)$

** $R_{1212} = \frac{1}{2}(R_{1111} - R_{1122})$, where *R* stands for ρ^+ , k^+ and Σ^+ .

(c)

Figure 2 (continued)

(c) Trigonal, hexagonal and cylindrical Laue classes

Magnetic form classes			k_{ij}^{0-} $ ho_{ij}^{0-}$			Σ_{ij}^{0}	-
	$i \downarrow$	1	$j\downarrow$ 2	3	1	$j\downarrow$ 2	3
				Q	•	•	•
1	2	0			•		
	1 2 3	1	6			•	
	1				•		
(211)	2					•	
	2 3		0			•	•
				Q	•		•
121	1 2 3		/			•	
	3	1			•		•
	1	۰.	,		•		
(112)	1 2 3	0			•	•	
	3						•
	1				•		
222					•	•	
	23						•
3	1		1		4	۶	
4	2	0			0		
6, ∞	23						•
321, (312)	1				4		
422	2					>	
622, ∞2	2 3			•	•		•
23	1	•			٩	•	
432	1 2 3					×	
00 00	3				•		6

Figure 3 The restrictions for the point groups in category II satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

		ρ_i^{\dagger}	jı, k			ρ_{ij}	lm'	k	jlm			Σ_{ijl}^+				Σ_i	jlm		
Magnetic				\rightarrow				11	22	33	_	lm	\rightarrow		31		11	22	33
form	ij		$l\downarrow$		32	13	21					$l\downarrow$		32	13	21			
class	↓	1	2	3							1	2	3						
	23	•	1	1	Į	Ĵ	Į	Į	Į	Į	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	
	32	•		•	6	9	9	9	9	9	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	
	31	•	1	I	Į	Ĵ	1	Ť	Į	Į	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	
	13	•	•	•	6	9	ļ	ſ	9	9	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	
1	12	•	Ť	Ţ	Ĵ	Ť	Ť	1	Į	Į	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	3
	21	•		•	6	Ĩ	ſ	Ŷ	9	9	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	
	11	•	•	٠		÷		·	•	÷.,	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	
	22	•	٠	٠			•	•	·), • ¹	•	•	٠	•	٠	٠	٠	٠	
	33	٠	•	٠		•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	•	
	23	•			•		·	•	•	•	•			•		Ϋ.	٠	٠	
Sec. 19	32				Į			ľ	Ĵ	Į	•			•			٠		0
	31		Ŷ	Ŧ		Ŧ	÷			•	4	•			•	•			
	13			I		Į	Ĵ			1.1	1.1	•	•		٠	٠			
(211)	12		Ŧ	÷		•	•					•			٠	•			
	21		1	1		Ţ	Į						•		•	٠			
	11									۰.							•		
	22	•							۰.	۰.									
	33				. 1					÷.,				•			•		
	23	•						•											
	32			1	J		Į												
	31															÷.			
	13		I			Į		ļ	Į	Į									
121	12		,																
121	21	II		1	J		Ţ												
	11			Ĩ		Ĵ		÷.					Ĩ	1		Ĩ			
	22		1			Ĵ.	Ċ		÷	÷			Ċ		1	Ĵ			
	33				Ľ	÷.	Ċ									÷	1		
	23		-	<u> </u>		-						-			-		-		-
	32	I	Ĩ	•	J	Į		•	•	·			•					•	
	31			•			•	·	·				·			•	·	•	
	13	I	I	·	J	Į	•	•	·	•			·				•	•	
(112)	12	•	•			0					•	•		.	•				
(112)		· ·	•	1	· ·		Ţ	Į	Į	Į	·	•		· ·	•				
	21	•	•		÷.,	•	0	0	0	0	· .	·	•	· ·	÷	•	•	•	
	11		•	•	·		·		·	·	· ·		•	<u>۰</u>		•	•	•	
	22	· ·		•	·	·	•	·	·	·	·	·	•	·	·	•	•	•	
	33	·	, * ,	•	ŀ	•			•	· · ·	ŀ	•	•	ŀ	·	•	•	•	-
	23	1	,	·	Į	·	•	•	·	·	•		•	•	•	1	•	•	
	32	•		·	0	·	·	·	•		•	·	·	•	•	÷	•	÷	
	31		Ť	·	1	Ť		·	·		•	٠	·	•	•	•	·	·	
	13	·	•	·	· ·	9	·	·	·		•	٠	·	· 1	•	•	·	•	
222	12	·		Ť	•	·	Ť	•	·	·	•		٠	•	•	٠	·	·	
	21			•	•	•	9	·		•	•		•		·	•	•	ŀ	
	11			·	•	·		·			•				1	•	٠	٠	
	22		÷	•	•		•	٠.	·	•	•		·	·	•		٠	•	
	33														Υ.		•		

(a)

Figure 4 The restrictions for the point groups in category II satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Anorthic, monoclinic and orthorhombic magnetic form classes in category II.

			ρ_{ijl}^+	,		ρ_{ij}	ilm'	k _i	jlm			Σ_{ijl}^+		2		Σ_i	_ jlm		
			k_{ijl}^+													10			-
Magnetic				\rightarrow				11	22	33		lm	\rightarrow			12	11	22	33
form	$\stackrel{ij}{\downarrow}$		14	2	32	13	21					14	2	32	13	21			
class	23	1	2	3		-		1			1	2	3		-				
	32	I	I	÷	I	Ţ		÷		÷	1	1	÷	1	6	÷	·	Ċ	
	31	$\left \right\rangle$	5		$\left \right\rangle$	5						5		2	10				
	13		ſ		IJ						1	8	•	8	1				
4	12							-	-•									۶	
	21							Y	ſ	Į			ſ				2	×°	
	11			•									•			ę			
	22												•			P	~	~	
	33			•		•							•				•	-•	
	23	Ŧ	•		•					••	٩			٩			. •		
	32				الر	•				•		•		2			•		
	31		P			ò						0			0			•	
	13		9			L.	÷					8			1				
422	12					•					.		•		•	Ŧ			
	21		••								.		9	• .		•			
	11				•							•		•			•	, >	
	22				·	• •					•				·		•	~	
	33		•	•		•	•	•			•				•		•	•	
	23	•		•	9		•			•	٩		•	٩		•	. •		
	32	4	•	•	اطر	•	•	•			3	1.	·	9	1.	·	·	•	
	31	•	7	•		7	•	•	•		· `	14	•	· `	14	·	•	•	
	13		4			م		•	•	·		4	1.	•	9	\·	•	•	
23	12			Y	·	•	7	•	·	·	•	. `	19		. `	12		÷	
	21			•			9		•	•		•	2			Я			
	11		·	•		•	•	•	•	·	•	•	·		•	•	٩	1	~
	22	•	·	•		•	·	•	·	•	÷.	•	•	•	•	·	-		2
	33	•	•	•	•	•		•	•	• .	•	•	•	•	·	•		V	
	23	•	•	•	•	·	·	·		•	Î	•	•	Î	•	•	•	•	
	32	1	·	•	•	·	·	·	•	•	1		·	1		·	•	•	
122	31	•	·	•	•	•	·	•	•	·	•	٦	·	•	1	·	·	·	
432	13	•	•	·		·	•	·	•	·	· .	9			4		·	•	
*	12		·	·	•	•	·	·	•	·	•	•	Ĩ	÷	•	Ĩ	•	•	
Ŧ	21	•	·	•	•	•	•	•	•	·	•	·	0	•	·		•	•	
	11	•	·	·	•	•	•	·	•	•	•	•	•		·	·	-	X	_
	22	•	·	·	•	·	•	·	·	•	•	•	·		•	·	Í		1
	33	ŀ	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	

* $\Sigma_{1212} = \frac{1}{2} (\Sigma_{1111} - \Sigma_{1122})$ in magnetic form class $\infty \infty$

(b)

Figure 4 (continued)

(b) Tetragonal, cubic and spherical magnetic form classes in category II.

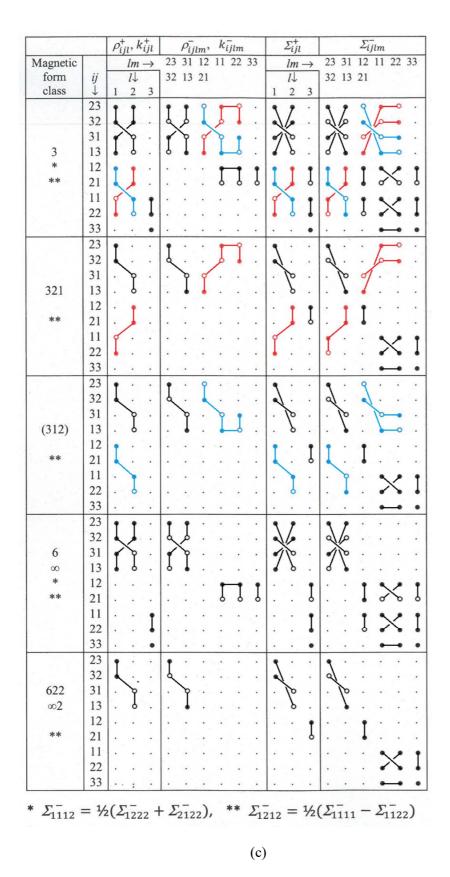


Figure 4 (continued)

(c) Trigonal, hexagonal and cylindrical magnetic form classes in category II.

Magnetic form classes			k_{ij}^{0-} ρ_{ij}^{0-}	-		Σ_{ij}^{0-}	-
	$i \downarrow$	1	$j\downarrow$ 2	3	1	$j\downarrow$ 2	3
(2'11)	1 2 3	. 0	1	<u>م</u>	•	•	•
12'1	2 3 1 2 3	•			•	•	•
(112')	1 2 3	•		0	•	•	•
(22'2')	1 2 3	•			•	•	•
(2'22')	1 2 3	•	./	<u>م</u>	•	•	•
2'2'2	1 2 3		1	•	•	•	•
4'	1	•	•	•	2	Ś	•
4'22'	2 3 1 2 3	•		•	•	` ``	•
(4'2'2)	1 2 3	•	•	•	•	<u>۲</u>	•
32'1, (312') 42'2' 62'2', ∞2'	1 2 3	. 0	<u>،</u>	•		<u>م</u>	· ·
6' 6'22', (6'2'2)	1 2		•	•		•	•

Figure 5 The restrictions for the point groups in category III^{a1} satisfied by the property tensors of rank 2 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system.

		ρ_i	⊧, k	¢ijι		ρ_{ij}	lm'		jlm			Σ_{ijl}^+					- ilm		
Magnetic				\rightarrow	23	31	12	11	22	33		lm	\rightarrow				11	22	33
form	ij		$l\downarrow$		32	13	21					$l\downarrow$		32	13	21			
class	\downarrow	1	2	3			~				1	2	3						
	23		1	1	•	ţ	ţ		•	•	÷	•	٠		•	٠			
	32		•	•	•	9	9		÷	•	×	٠	٠		٠	٠	÷	÷	×
	31	I	·	•	Į	·		ļ	Ĵ	Ĵ	٠	•	·	•	×	÷	٠	٠	•
	13	÷.		·	6	·		9	9	9	٠		•	•		×	٠	٠	•
(2'11)	12	Ĩ	·	·	Į	·	×	Ĵ	Ĵ	Ĵ	٠		•	•	•	×	٠	٠	•
	21	•	·	·	0	·	•	9	9	9	٠	×	·	•	۰,	•	٠	٠	•
	11	×	٠	•	× .	·		×	÷		×	٠	•	•	٠	٠	·		•
	22		٠	•	·		•	×		•	×	٠	•	•	•	٠	•	·	·
	33		•	•	·	•	•	•	•		•	•	•	· ·	•	•	•	•	•
	23		I	•	× .	Į		Į	Į	Į	×	•	·	•	٠	•	٠	•	•
	32	×.	•	•		0	•	0	0	0	۰,	•	÷.	•	٠		٠	•	•
	31	1	·	1	Į	•	Į		·		•	· * •	•	•		•	•	·	
12'1	13 12	•		•	0		0				•		•	•		•			1
121	21		Ĩ			Į		Į	Į	ļ		•	1		•	÷	•	•	•
	11			•			÷		0							1			•
4 - F	22		÷			÷	÷	÷	÷				1					÷	Ċ
	33						÷		Ì									÷	
	23					÷							•						
	32			1			Ĵ	Į	Į	Į		÷.							
	31											÷.		1.					
	13			1			Į	ſ	Į	Ĵ				1					
(112')	12																,		
()	21	I	1		ļ	Į							. 1						
	11															2			
	22												2		•				
	33							× .					. 1		•				
	23			Ϋ.		. 8		Ŧ	•				\mathbf{x}^{*}			• •		•	
	32							ļ	ļ	Į			1	. ·			•		
	31						٠				2					•			
	13		÷	I			Į			• .	÷			<i>4</i> 1		•	×		
(22'2')	12		Ŧ			Ŧ				•			έ.	λ.	•				١,
	21		÷.			Į					×	•	•	2	•	×	÷		÷
	11	•									•		\mathbf{x}_{i}	•	·				
	22	•						÷				·	•		1				
	33	٠						×				7	${\mathcal F}^{(i)}$	•	•	•		•	÷
	23			I	× .		ļ	•		•		÷	٠			•	×		
	32			4	•		9		ŀ	•	\sim	·	٠	х.		٠		·	
	31		·	×		·	·	ļ	ļ	Ĵ	×	×		х.	e.	×	٠	٠	٠
	13		·	÷		÷	·	9	9	9	х	÷	÷	э.	÷	×	٠	٠	٠
(2'22')	12	1	·	•	Į	÷	·	÷	·	•	٠		٠	٠	×.	×	÷	·	÷
	21	•	·	·	0	•17		×	×	·	٠	÷	×	•	·	÷	÷	·	
	11	•	•	·	•	·		×	·	•	×	•	×		•	×		·	
	22	•	•	•		·				•	•	•	•	۰.,	•	÷		·	
	33	·	•	•		•	•	•	•	•	.*	•	•	•	•	•	•	•	•
	23	·	Ť	•	•	Ť	Ċ	•	•	·		•	×.	•	•	×		·	·
	32		٠	•		0	,	÷	·	÷ .		•	2		•	×	•	·	·
	31	Ĵ		•	Į		·			•	•		×	•	÷			·	•
21212	13	•	·	•	0		·	× 			•			•	·	·	÷		
2'2'2	12 21	•		•		·	·	1	Ĵ	Ĵ			×		•	×	•	•	•
	11	Ċ			Ľ	÷	Ċ	0	0	0	Č	·		÷	Ċ		•	•	•
	22	ĺ.				÷	÷.	÷.	÷		÷.				į			į	Ċ
	33	Ċ			Ľ	÷	ĵ.	÷	÷		Ĵ.			1	Ċ		Ċ	÷	
	55		•	9	Ľ.					•	÷	•			· .			•	· ·

(a)

Figure 6 The restrictions for the point groups in category III^{a1} satisfied by the property tensors of ranks 3 and 4 listed on the right hand side of Table 1. The notation used for the matrix elements is explained at the bottom of Fig. 1. Magnetic form class symbols between parentheses refer to other choices of the Cartesian coordinate system. (a) Monoclinic and orthorhombic magnetic form classes in category III^{a1}.

		ρ_i	; ₁ , 1	¢ _{ijl}		ρ_{ij}^{-}	lm'	ki	jlm			Σ_{ijl}^+			1	Σ_{ij}	ilm		
Magnetic			lm	\rightarrow	23	31	12					lm		23	31	12	11	22	33
form	ij		14		32	13	21					14		32	13	21			
class	\downarrow^{ij}	1	2	3							1	2	3	42					
	23																		۰.
	32					J						6		a	6				
	31	2	<		2	<					2	2		2	2				
	13	Į	Ι		I	I					1	1		1	1		÷.		
4'	12					Ŭ	È.					•		•	0				
7	21	Ċ		I		·	I	Г	ľ			•	Ĩ	•	·	Ĵ	2	Ľ	
÷.	11	•	·	•			0	0	•	•	•		•	· .	•	0	0		
		•	÷.,	ļ		·	•	•	•	•	•	·	Į	÷	•	1	2	2	
	22	•	·	0	•	·	·	·	•	•	•	·	0	•	•	٠	σ	D	C
	33	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	-0	
	23	Î	·	÷	1		• .	•	•		9	•	•	٩	•	•		•	•
1.12.1	32	4	•	·	9	•	·	•	•		1	•	•	9	•	•		•	
	31	•	Y	•		Y	•	•	·		•	10		• '	6	•	•	•	
	13		•	•	•	9	·	•			•	8	•		8	•	•		
4'22'	12		•	Ť	•	•	1	•	•	•			1			Ŷ	۰.		
	21			•		•	9				•		•			9			13
	11		۰.														4	1	
	22																0	0	2
	33				÷.												-	_	
	23																		
	32					þ						6			6				
	31	0	1		0						di	1		di					
	13	IJ									17			1					
(4'2'2)	12														Ċ			0	
(+22)	21			-	Ċ,			T	T				·		Ċ		2	<	
	11	· ·			Ľ.		•	0	•	Ċ		·			•		0	•	
	22		·	Ĵ	·	•	·		·	·			Į	1	·	Ť	·	•	
		· ·	•			•	·	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	
	33	•	·	•	·	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	•	
	23	·	Ť	·		1	•	•	÷	•	•	1	·	•	1	•	·	•	
	32	•	1	•	· .	م	•	•	·	·		1	•	•	10	•	•	•	1
	31	1	•	•	1	·	·	•	•	•	1	•	•	1	·	•	•	•	
	13	•	•	•	9	•	•	•	•	•	6	•	·	8		·	•	·	
42'2'	12	•					·	۴	1	1	•						4	1	
	21	•	·	•	•			δ	Ŷ	P	•		•			•	0	6	(
	11	•		Ť	•		·				•		Ť			Ť			
	22	•		•									۱.	•		δ			
A	33			•				•											
	23	•			9						9			Ŷ		. •			
	32				4									4					
	31		>			>			۰.			>			>				
	13					d									6				
4'32'	12			>			>						>			>			
	21			I			J						I			Į			
	11																	0	
	22											6					1	/	
	33		÷										Ċ			÷	I		
	55	Ľ			1.	•		•	•			•	•		•		-	-	



Figure 6 (continued)

(b) Tetragonal and cubic magnetic form classes in category III^{a1}.

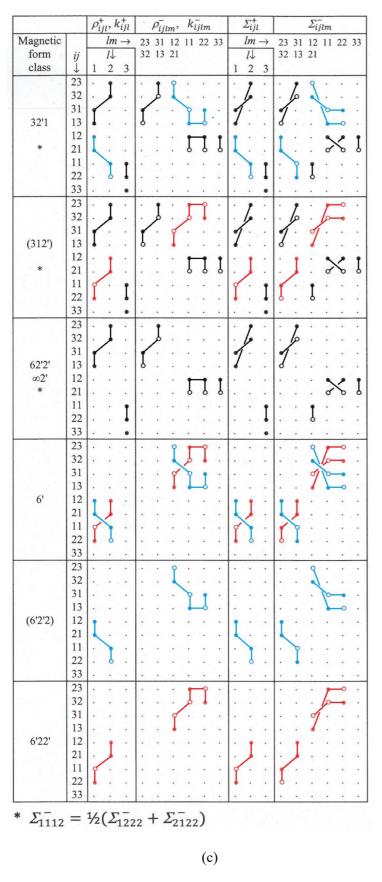


Figure 6 (continued)

(c) Trigonal, hexagonal and cylindrical magnetic form classes in category III^{a1}.